한양대학교 2014학년도 신입학전형 수시

상 경 계	**논 술 예 시 답 안**	2번

1. 거래에서 발생하는 모든 경우의 수와 각각의 사건에 해당하는 확률은 $\Pr(V_L, I, sell) = pr$, $\Pr(V_L, U, buy) = \Pr(V_L, U, sell) = \dfrac{p(1-r)}{2}$, $\Pr(V_H, U, buy) = \Pr(V_H, U, sell) = \dfrac{1-p}{2}$ 이다. 모든 사건은 독립적이다.

$$\Pr(buy) = \Pr(V_L, U, buy) + \Pr(V_H, U, buy) = \frac{p(1-r)}{2} + \frac{1-p}{2} = \frac{1-pr}{2}$$

$$\Pr(sell) = \Pr(V_L, I, sell) + \Pr(V_L, U, sell) + \Pr(V_H, U, sell) = pr + \frac{p(1-r)}{2} + \frac{1-p}{2} = \frac{1+pr}{2}$$

참고: $\Pr(buy)$를 먼저 구한 후 $\Pr(sell) = 1 - \Pr(buy)$로 구하거나, $\Pr(sell)$을 먼저 구한 후 $\Pr(buy) = 1 - \Pr(sell)$로 구한 경우도 모두 정답이다.

2. “buy“가 주어진 경우 V_L이 되는 조건부확률은

$$p_{buy} = \Pr(V_L | buy) = \frac{\Pr(V_L, buy)}{\Pr(buy)} = \frac{\frac{p(1-r)}{2}}{\frac{1-pr}{2}} = \frac{p(1-r)}{1-pr}$$

이다. p_{buy}의 증감여부를 알기 위해서는 다음의 식을 도출한다.

$$p_{buy} = \frac{p-pr}{1-pr} = 1 - \frac{1-p}{1-pr}$$

p_{buy}는 $0 < r < 1$이 증가할 때 감소함을 알 수 있다.

3. “sell“이 주어진 경우 V_L이 되는 조건부확률을 구하는 문제이다.

$$p_{sell} = \Pr(V_L | sell) = \frac{\Pr(V_L, sell)}{\Pr(sell)} = \frac{\frac{p(1+r)}{2}}{\frac{1+pr}{2}} = \frac{p(1+r)}{1+pr}$$

$$p_{sell} - p_{buy} = \frac{p(1+r)}{1+pr} - \frac{p(1-r)}{1-pr} = \frac{2pr(1-p)}{(1+pr)(1-pr)}$$

$0 < p, r < 1$이므로 $p_{sell} > p_{buy}$이다. 구매의사는 정보가 없는 상인이 V_L이나 V_H일 때 밝힌다. 판매의사는 정보가 있는 상인이 V_L일 때 밝히거나, 정보가 없는 상인이 V_L이나 V_H일 때 밝힌다. 따라서 판매의사는 딜러가 생각하는 p를 상향시킨다.

4. 딜러는 상인의 구매의사를 받아서 다이아몬드를 판매하였다. 그러므로 딜러가 결정한 판매가격은 다음과 같다.

$$A = E[V] = p_{buy} V_L + (1 - p_{buy}) V_H = \frac{p(1-r) V_L + (1-p) V_H}{1-pr}$$

5. 딜러는 첫 번째 거래가 이루어진 후 획득된 정보를 통해서 두 번째 거래에 앞서 V_L이 될 확률을 p_{buy}라고 생각한다. 딜러는 누적된 정보를 사용하기에 두 번째 거래에서 발생한 판매의사를 활용하여 V_L이 될 확률(편의상 $p_{buy,sell}$이라고 하자)을 다음의 식으로 계산한다.

$$p_{buy,\, sell} = \frac{p_{buy}(1+r)}{1+p_{buy} r} = \frac{\frac{p(1-r)}{1-pr}(1+r)}{1 + \frac{p(1-r)}{1-pr} r} = \frac{p(1-r^2)}{1-pr^2}$$

따라서 구매가격 B는 아래와 같이 계산된다.

$$B = E[V] = p_{buy,\, sell} V_L + (1 - p_{buy,\, sell}) V_H = \frac{p(1-r^2) V_L + (1-p) V_H}{1-pr^2}$$