

세종대학교 2018학년도 모의논술고사
자연계열 문항 및 제시문

[문제 1] 실수인 상수 a, b, c 에 대해 함수 $f(x)$ 는 $f(x) = ae^{-x} + bx + c$ 로 정의된다.
연속확률변수 X 의 확률밀도함수 $g(x)$ ($-1 \leq x \leq 1$)와 함수 $f(x)$ 에 대해 관계식

$$P(-1 \leq X \leq x) = \int_{-1}^x g(t) dt = \frac{2f(x)}{1+f(x)} \quad (\text{단, } -1 \leq x \leq 1) \quad \dots\dots\textcircled{1}$$

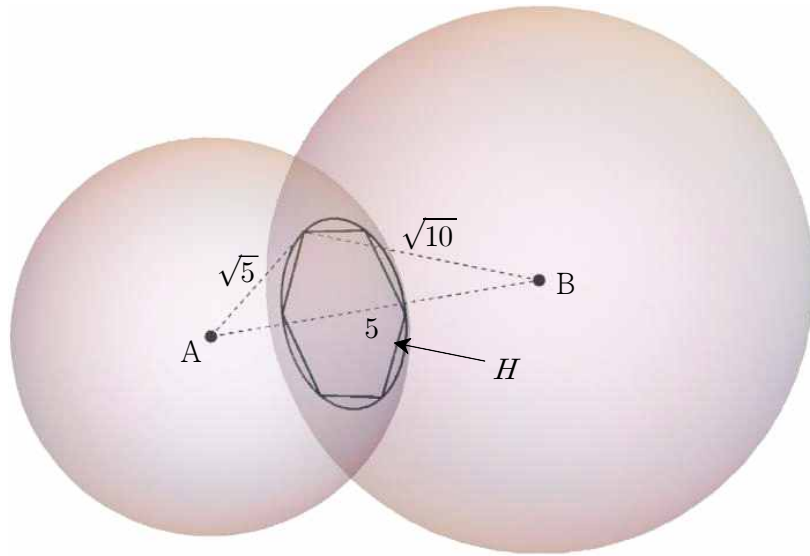
이 성립할 때, 다음 물음에 각각 답하시오.

(1-1) $f(-1)$ 과 $f(1)$ 의 값을 각각 구하시오. (60점)

(1-2) $c = \frac{1}{2}$ 일 때, $P\left(-1 \leq X \leq \frac{1}{2}\right)$ 을 구하시오. (60점)

(1-3) 관계식 ①이 성립할 때, 가능한 c 의 최댓값과 최솟값을 구하시오. (60점)

[문제 2] 반지름의 길이가 $\sqrt{5}$ 인 구 S_1 과 반지름의 길이가 $\sqrt{10}$ 인 구 S_2 가 있다. 두 구의 중심점을 각각 A, B 라 할 때, 선분 AB의 길이는 5이다. 두 구가 만나서 생기는 원 C 에 내접하는 정육각형 H 위를 움직이는 두 점을 P, Q 라 할 때, 다음 물음에 각각 답하시오.



(2-1) 원 C 의 반지름의 길이를 구하시오. (60점)

(2-2) 벡터 $\overrightarrow{AP} + \overrightarrow{BQ}$ 의 크기 $|\overrightarrow{AP} + \overrightarrow{BQ}|$ 의 최댓값을 구하시오. (60점)

(2-3) 점 P 가 정육각형 H 의 한 변을 2:1로 내분하는 점일 때, $|\overrightarrow{AP} + \overrightarrow{BQ}|$ 의 최댓값을 구하시오. (60점)

[문제 3] 사차함수 $f(x)$ 와 함수 $g(x) = \int_0^x f(t)e^{-f(t)} dt$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(x)$ 의 최고차항의 계수는 1이다.

(나) $g'(0) = \frac{1}{e}$

(다) 집합 $\{x | g''(x) = 0 \text{ 이고 } x \text{는 실수}\}$ 의 원소의 개수는 1이다.

다음 물음에 각각 답하시오.

(3-1) 함수 $h(x) = xe^{-x}$ 의 도함수와 이계도함수를 이용하여 좌표평면에 곡선 $y = h(x)$ 의 개형을 그리시오. 또한, 함수의 극값과 곡선의 변곡점의 좌표를 구하시오. (60점)

(3-2) $f(0)$ 을 구하시오. (60점)

(3-3) 함수 $f(x)$ 로 가능한 것을 모두 구하시오. (60점)

(3-4) $\int_{-1}^1 f(x) dx$ 의 최솟값을 구하시오. (60점)