2016학년도 부산대학교 수시모집 논술전형
논 술 고 사(의학계) 문 제 지

지원학과(학부)		수험번호		성 명	

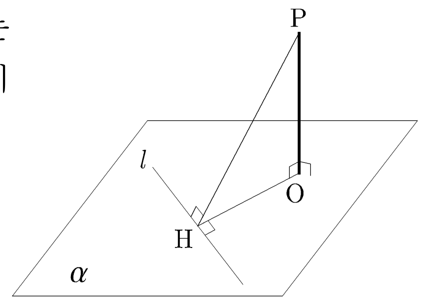
【유의사항】
1. 시험시간은 100분입니다.
2. 답안은 답안지의 해당 문항 번호에 연필 또는 샤프로 작성하시오.
3. 답안을 수정할 때는 지우개를 사용하시오.
4. 문항 번호를 쓰고, 답을 작성하시오.
5. 학교명, 성명 등 자신의 신상에 관련된 사항은 답안에 드러내지 마시오.
6. 답안 연습은 연습지를 활용하시오.
7. 답안지, 연습지 및 문제지에 필요한 인적사항을 기입하였는지 확인하시오.

※ 각【문항】의 제시문을 이용하여 문제에 답하시오.
※ 모든 서술과정의 각 단계에서 근거와 이유를 명확히 밝히시오.

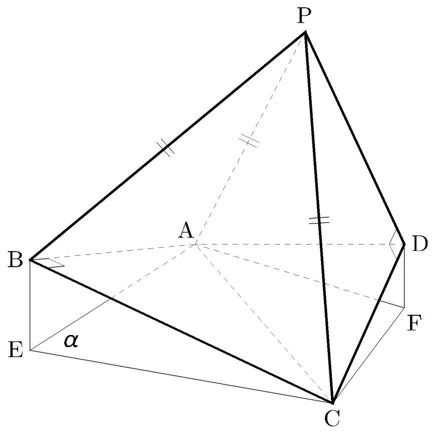
【문항 1】

[제시문]
(삼수선의 정리) 평면 α 위에 있지 않은 한 점 P와 평면 α 위에 있는 직선 l, 직선 l 위에 있는 한 점 H, 평면 α 위에 있으면서 직선 l 위에 있지 않은 점 O에 대하여 아래의 사실이 성립한다.

(1) $\overline{\mathrm{PO}} \perp \alpha$, $\overline{\mathrm{OH}} \perp l$ 이면 $\overline{\mathrm{PH}} \perp l$ 이다.
(2) $\overline{\mathrm{PO}} \perp \alpha$, $\overline{\mathrm{PH}} \perp l$ 이면 $\overline{\mathrm{OH}} \perp l$ 이다.
(3) $\overline{\mathrm{PH}} \perp l$, $\overline{\mathrm{OH}} \perp l$, $\overline{\mathrm{PO}} \perp \overline{\mathrm{OH}}$ 이면 $\overline{\mathrm{PO}} \perp \alpha$ 이다.



[문제] 아래 그림의 육면체 PABCD가 (1)~(6)의 성질들을 가진다고 할 때, 다음 물음에 답하시오.



(1) 점 P는 세 점 A, B, C로부터 같은 거리에 있다.
(2) $\overline{\mathrm{PD}}$는 평면 ACD 에 수직이다.
(3) $\angle\mathrm{ABC}$는 직각이다.
(4) 네 점 A, C, E, F는 한 평면 α 위에 놓여 있다.
(5) 직각삼각형 ABC와 삼각형 ACD가 평면 α와 이루는 각은 각각 $\frac{\pi}{6}$와 $\frac{\pi}{12}$이다.
(6) $\overline{\mathrm{BE}}$와 $\overline{\mathrm{DF}}$는 모두 평면 α에 수직이다.

1-1. 삼각형 ABC의 넓이를 S라 할 때, 부등식 $S \le \frac{1}{4}\overline{\mathrm{AC}}^{\,2}$가 성립함을 보이시오. (10점)

1-2. 점 B에서 $\overline{\mathrm{AC}}$에 이르는 거리를 x, 점 P에서 $\overline{\mathrm{AC}}$에 이르는 거리를 y라 하자. 사면체 PABC와 사면체 PACD의 부피가 같다고 할 때, x, y의 관계식을 구하시오. (25점)

(뒷면에 계속)

【문항 2】

[제시문]

(가) 열린 구간 (a,b)에서 정의된 함수 $f(x)$의 그래프 위에 있는 임의의 두 점 P, Q에 대하여 P, Q 사이에 있는 그래프 부분이 선분 PQ보다 위쪽에 있으면 함수 $f(x)$의 그래프는 구간 (a,b)에서 **위로 볼록하다**고 한다.

(나) 두 함수 $f(x), g(x)$에 대하여 $\lim_{x\to a} f(x) = \alpha$, $\lim_{x\to a} g(x) = \beta$ (α, β는 실수)이고, a를 포함하는 열린 구간 내의 모든 x에서 $f(x) \le g(x)$이면 $\alpha \le \beta$이다.

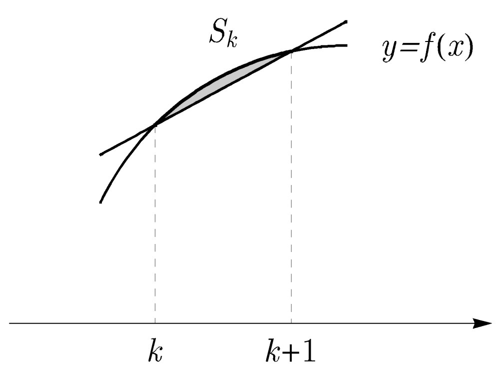
[문제] 다음 물음에 답하시오.

2-1. 열린 구간 (a,b)에서 함수 $f(x)$가 미분가능하고 함수 $f(x)$의 그래프가 위로 볼록하다고 할 때, 구간 (a,b)에 속하는 임의의 r, t $(r<t)$에 대하여 부등식

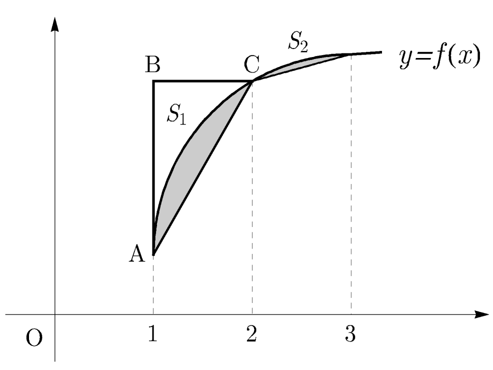
$$f'(t) \le \frac{f(t)-f(r)}{t-r} \le f'(r)$$

가 성립함을 보이시오. (15점)

2-2. 구간 $[1,\infty)$에서 연속이고 구간 $(1,\infty)$에서 미분가능한 함수 $f(x)$의 그래프가 위로 볼록하고, 모든 x $(x>1)$에서 $f'(x)>0$라고 하자. 아래 <그림 1>과 같이 두 점 $(k, f(k))$와 $(k+1, f(k+1))$을 지나는 직선과 곡선 $y=f(x)$ 사이의 영역의 넓이를 S_k라 하고, 아래 <그림 2>와 같이 세 점 $\mathrm{A}(1, f(1))$, $\mathrm{B}(1, f(2))$, $\mathrm{C}(2, f(2))$를 꼭짓점으로 하는 삼각형의 넓이를 M이라 할 때, 모든 자연수 n에 대하여 $\sum_{k=1}^{n} S_k < M$가 성립함을 보이시오. (15점)



<그림1>



<그림2>

(다음 장에 계속)

【문항 3】

[제시문]

(가) 수열 $\{a_n\}$에 대하여 $b_n = a_{n+1} - a_n$으로 정해지는 수열 $\{b_n\}$을 $\{a_n\}$의 **계차수열**이라 한다.

(나) 수열 $\{a_n\}$에 대하여 첫째항과 이웃하는 항들 사이의 관계식으로 수열을 정의하는 것을 수열의 **귀납적 정의**라 한다. 예를 들면, 수열 $\{n!\}$에 대한 귀납적 정의는 다음과 같다.

$$a_1 = 1, \quad a_{n+1} = (n+1)\,a_n \quad (n = 1, 2, 3, \cdots)$$

(다) 임의의 실수 α, β에 대하여

$$\int_0^x t^n(\alpha + \beta \ln t)\,dt = \frac{x^{n+1}}{n+1}\left[\alpha + \frac{\beta}{n+1}\{-1 + (1+n)\ln x\}\right] \qquad (n = 1, 2, 3, \cdots)$$

이 성립한다.

(라) 등식 $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \frac{\ln(n+1)}{\sum_{m=1}^{n} \frac{1}{m+1}} = 1$ 이 성립한다.

[문제] 모든 실수 $x\,(x \geq 0)$에 대하여 $f_1(x),\ f_2(x),\ \cdots,\ f_n(x),\ \cdots$ 를 귀납적으로

$$f_1(x) = \begin{cases} 0 & (x = 0) \\ x \ln x & (x > 0) \end{cases}, \qquad f_{n+1}(x) = \int_0^x f_n(t)\,dt$$

로 정의하고, $c_n = -f_n(1)\ (n = 1, 2, 3, \cdots)$이라고 할 때, 다음 물음에 답하시오.

3-1. c_2와 c_3 의 값을 각각 구하시오. (15점)

3-2. $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \frac{(n!)\,c_n}{\ln n}$의 값을 구하시오. (20점)

* 주의사항 : 문제지, 연습지, 답안지에 필요한 인적사항을 기입하였는지 확인하시오.