

2014학년도 울산대학교 의과대학
수시 수리 논술고사 문제지 (2-1)

수험번호

이름

1. (75점) B 는 한 변의 길이가 $2\sqrt{3}$ 인 정육면체이다. S 는 중심이 B 의 무게 중심과 일치하는 반지름이 1 인 구이다. B 의 표면에서 한 점을 고르고 S 의 표면에서 세 점을 골라서 만들 수 있는 사면체의 부피의 최댓값을 구하여라.

2. (75점) $\alpha = \left\lceil \frac{1}{6} \sum_{k=1}^{2014} \frac{1}{k} \right\rceil$ 이라 할 때,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sin^{\alpha} (\pi \sqrt{n^{2014} + n^{1012} + 1})$$

을 구하여라. 여기서 $\lceil x \rceil$ 는 x 보다 크거나 같은 최소 정수이다.

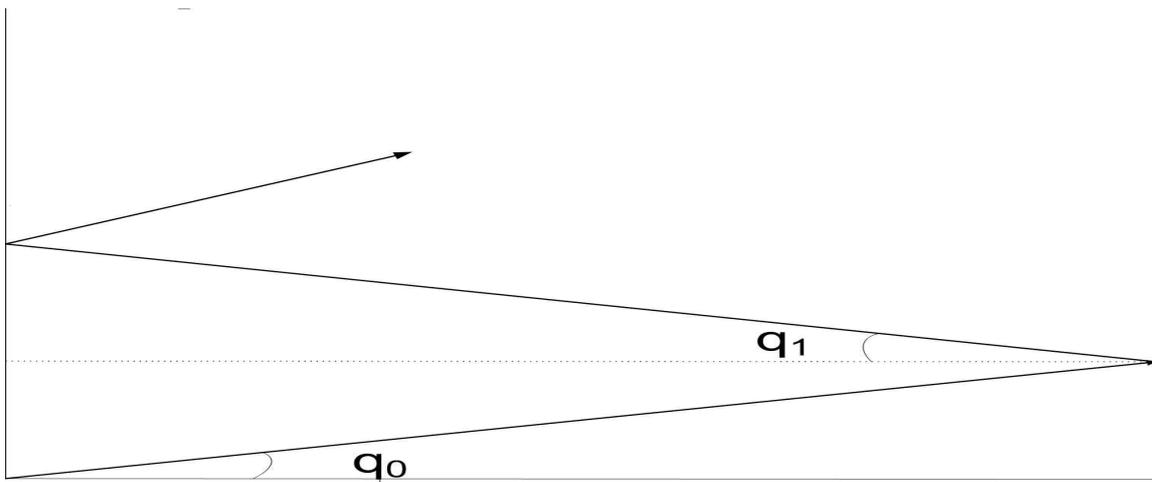
(예, $\lceil 10 \rceil = 10$, $\lceil 10.1 \rceil = 11$, $\lceil 10.9 \rceil = 11$)

2014학년도 울산대학교 의과대학
수시 수리 논술고사 문제지 (2-2)

수험번호

이름

3. (75점)



위 그림과 같이 지면에 수직이면서 $1m$ 떨어진 평행한 두 벽면 중 한 벽면이 지면과 닿은 한 지점으로부터 공을 다른 쪽 벽면으로 $q_0 = \frac{\pi}{8}$ 의 각도로 쏘아올린다고 할 때 공이 다른 쪽 벽면을 맞고 다시 반사되는 각도는 $q_1 = \frac{\pi}{16}$ 이다. 계속 공이 벽에 반사되어서 무한 번 움직인다고 가정할 때 $n+1$ ($n \geq 1$)번째 반사각 q_{n+1} 은 다음과 같은 규칙에 의해 결정된다.

$$q_n q_{n-1} = 2q_{n+1} q_{n-1} + q_{n+1} q_n, \quad n \geq 1.$$

(1) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{q_{n+1}}{q_n}$ 을 구하여라.

(2) 지면으로부터 공의 높이가 항상 $1m$ 를 넘지 않음을 보여라.

4. (75점) 다음 두 조건 I, II 을 만족하는 연속함수 $y = f(x)$ 을 구하여라.

I. 모든 실수 x 에 대하여 $f(f(x)) = x$ 이다.

II. 모든 양수 x 에 대하여 $\int_{-x}^0 f(t)dt - \int_0^{x^2} f(t)dt = x^3$ 이다.