

2018학년도 한국산업기술대학교 모의 논술고사

지원학과	성명	수험번호	소속고등학교

【답안 작성 시 유의사항】

- 휴대폰 등 통신기기는 소지할 수 없습니다.
- 시험시간은 80분입니다.
- 지원학과, 성명, 수험번호, 소속고등학교명을 반드시 기입하십시오.
- 답안 작성은 연필 또는 펜으로 명확하게 작성하십시오.
- 각 문항 번호 밑에 있는 공간에 답을 작성하십시오.
- 답안은 단계별로 논리적으로 근거와 이유를 설명하여 작성하십시오.
- 시험이 종료될 때까지 퇴실할 수 없습니다.

감독확인

문제1 (50점)

다음 제시문을 읽고 물음에 답하시오.

[정리1] $f(x)$ 가 어떤 구간에서 미분 가능할 때 그 구간의 모든 x 에 대하여

- (1) $f'(x) > 0$ 이면 $f(x)$ 는 그 구간에서 증가한다.
- (2) $f'(x) < 0$ 이면 $f(x)$ 는 그 구간에서 감소한다.

[정리2](평균값 정리)

함수 $f(x)$ 가 열린구간 (a, b) 에서 미분 가능하고 닫힌구간 $[a, b]$ 에서 연속이면

$$\frac{f(b) - f(a)}{b - a} = f'(c) \text{인 } c \text{가 } a \text{와 } b \text{사이에 존재한다.}$$

(1) (10점)

$f(x) = x^3 + ax^2 + ax$ 가 증가함수가 되게 하는 a 값이 속하는 열린구간을 (α, β) 라 할 때, $\beta - \alpha$ 의 최댓값을 구하시오.

(2) (10점)

$f(x) = x^3 + ax^2 + ax$ 가 증가함수일 때 $f(x)$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 하자. $f(x) = g(x)$ 를 만족하는 x 를 모두 구하시오.

(3) (15점)

2번 문제에서 제시한 $f(x) = g(x)$ 를 만족하는 x 에 대하여 $f'(x) = g'(x)$ 이 성립하기 위한 a 의 값을 구하시오.

(4) (15점)

2번에서 구한 x 값 중에서 0아닌 값을 k 라 할 때 다음 식

$$f(k) = kf'(c)$$

이 성립하는 c 가 존재함을 설명하고 c 를 구하시오.

문제2 (50점)

자연수 1부터 n 까지 (단, $n \geq 4$) 숫자가 적힌 n 개의 구슬이 들어 있는 주머니에서 구슬을 하나씩 꺼낸 후에 적힌 번호를 확인하고 다시 주머니 넣는 실험을 한다고 하자. 주머니에서 구슬을 꺼내는 순서와 구슬에 적힌 숫자를 대응시키는 관계를 함수 f 라고 하자. 예를 들어 $f(i) = k$ 라는 것은 주머니에서 i 번째 꺼낸 구슬에 적힌 숫자가 k 라는 것을 의미한다.

(1) (10점)

$n = 4$ 일 때, 함수 f 가 $i \leq f(i)$ ($i = 1, 2, 3, 4$)를 만족시킬 확률을 구하시오.

(2) (10점)

$n = 4$ 일 때, 함수 f 가 $f(2) = 2$, $f(4) = 4$, $f(1) \neq 1$, $f(3) \neq 3$ 를 만족시킬 확률을 구하시오.

(3) (15점)

$n = 4$ 일 때, 일대일함수 f 가 $f(i) \neq i$ 와 $f(f(i)) = i$ ($i = 1, 2, 3, 4$)를 만족시킬 확률을 구하시오.

(4) (15점)

$n = 10$ 일 때, 함수 f 가 $2i + f(i) > 10$ ($i = 1, 2, \dots, 10$)를 만족시킬 확률을 구하시오.