

한양대학교 2015학년도 신입학전형 수시 논술고사

상 경 계

모 의 논 술 예 시 답 안

2번

1. 영역 D 의 넓이는 $2z \times 2w - zw = 3zw$ 이고 $z+w=10$ 이므로 그 넓이는 $3z(10-z) = h(z)$ 이고 $h'(z) = 30 - 6z = 0$ 에서 $z=5$ 일 때 가장 넓은 영역이 된다.

2. $c > 0$ 인 경우: 이차함수의 꼭짓점이 (z, d) 이므로

i) $w < d < 2w$ 이면 영역이 2부분으로 나누어진다.

ii) $0 < f(2z) = f(0) = cz^2 + d \leq w$ 이면 영역이 2부분으로 나누어진다.

iii) $f(0) = cz^2 + d > w \geq d$ 이면 영역이 3부분으로 나누어진다.

$c < 0$ 인 경우: 이차함수의 꼭짓점이 (z, d) 이므로

iv) $0 < d < 2w$ 이면 영역이 2부분으로 나누어진다.

v) $2w \leq d$ 이고 $f(0) = cz^2 + d < 2w$ 이면 영역이 3부분으로 나누어진다.

3. i)의 $w < d < 2w$ 이고 $f(0) = z^2 + d > 2w$ 인 경우: 한 부분의 영역의 넓이는

$$\begin{aligned} \int_{z-\sqrt{2w-d}}^{z+\sqrt{2w-d}} (2w - ((x-z)^2 + d)) dx &= (2w - z^2 - d)x + zx^2 - \frac{1}{3}x^3 \Big|_{z-\sqrt{2w-d}}^{z+\sqrt{2w-d}} \\ &= 2(2w - z^2 - d)\sqrt{2w-d} + 4z^2\sqrt{2w-d} - 2z^2\sqrt{2w-d} - \frac{2}{3}(2w-d)\sqrt{2w-d} \\ &= (4w - 2z^2 - 2d + 4z^2 - 2z^2 - \frac{4w-2d}{3})\sqrt{2w-d} = (\frac{8w-4d}{3})\sqrt{2w-d} \text{ 이고} \end{aligned}$$

나머지 한 부분은 $3zw - (\frac{8w-4d}{3})\sqrt{2w-d}$ 이다.

i)의 $w < d < 2w$ 이고 $w < f(0) = z^2 + d \leq 2w$ 인 경우: 한 부분의 영역의 넓이는

$$\begin{aligned} \int_0^{2z} (2w - ((x-z)^2 + d)) dx &= (2w - z^2 - d)x + zx^2 - \frac{1}{3}x^3 \Big|_0^{2z} \\ &= 2(2w - z^2 - d)z + 4z^3 - \frac{8z^3}{3} = 4zw - 2dz - \frac{2z^3}{3} \text{ 이고} \end{aligned}$$

나머지 한 부분은 $3zw - (4zw - 2dz - \frac{2z^3}{3}) = 2dz + \frac{2z^3}{3} - zw$ 이다.

ii)의 $d \geq 0$ 인 경우: 한 부분의 영역의 넓이는

$$\int_z^{2z} ((x-z)^2 + d) dx = \frac{1}{3}x^3 - zx^2 + (z^2 + d)x \Big|_z^{2z} = \frac{7z^3}{3} - 3z^3 + z^3 + dz = \frac{z^3}{3} + dz \text{ 이고}$$

나머지 한 부분의 영역의 넓이는 $3zw - \frac{z^3}{3} - dz$ 이다.

ii)의 $d < 0$ 인 경우: 한 부분의 영역의 넓이는

$$\int_{z+\sqrt{-d}}^{2z} ((x-z)^2 + d) dx = \frac{1}{3}x^3 - zx^2 + (z^2 + d)x \Big|_{z+\sqrt{-d}}^{2z} = \frac{z^3}{3} + dz - \frac{2d\sqrt{-d}}{3} \text{ 이고}$$

나머지 한 부분의 영역의 넓이는 $3zw - \frac{z^3}{3} - dz + \frac{2d\sqrt{-d}}{3}$ 이다.