

**2016학년도 부산대학교 수시모집 논술전형
논술고사(자연계) 문제지**

지원학과(학부)		수험번호	성명
----------	--	------	----

【유의사항】

1. 시험시간은 100분입니다.
2. 답안은 답안지의 해당 문항 번호에 연필 또는 샤프로 작성하시오.
3. 답안을 수정할 때는 지우개를 사용하시오.
4. 문항 번호를 쓰고, 답을 작성하시오.
5. 학교명, 성명 등 자신의 신상에 관련된 사항은 답안에 드러내지 마시오.
6. 답안 연습은 연습지를 활용하시오.
7. 답안지, 연습지 및 문제지에 필요한 인적사항을 기입하였는지 확인하시오.

- ※ 각 **【문항】**의 제시문을 이용하여 문제에 답하시오.
 ※ 모든 서술과정의 각 단계에서 근거와 이유를 명확히 밝히시오.

【문항 1】

【제시문】

(가) 열린 구간 (a, b) 에서 정의된 함수 $f(x)$ 의 그래프 위에 있는 임의의 두 점 P, Q에 대하여 P, Q 사이에 있는 그래프 부분이 선분 PQ보다 아래쪽에 있으면 함수 $f(x)$ 의 그래프는 구간 (a, b) 에서 **아래로 볼록하다**고 한다.

(나) 좌표평면 위의 두 점 $P(x_1, y_1)$, $Q(x_2, y_2)$ 를 잇는 선분 PQ를 $m:n$ ($m > 0, n > 0$)으로 내분하는 점의 좌표는

$$\left(\frac{mx_2 + nx_1}{m+n}, \frac{my_2 + ny_1}{m+n} \right)$$

이다.

(다) 두 함수 $f(x), g(x)$ 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \alpha$, $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = \beta$ (α, β 는 실수)이고, a 를 포함하는 열린 구간 내의 모든 x 에서 $f(x) \leq g(x)$ 이면 $\alpha \leq \beta$ 이다.

【문제】 열린 구간 (a, b) 에서 정의된 함수 $f(x)$ 의 그래프가 아래로 볼록하다고 할 때, 다음 물음에 답하시오.

1-1. 구간 (a, b) 에 속하는 임의의 p, q 와 $0 \leq t \leq 1$ 인 임의의 t 에 대하여 부등식

$$f((1-t)p + tq) \leq (1-t)f(p) + tf(q)$$

가 성립함을 보이시오. (10점)

1-2. 함수 $f(x)$ 가 구간 (a, b) 에서 미분가능하다고 할 때, 이 구간에 속하는 임의의 p, q 에 대하여 부등식

$$f(q) \geq f(p) + f'(p)(q-p)$$

가 성립함을 보이시오. (20점)

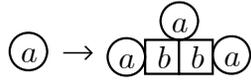
(뒷면에 계속)

【문항 2】

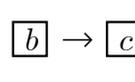
[제시문]

생물 세포의 성장을 모방하여 성장모델을 다음과 같은 방법으로 만들었다.
 성장모델에서 각각의 세포는 매 단계마다 아래의 규칙들을 따라 분열하거나 바뀐다.
 아래 규칙에서 \textcircled{a} , \textcircled{b} , \textcircled{c} , \textcircled{d} 는 각각 한 개의 세포를 나타낸다.

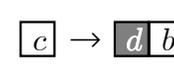
[규칙 1] 세포 \textcircled{a} 는 <그림 1> 과 같이 5개의 세포 \textcircled{a} , \textcircled{a} , \textcircled{a} , \textcircled{b} , \textcircled{b} 로 분열한다.
 [규칙 2] 세포 \textcircled{b} 는 <그림 2> 와 같이 세포 \textcircled{c} 로 바뀐다.
 [규칙 3] 세포 \textcircled{c} 는 <그림 3> 과 같이 2개의 세포 \textcircled{b} , \textcircled{d} 로 분열한다.
 [규칙 4] 세포 \textcircled{d} 는 <그림 4> 와 같이 더 이상 분열하지도, 바뀌지도 않는다.



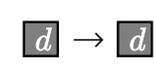
<그림 1>



<그림 2>

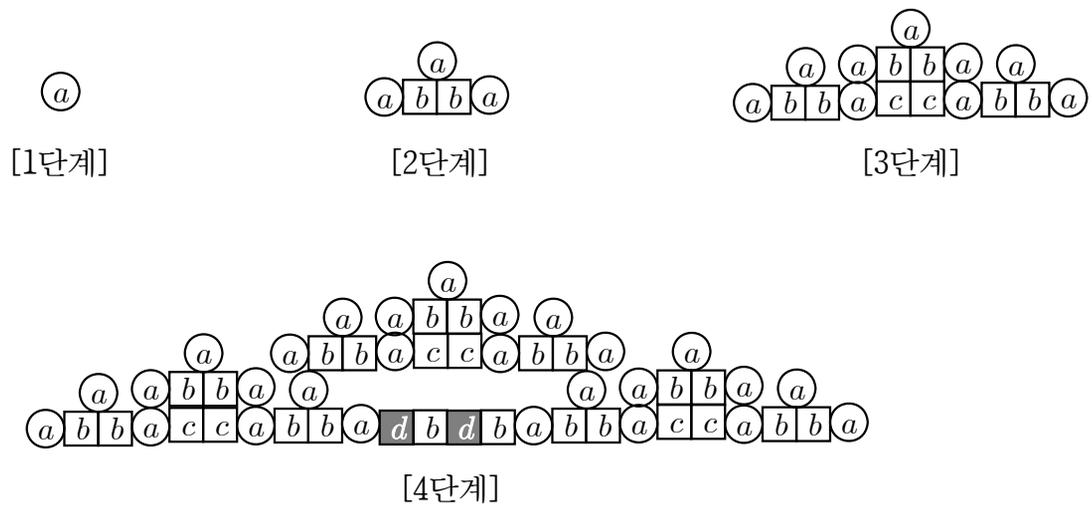


<그림 3>



<그림 4>

다음은 세포 \textcircled{a} 의 성장과정을 규칙에 따라 [1단계]에서 [4단계]까지 나타낸 것이다.



[문제] 1 개의 세포 \textcircled{a} 로부터 시작한 성장모델의 [n 단계]에서 나타나는 \textcircled{a} 의 개수를 A_n 이라 하고, \textcircled{b} 의 개수와 \textcircled{c} 의 개수, \textcircled{d} 의 개수의 합을 B_n 이라고 할 때, 다음 물음에 답하시오.

2-1. B_6 의 값을 구하시오. (15점)

2-2. $B_{n+2} = pB_n + qA_n + r$ (n 은 짝수) 일 때, 상수 p, q, r 의 값을 구하시오. (20점)

(다음 장에 계속)

【문항 3】

[제시문]

(가) 두 벡터 $\vec{a} = (a_1, a_2, a_3)$ 과 $\vec{b} = (b_1, b_2, b_3)$ 이 이루는 각의 크기를 θ ($0 \leq \theta \leq \pi$) 라고 할 때,

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3 = |\vec{a}| |\vec{b}| \cos \theta$$

이다.

(나) 좌표공간에서 원점 $O(0,0,0)$ 이 중심인 구 위의 임의의 두 점 A, B 에 대하여 두 벡터 \vec{OA}, \vec{OB} 가 이루는 각을 두 점 A 와 B 의 **사이각**이라고 하자.

[문제] 좌표공간에서 원점 O 가 중심이고 반지름이 1인 구 위의 두 점 $N(0,0,1)$ 과 $E(1,0,0)$ 에 대하여, 점 N 과의 사이각이 $\frac{\pi}{4}$ 인 구 위의 점들 중에서 x 좌표가 가장 큰 점을 P_0 이라고 하고, 점 E 와의 사이각이 $\frac{\pi}{4}$ 인 구 위의 점들 중에서 y 좌표가 가장 큰 점을 Q_0 이라고 할 때, 다음 물음에 답하시오.

3-1. 두 점 P_0 과 Q_0 의 좌표를 각각 구하시오. (10점)

3-2. 점 P 는 P_0 에서 출발하여 z 축을 회전축으로 하여 일정한 각속도 ω ($\omega > 0$) 로 한 바퀴 회전하고, 점 Q 는 Q_0 에서 출발하여 x 축을 회전축으로 하여 점 P 와 같은 각속도로 한 바퀴 회전한다. 움직이고 있는 두 점 P 와 Q 의 사이각의 크기의 최솟값을 α 라 할 때, $\cos \alpha$ 의 값을 구하시오. (단, P 와 Q 는 동시에 출발하고, 점 P 는 출발할 때 y 좌표가 증가하는 방향으로, 점 Q 는 출발할 때 z 좌표가 증가하는 방향으로 움직인다.) (25점)

* 주의사항 : 문제지, 연습지, 답안지에 필요한 인적사항을 기입하였는지 확인하시오.