

# 수리 영역

## 제 2 교시

성명

수험번호

1

1

- 문제지에 성명과 수험 번호를 정확히 써 넣으시오.
- 답안지에 수험 번호, 선택 과목, 답을 표기할 때에는 반드시 '수험생이 지켜야 할 일'에 따라 표기하시오.
- 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하시오.

1.  $i^{1003} + (-i)^{1003}$ 의 값은? (단,  $i = \sqrt{-1}$ ) [2점]

- ① -1
- ② 0
- ③ 1
- ④  $i$
- ⑤  $2i$

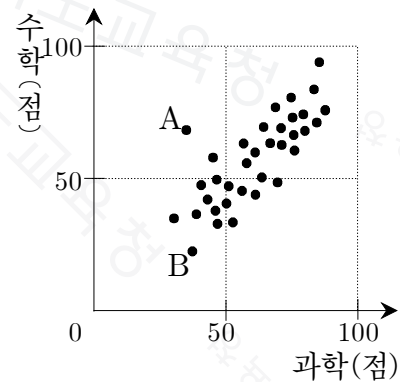
2. 삼각비의 계산 결과가 다른 하나는? [2점]

- ①  $\cos 0^\circ + \tan 0^\circ$
- ②  $\sin 30^\circ + \cos 60^\circ$
- ③  $\sin 45^\circ \times \cos 45^\circ$
- ④  $\tan 30^\circ \times \tan 60^\circ$
- ⑤  $\sin^2 60^\circ + \cos^2 60^\circ$

3. 덧셈, 뺄셈, 곱셈에 대하여 모두 닫혀 있는 집합은? [3점]

- ①  $\{-1, 0, 1\}$
- ②  $\{2^n | n \text{은 자연수}\}$
- ③  $\{2a+3b | a, b \text{는 자연수}\}$
- ④  $\{a+b\sqrt{2} | a, b \text{는 유리수}\}$
- ⑤  $\{a+i | a \text{는 실수, } i = \sqrt{-1}\}$

4. 어느 학급의 중간고사 수학 점수와 과학 점수의 관계를 나타낸 상관도이다.



이에 대한 설명으로 옳은 것을 <보기>에서 모두 고르면? [2점]

<보기>

- ㄱ. A는 과학 점수보다 수학 점수가 높다.
- ㄴ. B는 수학 점수가 학급에서 가장 낮다.
- ㄷ. 수학 점수와 과학 점수는 양의 상관관계가 있다.

- ① ㄱ
- ② ㄴ
- ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

5.  $x, y$ 에 관한 세 다항식  $A=x^2+xy+y^2$ ,  $B=xy-y^2$ ,  $C=x^2+2xy$ 에 대하여  $A-(B-C)=ax^2+bxy+cy^2$  일 때,  $a+b+c$ 의 값은? [3점]

- ① -2  
② 0  
③ 2  
④ 4  
⑤ 6

6. 실수의 집합에서 두 조건

$$p: x \geq 1$$

$$q: x^2 - (2+a)x + 2a = 0$$

에 대하여  $p$ 가  $q$ 이기 위한 필요조건일 때, 실수  $a$ 의 최소값은?

[3점]

- ① 1  
② 2  
③ 3  
④ 4  
⑤ 5

7. 다항식  $a^3-2a^2-4a+3$ 의 인수는? [3점]

- ①  $a-1$   
②  $a+1$   
③  $a^2+a-1$   
④  $a^2-a+1$   
⑤  $a^2-a-1$

8. 다음은 자연수  $n$ 을 넘지 않고  $n$ 과 서로소인 자연수의 개수를  $f(n)$ 으로 정의할 때, 서로 다른 소수  $p, q$ 에 대하여  $f(pq) = (p-1)(q-1)$ 임을 증명한 것이다.

[증명]

$p, q$ 가 서로 다른 소수이므로,  $pq$ 와 서로소인 자연수는  $p, q$ 로 모두 나누어 떨어지지 않는 수이다.

따라서,  $pq$ 와 서로소이고  $pq$ 를 넘지 않는 자연수는 1에서  $pq$ 까지의 자연수 중에서  $p$ 의 배수 또는  $q$ 의 배수를 제외한 자연수이다.

이 때,  $pq$  이하의 자연수 중에서

$p$ 의 배수의 개수는 (가) 개,

$q$ 의 배수의 개수는 (나) 개,

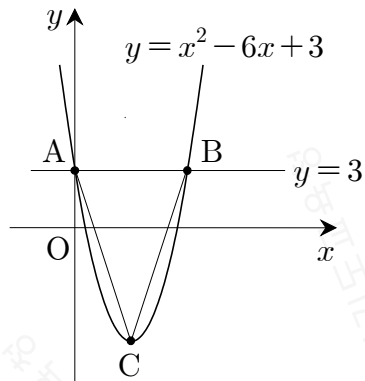
$pq$ 의 배수의 개수는 (다) 개이다.

따라서,  $f(pq) = pq - p - q + 1 = (p-1)(q-1)$ 이다.

이 증명에서 (가)~(다)를 바르게 짝지은 것은? [3점]

- |   | (가) | (나) | (다)  |
|---|-----|-----|------|
| ① | $p$ | $q$ | 1    |
| ② | $p$ | $q$ | 0    |
| ③ | $q$ | $p$ | 1    |
| ④ | $q$ | $p$ | 0    |
| ⑤ | $q$ | $p$ | $pq$ |

9. 이차함수  $y = x^2 - 6x + 3$ 의 그래프가 직선  $y = 3$ 과 만나는 점을 A, B라 하고 이차함수의 꼭지점을 C라 할 때, 삼각형 ABC의 넓이는? [3점]



- ① 27
- ② 29
- ③ 31
- ④ 33
- ⑤ 35

10. 실수 전체의 집합에서 연산  $\odot$ 를  $a \odot b = ab - 3a - 3b + 12$ 로 정의할 때, 연산  $\odot$ 에 대한  $-2$ 의 역원은? [3점]

- ①  $\frac{13}{5}$
- ②  $\frac{14}{5}$
- ③ 3
- ④  $\frac{16}{5}$
- ⑤  $\frac{17}{5}$

11. 다음은  $a, b$ 가 실수일 때,  $a(-b) = -ab$ 임을 증명한 것이다.

[증명]

$$\begin{aligned}
 a(-b) &= a(-b) + 0 \\
 &= a(-b) + \{ab + (-ab)\} \\
 &= \{a(-b) + ab\} + (-ab) \\
 &= a\{(-b) + b\} + (-ab) \\
 &= a \cdot 0 + (-ab) \\
 &= 0 + (-ab) \\
 &= -ab
 \end{aligned}$$

이 증명에서 실수의 연산에 대한 성질 중 사용되지 않은 것은? [3점]

- ① 분배법칙
- ② 덧셈에 대한 항등원
- ③ 덧셈에 대한 결합법칙
- ④ 덧셈에 대한 교환법칙
- ⑤ 덧셈에 대한  $b$ 의 역원

12.  $7^2 \times 3^4 \times \frac{1}{13} - 37^2 \times \frac{1}{13}$ 의 값은? [3점]

- ① 150
- ② 200
- ③ 250
- ④ 300
- ⑤ 350

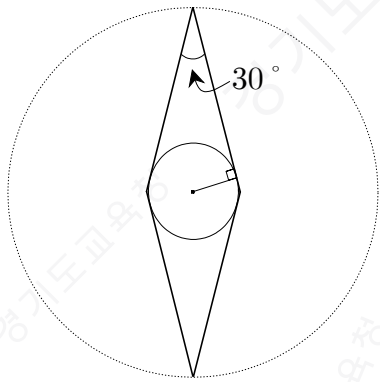
13. 모든 실수  $x$ 에 대하여

$$(3-x^2)^5 = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{10}x^{10}$$
이 성립할 때,

$a_0 + a_2 + a_4 + \dots + a_{10}$ 의 값은? [4점]

- ① -16
- ② 0
- ③ 16
- ④ 32
- ⑤ 64

14. 한 각의 크기가  $30^\circ$ 인 마름모꼴의 나침반 바늘에 내접하는 원의 반지름의 길이는 1이다. 나침반의 바늘을 회전시킬 때, 생기는 큰 원의 넓이는? [4점]



- ①  $(4+2\sqrt{3})\pi$
- ②  $(4+4\sqrt{3})\pi$
- ③  $(8+2\sqrt{3})\pi$
- ④  $(8+3\sqrt{3})\pi$
- ⑤  $(8+4\sqrt{3})\pi$

15. 혈액형이 각각 A형, B형, O형인 세 사람이 다음과 같이 말하였다.

갑 : 나는 B형이다.

을 : 나는 O형이 아니다.

병 : 나는 B형이 아니다.

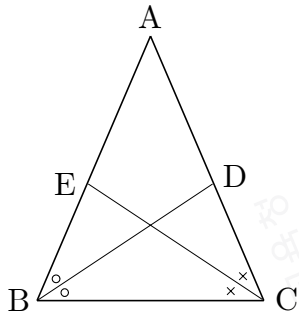
세 사람 중에서 한 사람의 말만 참일 때, A형, B형, O형인 사람을 바르게 짝지은 것은? [4점]

	A형	B형	O형
①	갑	을	병
②	갑	병	을
③	을	갑	병
④	을	병	갑
⑤	병	갑	을

16. 다항식  $x^3 - 3ax^2 + a^2x + 1$ 이  $x-1$ 로 나누어 떨어질 때,  $a$  값들의 합은? [4점]

- ① 3
- ② 4
- ③ 5
- ④ 6
- ⑤ 7

17. 삼각형 ABC에서  $\angle B$ 의 이등분선과 변 AC가 만나는 점을 D,  $\angle C$ 의 이등분선과 변 AB가 만나는 점을 E라 하자.



이 때,  $\overline{BE} = \overline{CD}$ 이면 삼각형 ABC는 이등변삼각형을 증명할 것이다.

[증명]

삼각형 ABC에서 각의 이등분선의 성질을 이용하면

$$\boxed{\text{가}} = \overline{AB} \cdot \overline{CD} \dots\dots \text{㉠}$$

$$\boxed{\text{나}} = \overline{AC} \cdot \overline{BE} \dots\dots \text{㉡}$$

㉠ $\div$ ㉡을 하면

$$\frac{\boxed{\text{가}}}{\boxed{\text{나}}} = \frac{\overline{AB} \cdot \overline{CD}}{\overline{AC} \cdot \overline{BE}}$$

이고,  $\overline{BE} = \overline{CD}$ 이므로  $\overline{AD} \cdot \overline{AC} = \overline{AE} \cdot \overline{AB}$ 이다.

그러므로 네 점 B, C, D, E는 한 원 위의 점이다.

따라서,  $\boxed{\text{다}}$  이므로 삼각형 ABC는 이등변삼각형이다.

이 증명에서 (가)~(다)를 바르게 짝지은 것은? [4점]

- |   | (가)                                 | (나)                                 | (다)                       |
|---|-------------------------------------|-------------------------------------|---------------------------|
| ① | $\overline{AD} \cdot \overline{BC}$ | $\overline{BC} \cdot \overline{AE}$ | $\angle ACE = \angle ABD$ |
| ② | $\overline{AD} \cdot \overline{BC}$ | $\overline{BC} \cdot \overline{BE}$ | $\angle ACE = \angle ABD$ |
| ③ | $\overline{AD} \cdot \overline{BC}$ | $\overline{BC} \cdot \overline{AE}$ | $\angle BAD = \angle CAE$ |
| ④ | $\overline{AD} \cdot \overline{CD}$ | $\overline{BC} \cdot \overline{BE}$ | $\angle BAD = \angle CAE$ |
| ⑤ | $\overline{AD} \cdot \overline{CD}$ | $\overline{BC} \cdot \overline{AE}$ | $\angle BAD = \angle CAE$ |

18. 다음은 두 집합 A, B에 대하여  $A \Delta B = (A - B) \cup (B - A)$ 라 할 때,  $A \Delta B = A^c \Delta B^c$ 이 성립함을 보이는 과정이다.

$$\begin{aligned} A \Delta B &= (A - B) \cup (B - A) \\ &= (A \cap B^c) \cup (B \cap A^c) \\ &= (A \cup B) \cap \boxed{\text{가}} \\ &= (A \cup B) - (A \cap B) \dots\dots \text{㉠} \end{aligned}$$

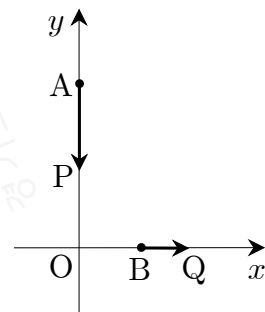
㉠에 의하여

$$\begin{aligned} A^c \Delta B^c &= (A^c \cup B^c) - (A^c \cap B^c) \\ &= (A^c \cup B^c) \cap \boxed{\text{나}} \\ &= (A \cup B) - (A \cap B) \\ &= A \Delta B \end{aligned}$$

이 과정에서 (가), (나)를 바르게 짝지은 것은? (단,  $A^c$ 은 A의 여집합이다.) [4점]

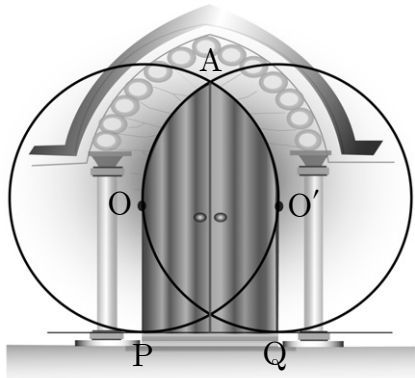
- |   | (가)            | (나)          |
|---|----------------|--------------|
| ① | $(A \cap B^c)$ | $(A \cup B)$ |
| ② | $(A^c \cap B)$ | $(A \cap B)$ |
| ③ | $(A^c \cap B)$ | $(A \cup B)$ |
| ④ | $(A \cap B)^c$ | $(A \cap B)$ |
| ⑤ | $(A \cap B)^c$ | $(A \cup B)$ |

19. 좌표평면 위의 두 점 A(0, 30), B(3, 0)이 있다. 점 P는 A에서 y축을 따라 매초 2의 속력으로 원점을 향해 움직이고, 점 Q는 B에서 x축을 따라 매초 1의 속력으로 원점으로부터 멀어지고 있다. 점 P, Q가 동시에 출발하여 10초 동안 움직일 때, 삼각형 OPQ의 넓이가 81이 되는 것은 몇 초 후인가? [4점]



- ① 5
- ② 6
- ③ 7
- ④ 8
- ⑤ 9

20. [그림]과 같이 반지름이 2인 두 원이 서로 원의 중심을 지나도록 만든 출입문이 있다.



[그림]

이 출입문의 높이를 구하기 위하여 공통외접선이 두 원과 만나는 점을 각각 P, Q라 할 때, 두 원의 교점 A에서 선분 PQ까지의 거리를 구하면? (단, O와 O'는 원의 중심이다.) [3점]

- ①  $\sqrt{2} + \sqrt{3}$
- ②  $2 + \sqrt{2}$
- ③  $2\sqrt{3}$
- ④  $2 + \sqrt{3}$
- ⑤  $1 + 2\sqrt{2}$

21.  $(3 + \sqrt{7})^2$ 에 가장 가까운 정수는? [4점]

- ① 30
- ② 31
- ③ 32
- ④ 33
- ⑤ 34

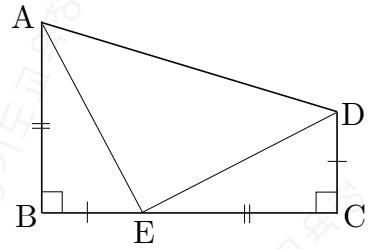
단답형 (22~30)

22. 1, 2, 3, 4의 숫자가 하나씩 적혀 있는 네 장의 카드에서 동시에 두 장을 뽑아서 두 자리의 자연수를 만들었다. 그 자연수가 24 이상일 확률을  $\frac{b}{a}$ 라 할 때,  $a+b$ 의 값을 구하시오. (단,  $a, b$ 는 서로소인 자연수이다.) [3점]

23.  $(n+1)^3 - n^3$ 을 5로 나누었을 때, 나머지가 1이 되는 한 자리 자연수  $n$ 들의 합을 구하시오. [4점]

24. 전체집합  $U = \{x | x \text{는 } 10\text{미만의 자연수}\}$ 의 두 부분집합  $A, B$ 에 대하여  $A = \{x | x \text{는 소수}\}$ 일 때,  $A \cap B = A$ 를 만족시키는 집합  $B$ 의 개수를 구하시오. [3점]

26. 사다리꼴 ABCD에서  $\angle B = \angle C = 90^\circ$  이고, 선분 BC 위의 한 점 E에 대하여  $\overline{AB} = \overline{CE}$ ,  $\overline{BE} = \overline{CD}$ 이다.  $\overline{BC} = 14$  이고 삼각형 ADE의 넓이는 50일 때,  $\overline{AB}$ 의 길이를 구하시오. (단,  $\overline{AB} > \overline{CD}$ ) [4점]



25.  $(1+i)z = \overline{z+i}$  를 만족시키는 복소수  $z = a+bi$ 에 대하여  $a^2 + b^2$ 의 값을 구하시오. (단,  $\overline{z}$ 는  $z$ 의 켈레복소수이고  $i = \sqrt{-1}$ 이다.) [3점]

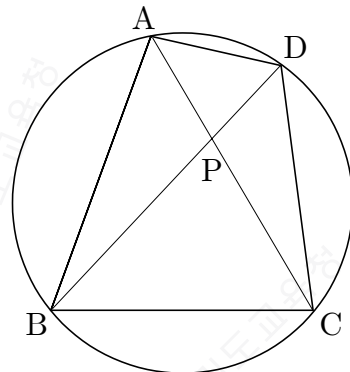
27. 학생 수가 35명인 어느 학급에서 중학교 때 실시한 봉사활동 장소를 조사하였더니 A에서 봉사활동을 한 학생이 20명, B에서 봉사활동을 한 학생이 29명이었다. A와 B에서 모두 봉사활동을 한 학생 수의 최소값을 구하시오. [3점]

28. 복소수  $z = \frac{1+i}{1-i}$ 에 대하여

$$\frac{1}{z} + \frac{2}{z^2} + \frac{3}{z^3} + \dots + \frac{100}{z^{100}} = x + yi$$
가 성립할 때,  $x+y$ 의

값을 구하시오. (단,  $x, y$ 는 실수이고  $i = \sqrt{-1}$ 이다.) [4점]

30. 원에 내접하는 사각형 ABCD에서  $\overline{AD}=3$ ,  $\overline{BC}=6$ 이다. 두 대각선 AC와 BD의 교점을 P라 하고 삼각형 PAB와 삼각형 PCD의 넓이를 각각 S, T라 하자. 삼각형 PAD의 넓이가 3일 때,  $S \times T$ 의 값을 구하시오. [4점]



29.  $x+y+z=3$ ,  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{1}{2}$ 일 때,  $(x-2)(y-2)(z-2)$ 의 값을 구하시오. [4점]

※ 확인사항

- 문제지와 답안지의 해당란을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.