한양대학교 2015학년도 신입학전형 수시

상 경 계	**모 의 논 술 예 시 답 안**	2번

1. 9장의 카드 중에서 임의로 세 장의 카드를 동시에 택하는 경우의 수는 ${}_9C_3 = 84$.

1부터 9까지의 수를 $3k$, $3k+1$, $3k+2$ (k는 정수)의 꼴로 나누면

$3k$의 꼴은 $k=1,2,3$인 경우, $3k+1$의 꼴은 $k=0,1,2$인 경우, $3k+2$의 꼴은 $k=0,1,2$인 경우로 각각 3개이다.

세장의 카드에 적힌 숫자의 합이 3의 배수인 경우는 다음과 같다.

(i) $3k$, $3k+1$, $3k+2$의 꼴 중에서 어느 한 꼴의 수만 3개 택하는 경우.
이 때 그 경우의 수는 $1+1+1=3$.

(ii) $3k$, $3k+1$, $3k+2$의 꼴 중에서 각각 1개씩 택하는 경우.
이 때 그 경우의 수는 $3\times3\times3=27$.

(i), (ii)에서 구하는 확률은 $\frac{30}{84} = \frac{5}{14}$.

2. 위 문제 1의 답안에서 (i)의 경우 합은 각각

$3(1+2+3)=18$, $3(0+1+2)+3=12$, $3(0+1+2)+6=15$이므로 2가지.

(ii)의 경우에 합은

$3k+(3l+1)+(3m+2)=3(k+l+m)+3$, $k=1,2,3$, $l,m=0,1,2$로 주어진다.

$3(k+l+m)+3$이 6의 배수이려면 $k+l+m$이 홀수이어야 하고, 따라서 k,l,m 중 1개 혹은 3개가 홀수이다.

(1) k,l,m 중 1개가 홀수 인 경우.
k가 홀수 l,m이 짝수인 경우의 수는 $2\times2\times2=8$.
k가 짝수 l,m중 어느 하나만 홀수인 경우의 수는 $1\times1\times2+1\times2\times1=4$.

(2) k,l,m 모두가 홀수인 경우의 수는 $2\times1\times1=2$.

따라서 합이 6의 배수인 경우는 16. 그런데 3의 배수인 경우의 수는 30이므로, 합이 3의 배수이라는 조건에서 합이 6의 배수일 확률은 $\frac{16}{30} = \frac{8}{15}$.

3. 900번 시행에서 세 장의 합이 3의 배수가 나온 횟수를 확률변수 X라 하자.

X는 이항분포 $\mathrm{B}(900, \frac{5}{14})$를 따르고, $900\times\frac{5}{14}$와 $900\times\frac{9}{14}$는 모두 5보다 크므로 X는 근사적으로 정규분포 $\mathrm{N}(900\times\frac{5}{14}, 900\times\frac{5}{14}\times\frac{9}{14})$를 따른다고 볼 수 있다.

이 정규분포의 표준편차 σ는 $\sigma = \sqrt{npq} = \sqrt{900\times\frac{5}{14}\times\frac{9}{14}} = \frac{90}{14}\times\sqrt{5}$로 주어진다.

$\sqrt{5}$의 근사값을 $\frac{56}{25}$라 두고 계산하면 $\sigma \approx \frac{72}{5}$.

$X \le 300$일 확률을 구하는 것이므로, 이것은 $Z \le (900(\frac{1}{3} - \frac{5}{14}))/\sigma = -(\frac{900}{42})\times\frac{5}{72} \approx -1.5$일 확률과 근사하다.

표준정규분포곡선은 y축에 대칭이므로 $Z \le -1.5$일 확률은 $Z \ge 1.5$일 확률과 같다. 따라서 표준정규분포표를 이용하면 $X \le 300$일 확률은 근사적으로

$$P(X \le 300) = P(Z \le -1.5) = P(Z \ge 1.5) = 0.5 - P(0 \le Z \le 1.5) \approx 0.07$$