

한양대학교 2015학년도 신입학전형 수시  
모의논술예시답안

상 경 계

2번

1. 세 학생이 알고 있는 단어의 집합을 각각  $A, B, C$ 라 하자.

$$n((A \cap B) \cup (A \cap C)) = n(A \cap B) + n(A \cap C) - n(A \cap B \cap C)$$

이므로,

$$\begin{aligned} n(A \cap B \cap C) &= n(A \cap B) + n(A \cap C) - n(A \cap (B \cup C)) \\ &\geq 7000 + 7000 - 10000 \geq 4000 \end{aligned}$$

명백히  $n(A \cap B \cap C) \leq n(A \cap B) = 7000$ . 즉,  $4000 \leq n(A \cap B \cap C) \leq 7000$ .

그런데,

$$\begin{aligned} V &= n(A \cup B \cup C) \\ &= n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(B \cap C) - n(C \cap A) + n(A \cap B \cap C) \\ &= 30000 - 21000 + n(A \cap B \cap C) \end{aligned}$$

따라서  $13000 \leq V \leq 16000$ .

2. 세 학생이 7000단어를 공통으로 알고 있고, 이 7000개의 단어와 공통되는 것이 없고 또한 서로 공통되는 것이 없는 단어들을 각각 3000단어 씩 알고 있다면, 각 학생이 일 만 개의 단어를 알고 있고 임의의 두 학생이 7000단어를 공유한다는 조건을 충족한다. 이때  $V = 16000$ 이다.

세 학생이 4000단어를 공통으로 알고 있다고 하자. 이 4000단어와는 물론 서로 공통되는 것이 없는 3000개의 단어로 이루어진 집합  $X, Y, Z$ 를 생각하자. 세 학생이 각각  $X \cup Y, Y \cup Z, Z \cup X$ 에 속하는 단어들을 모두 알고 있으면, 각 학생이 일 만 개의 단어를 알고 있고 임의의 두 학생이 7000단어를 공유한다는 조건을 충족한다. 이 때  $V = 13000$ 이다.

3. 가능하다. 7000개의 모든 학생들이 공통으로 아는 단어들이 있고, 이 7000개의 단어와는 물론 서로 공통되는 것이 없는 각각 3000개의 단어로 이루어진 1000개의 집합을 생각하자. 1000명의 학생이 이 중 서로 다른 집합을 각각 선택해 그 집합에 속하는 단어도 알고 있다면, 각 학생이 일 만 개의 단어를 알고 있고 임의의 두 학생이 7000단어를 공유한다는 조건을 충족한다. 이때 항상  $V = 16000$ 이다.

4.  $P(13000) = 1$ 이므로  $k = \frac{1}{9 \times 10^6}$ 이다.

$13000 \leq V \leq 16000$ 이므로  $0 \leq X \leq 1$ 이고,  $x \leq X \leq 1$ 일 확률  $Q(x)$ 는

$V = 3000X + 13000 \geq 3000x + 13000$ 일 확률이므로  $Q(x) = P(3000x + 13000) = (x - 1)^2$ 이다. 그러므로  $X$ 를 연속확률 변수로 생각하고,  $X$ 의 확률밀도함수를  $f(x)$ 라 두면

$$Q(x) = \int_x^1 f(x) dx = (x - 1)^2 \quad \text{에서} \quad f(x) = 2 - 2x.$$

따라서  $X$ 의 평균은  $E(X) = \int_0^1 x(2 - 2x) dx = \frac{1}{3}$ .