한양대학교

답안지 (상경계열)

수 험 번 호	성 명	페 이 지
우수답안 1		1/2

[문제 2-1]

9장의 카드 중 3장을 동시에 택하는 경우의 수는 $_9C_3 = \frac{9\times8\times7}{3\times2\times1} = 84$가지이다.

세 장의 카드에 적힌 수의 합이 3의 배수이기 위해서는 각 숫자를 3으로 나눴을 때의 나머지의 합이 3이나 0이 되는 경우이다

나머지가 1인 숫자는 1, 4, 7
나머지가 2인 숫자는 2, 5, 8
나머지가 0인 숫자는 3, 6, 9 이다.

이 중 3의 배수가 되는 경우는 나머지가 모두 0, 1, 2 인 경우와 나머지가 각각 0, 1, 2 인 경우로 나눌 수 있다.

나머지가 모두 0인 경우 1,
나머지가 모두 1인 경우 1,
나머지가 모두 2인 경우 1,
나머지가 각각 0,1,2인 경우 $3\times3\times3=27$로 총합 $1+1+1+27=30$ 이다.

$\therefore \frac{30}{84} = \frac{5}{14}$

$\therefore \frac{5}{14}$

[문제 2-2]

3의 배수 중 6의 배수이기 위해서는 2의 배수여야 한다. 세 수의 합이 2의 배수인 경우는 (짝수, 짝수, 짝수)로 이루어진 경우나 (짝수, 홀수, 홀수)로 세 수가 이루어진 경우이다.

세 수가 모두 짝수인 경우,
2를 3으로 나누었을 때의 나머지는 2,
4를 3으로 나누었을 때의 나머지는 1,
6을 3으로 나누었을 때의 나머지는 0,
8을 3으로 나누었을 때의 나머지는 2로
(0, 1, 2) 가 되는 경우가 2가지이다.

한 숫자가 짝수, 두 숫자가 홀수인 경우
짝수가 2일 때 홀수 들의 나머지가 (0, 1) 인 경우가 4가지 존재한다.
짝수가 8인 경우도 나머지가 2로 같으므로 4가지이다.
짝수가 4일 때 (1, 1) 인 경우 1가지, (0, 2)인 경우 2가지로 3가지이다.
짝수가 6일 때 (0, 0)인 경우 1가지, (1, 2) 2가지로 3가지이다.

6의 배수는 따라서 $2+4+4+3+3=16$ 이다.

$\therefore \frac{16}{30} = \frac{8}{15}$ $\therefore \frac{8}{15}$

한양대학교

답안지 (상경계열)

수 험 번 호	성 명	페 이 지
우수답안 1		2/2

[문제 2-3]

(가) 시행을 900번 반복했을 때 세 장의 카드에 적힌 수의 합이 3의 배수가 되는 횟수의 평균은 $900\times\frac{5}{14}=\frac{4500}{14}$ 이 된다. 그 때의 분산은 $900\times\frac{5}{14}\times\frac{9}{14}$ $=\frac{9^2\times10^2\times5}{14^2}$ 이므로 표준편차는 $\frac{90\sqrt{5}}{14}$가 된다. 따라서, 세 장의 카드에 적힌 수의 합이 3의 배수인 경우를 X라고 하면, $P(X\le300)$을 구해야 한다. 위의 평균과 표준편차로 이를 표준화-한다면, $Z=\frac{X-m}{\sigma}$ 이므로 $X=m+\sigma Z$가 된다.

$$m+\sigma Z=\frac{4500}{14}+\frac{90\sqrt{5}}{14}Z$$
$$=\frac{4500}{14}+\frac{\cancel{90}^{18}}{\cancel{14}}\times\frac{\cancel{56}^{4}}{\cancel{25}_{5}}Z$$
$$=\frac{4500}{14}+\frac{72}{5}Z\text{가 된다.}$$

$P(\frac{4500}{14}+\frac{72}{5}Z\le300)$ 이므로

$P(\frac{72}{5}Z\le-\frac{300}{14})$

$P(Z\le-\frac{1500}{14\cdot72})$이 나온다.

$14\cdot72=1008$로, $1500\div1008\fallingdotseq1.48$ 이다. 소수 둘째자리까지 구하면 1.48 이므로 이를 반올림하면 1.5가 된다.

$P(Z\le-1.5)$는

$P(Z\ge1.5)$와 같다.

$P(Z\ge1.5)$는 $0.5-0.433$

$=0.067$이다.

$\therefore 0.067$

한양대학교	답안지 (상경계열)	
수 험 번 호	성 명	페 이 지
우수답안 2		1/2

[문제 2-1]

9장 중 3장을 동시에 뽑는 경우의수

: $_9C_3 = \frac{9\times8\times7}{3\times2\times1} = 84$가지

3의 배수가 되려면 (단, $k=1,2,3\cdots$)

i) $3k$, $3k$, $3k$

ii) $3k$, $3k-1$, $3k-2$

iii) $3k-2$, $3k-2$, $3k-2$

iv) $3k-1$, $3k-1$, $3k-1$

$3k \Rightarrow 3.6.9$

$3k-1 \Rightarrow 2.5.8$

$3k-2 \Rightarrow 1.4.7$

$\Downarrow$

i) $_3C_3 = 1$개

ii) $3k$, $3k-1$, $3k-2$

$\rightarrow {}_3C_1 \times {}_3C_1 \times {}_3C_1 = 27$개

iii) $3k-2$, $3k-2$, $3k-2$

$\rightarrow {}_3C_3 = 1$개

iv) $3k-1$, $3k-1$, $3k-1$

$\rightarrow {}_3C_3 = 1$개

∴ 30가지

$\rightarrow \frac{\cancel{30}}{\cancel{84}} \frac{5}{14}$

답) $\frac{5}{14}$

[문제 2-2]

6의 배수 : (2×3)의 배수이므로

3의배수 중 짝수인 수 구할 것.

3의배수 $\Rightarrow$ 30가지

짝수가 되려면

: 홀수+홀수+짝수 또는 짝수+짝수+짝수

[문제 2-1]의 i ~ iv 를 활용하면

i) 홀+홀+짝 → 1가지

ii) 짝+짝+짝 → $1\times2\times1$ → 2가지

홀+홀+짝 → $(2\times1\times1)+(2\times2\times2)$

$+ (2\times1\times1)$

$= 2+8+2$ → 12가지

iii) 홀+홀+짝 → 1가지

iv) 해당사항 없음

∴ $1+2+12+1 = 16$ 이므로

3의 배수 중 6의배수일 확률은

$\frac{\cancel{16}}{\cancel{30}} = \frac{8}{15}$

답) $\frac{8}{15}$

한양대학교

답안지 (상경계열)

수 험 번 호	성 명	페 이 지
우수답안 2		2/2

[문제 2-3]

세장의 카드합이 3의배수일 확률 : $\frac{5}{14}$

$\Rightarrow B(900, \frac{5}{14})$

$\downarrow$

평균 $= 900 \times \frac{5}{14} = 321.428\cdots$

표준편차 $= \sqrt{900 \times \frac{5}{14} \times \frac{9}{14}}$

$= \frac{9 \times 10}{14}\sqrt{5}$ (단, $\sqrt{5}$는 $\frac{56}{25}$으로계산)

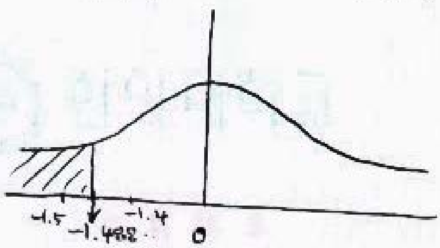
$= \frac{9 \times \cancel{10}^{2}}{\cancel{14}} \times \frac{\cancel{56}^{4}}{\cancel{25}_{5}}$

$= \frac{72}{5} = 14.4$

횟수가 300번 이하일 확률은

$\Downarrow$

$\frac{300 - 321.428}{14.4} = \frac{-21.428}{14.4} = -1.488\cdots$

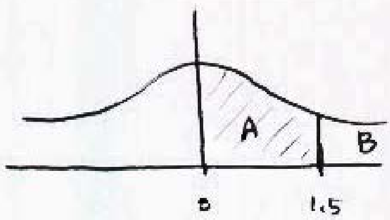


$\downarrow$

$P(Z \leq -1.488\ldots) = P(Z \geq 1.488\cdots)$

$1.48 \fallingdotseq 1.5$ (근삿값) 이라고 할때

$P(0 \leq Z \leq 1.5) = 0.433$ 이므로



$A = 0.433$ $B = 0.067$

$\therefore P(Z \geq 1.488\cdots) = P(Z \leq 1.488\cdots)$

$=$ 약 0.07

답) 0.07

한양대학교

답안지 (상경계열)

수 험 번 호	성 명	페 이 지
우수답안 3		1/2

[문제 2-1]

나머지에 따라 분류

$3k = \{3, 6, 9\}$

$3k+1 = \{1, 4, 7\}$

$3k+2 = \{2, 5, 8\}$

$$\frac{3k\text{꼴중 3개} + (3k+1)\text{꼴중 3개} + (3k+2)\text{꼴중 3개} + \text{각각1개씩}}{\text{전체 개수}}$$

$$= \frac{{}_3C_3 + {}_3C_3 + {}_3C_3 + 3\times3\times3}{{}_9C_3}$$

$$= \frac{1+1+1+27}{84} = \frac{30}{84}$$

$$= \frac{5}{14}$$

[문제 2-2]

6의 배수 = 3의 배수중 짝수

6의배수 → (3, 6, 9)
(1, 4, 7) 2개.
+

3k	3k+1	3k+2	
홀	홀	짝	$2\times 2\times2 = 8$
홀	짝	홀	$2\times1\times1 = 2$
짝	홀	홀	$1\times2\times1 = 2$
짝	짝	짝	$1\times1\times2 = 2$

∴ 14가지

$$\therefore \frac{\text{6의배수개수}}{\text{3의배수개수}} = \frac{16}{30}$$

$$= \frac{8}{15}$$

한양대학교

답안지 (상경계열)

수 험 번 호	성 명	페 이 지
우수답안 3		2/2

[문제 2-3]

세장의 카드에 적힌수의 합 3의 배수의경우를 확률변수 X

$X \sim B(900, \frac{5}{14})$

X가 이항분포 $B(900, \frac{5}{14})$를 따를 때

$900 \times \frac{5}{14} = 321.xx \geq 5$

$900 \times \frac{9}{14} = 578.xx \geq 5$

이므로

X는 근사적으로 정규분포 $N(np, npq)$를 따른다.

$\therefore X \sim N\left(\frac{2250}{7}, \frac{1125 \times 9}{7 \times 7}\right)$

$X \sim N\left(\frac{2250}{7}, \left(\frac{45\sqrt{5}}{7}\right)^2\right)$

$P(X \leq 300)$

표준화

$= P\left(Z \leq \frac{300 - \frac{2250}{7}}{\frac{45\sqrt{5}}{7}}\right)$

$= P\left(Z \leq -\frac{750}{504}\right)$

$= P(Z \leq -1.48xx)$

$\fallingdotseq P(Z \leq 1.5)$

$= 0.5 - 0.433$

$= 0.067$

$\fallingdotseq 0.07$