문제 2번 (반드시 해당문제와 일치하여야 함)

1. 첫번째 거래에서 나타날 수 있는 경우는 다음과같다.

딜러의 판단

- $V_L\ (p)$
  - $I(r)$ - ① 판매
  - $U(1-r)$
    - ② 구매 $(\frac{1}{2})$
    - ③ 판매 $(\frac{1}{2})$
- $V_H\ (1-p)$
  - $I(r)$ - ④ 참여 x
  - $U(1-r)$
    - ⑤ 구매 $(\frac{1}{2})$
    - ⑥ 판매 $(\frac{1}{2})$

[표 1]

이때 구매가 발생하게 될 경우는, ② ⑤ 으로 구매가 발생할 확률은 $p(1-r)\times\frac{1}{2}+(1-p)(1-r)\times\frac{1}{2}$
$= \frac{1-r}{2}$ 이 된다.

또한, 판매가 발생하게 될 경우는 ①, ③, ⑥ 으로 판매가 발생할 확률은 $p\times r\times 1 + p\times(1-r)\times\frac{1}{2} + (1-p)(1-r)\times\frac{1}{2}$
$= pr + \frac{1-r}{2}$ 이 된다.

2. 위의 [표 1]에서 알 수 있듯이 구매가 발생하는 경우는 ② 와 ⑤ 의 경우이다. 이때, 다이아몬드의 가치가 V_L 인경우는 ②의 경우이므로,

$$P_{buy} = \frac{\frac{p(1-r)}{2}}{\frac{1-r}{2}} = p$$ 가 된다.

그러나, 다이아몬드의 가치를 아는 I 그룹의 경우는, 판매의사만을 제시하므로, 구매의사에 관하여 P_{buy} 에 영향을 주지 못한다. 따라서, I 그룹의 비율이 증가해도 P_{buy} 에 영향을 주지 못한다.

3. [표 1]에서 나타나듯, 판매가 발생하는 경우는 ① ③ ⑥ 의 경우이다. 이때, 다이아몬드의 가치가 V_L 인 경우는 ① 과 ③ 의 경우이므로

$$P_{sell} = \frac{pr + \frac{p(1-r)}{2}}{\frac{2pr+1-r}{2}} = \frac{pr+p}{2pr+1-r}$$ 가 된다.

P_{buy} 와 P_{sell} 을 비교해 보았을 때, $0\le p<1$, $0\le r<1$ 이며

$$\frac{P_{sell}}{P_{buy}} = \frac{r+1}{2pr+1-r} > 1$$ 이므로 $P_{sell} > P_{buy}$ 가 된다.

P_{sell} 과 P_{buy} 모두 다이아몬드의 가치가 V_L 일 경우를 추측하기 위한 확률이다. 따라서 $P_{sell} > P_{buy}$ 가 나타난 현상은, P_{sell} 을 통해 V_L 을 추측하는 경우가 P_{buy} 로 추측하는 경우보다 정확하게 알 수 있음을 보여준다.

4. 딜러는 판매와 구매에 따른 이익의 기댓값이 각각 0이 되게끔 판매가격과 구매가격을 결정한다.
따라서, 첫번째 거래에서 딜러가 다이아몬드를 판매했을 때 얻는 이익의 기댓값 $= \frac{p(1-r)}{2}\times(A-V_L) + \frac{(1-p)(1-r)}{2}\times(A-V_H)$ 이며, 이때의 기댓값이 0이 되어야하므로

$$\frac{p(1-r)}{2}(A-V_L) + \frac{(1-p)(1-r)}{2}(A-V_H) = 0$$

$$\frac{1-r}{2}A = \frac{p(1-r)}{2}V_L + \frac{(1-p)(1-r)}{2}V_H$$

$$\therefore A = pV_L + (1-p)V_H$$ 가 된다

따라서, 딜러는 첫거래에 $pV_L+(1-p)V_H$ 의 금액을 받았을 것이다.

5. 다이아몬드를 판매한 첫번째 거래에 이어 두번째 거래도 동일하게 진행된다면, 딜러는 첫번째 거래에서 판매한 다이아몬드가 V_L일 확률을 P_{buy}를 통해 p 의 확률을 지닌다고 판단할 것이다.
따라서, 두번째 거래에서 다이아몬드의 구매가 발생하는 경우의 이익의 기댓값은 다음과같다

이익의 기댓값 $= \left\{pr + \frac{p(1-r)}{2}\right\}\times(B-V_L) + \frac{(1-p)(1-r)}{2}\times(B-V_H)$

이때 구매가격은 이익의 기댓값이 0이 되는 가격이므로,

$$\left(pr + \frac{p(1-r)}{2}\right)(B-V_L) + \frac{(1-p)(1-r)}{2}\times(B-V_H) = 0$$

$$\left(\frac{pr+p}{2}\right)B + \frac{(1-p)(1-r)}{2}B = \frac{p(1+r)}{2}V_L + \frac{(1-p)(1-r)}{2}V_H$$

$$\therefore B = \frac{p(1+r)V_L + (1-p)(1-r)V_H}{2pr-r+1}$$ 로

구매가격이 결정된다.