

# <자연계열>

## 2019학년도 수시전형 논술고사 출제배경 및 해설



SEOULTECH

서울과학기술대학교

SEOUL NATIONAL UNIVERSITY OF SCIENCE & TECHNOLOGY

## [문제 1]

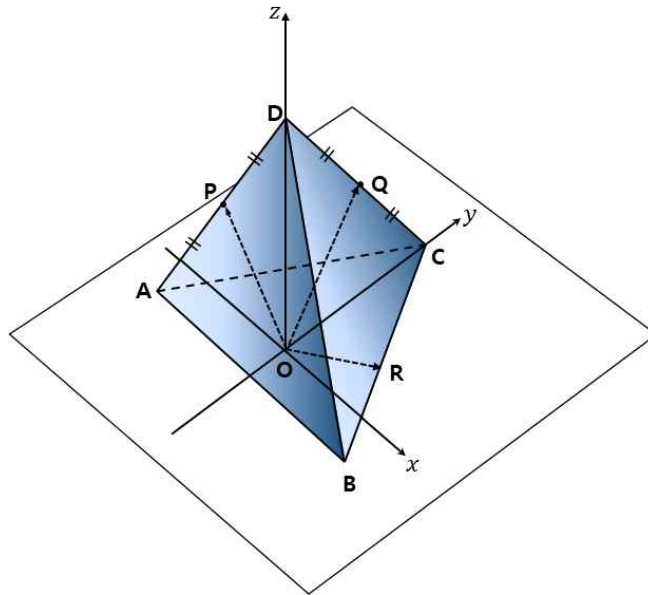
### 1. 출제배경

3차원 도형은 공간좌표 또는 벡터를 이용하여 해석할 수 있다. 이를 바탕으로 두 변의 각도 추정을 위한 벡터와 점과 평면의 거리 등의 지식을 활용하는 문제이다.

각 문항별 출제 의도는 다음과 같다.

- [1.1] 선분위의 임의의 점을 벡터 또는 공간좌표를 이용하여 풀이할 수 있는지 확인한다. 또한 두 직선이 수직일 때 벡터의 내적이 0인 조건 혹은 피타고라스 정리를 이용할 수 있는지 평가한다.
- [1.2] 공간좌표를 이용하여 평면의 방정식을 찾고 점과 평면과의 거리를 구할 수 있는지 평가한다.
- [1.3] 공간좌표를 이용하여 한 점에서 만나는 두 선분의 각도를 구하는 문제이다. 두 벡터의 값을 토대로  $\cos\theta$  값을 구할 수 있는지 평가한다.

### 2. 예시답안 및 해설



[1.1] 삼각형 ABC는 한 모서리의 길이가 6이므로 좌표공간에서 세 점 A, B, C의 좌표는 각각  $(-3, -\sqrt{3}, 0)$ ,  $(3, -\sqrt{3}, 0)$ ,  $(0, 2\sqrt{3}, 0)$  이다. 사면체의 높이를  $h$  라고 가정하면 꼭짓점 D의 좌표는  $(0, 0, h)$  이다.

점 P는 AD의 중점이고 점 Q는 선분 CD의 중점이므로 두 점 P, Q의 좌표는  $\left(-\frac{3}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{h}{2}\right)$ ,  $\left(0, \sqrt{3}, \frac{h}{2}\right)$  이다.

$\overrightarrow{OQ}$ 와  $\overrightarrow{OP}$ 가 수직이므로

$$\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{OQ} = \left(-\frac{3}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{h}{2}\right) \cdot \left(0, \sqrt{3}, \frac{h}{2}\right) = 0 - \frac{3}{2} + \frac{h^2}{4} = 0 \text{ 이다.}$$

따라서  $h = \sqrt{6}$  이다.

(별해)

삼각형 ABC는 한 모서리의 길이가 6이므로 좌표공간에서 세 점 A, B, C의 좌표는 각각  $(-3, -\sqrt{3}, 0)$ ,  $(3, -\sqrt{3}, 0)$ ,  $(0, 2\sqrt{3}, 0)$  이다. 사면체의 높이를  $h$ 라고 가정하면 꼭짓점 D의 좌표는  $(0, 0, h)$  이다.

점 P는 AD의 중점이고 점 Q는 선분 CD의 중점이므로 두 점 P, Q의 좌표는  $(-\frac{3}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{h}{2})$ ,  $(0, \sqrt{3}, \frac{h}{2})$  이고  $\overline{PQ}$ 의 길이는 밑변 길이의  $\frac{1}{2}$ 이므로 3이다.

따라서  $\overline{OP}^2 + \overline{OQ}^2 = 3^2$  이므로

$$\left\{ \left(-\frac{3}{2}\right)^2 + \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(\frac{h}{2}\right)^2 \right\} + \left\{ 0^2 + (\sqrt{3})^2 + \left(\frac{h}{2}\right)^2 \right\} = 3^2 \text{ 이다.}$$

$$\therefore h = \sqrt{6}$$

[1.2] 삼각형 ABC는 한 모서리의 길이가 6이므로 좌표공간에서 세 점 A, B, C의 좌표는 각각  $(-3, -\sqrt{3}, 0)$ ,  $(3, -\sqrt{3}, 0)$ ,  $(0, 2\sqrt{3}, 0)$  이다. 사면체의 높이가 6이므로 꼭짓점 D의 좌표는  $(0, 0, 6)$  이다. 삼각형 BCD와  $x$ 축이 만나는 점을 S라 하면 이 점의 좌표는  $(2, 0, 0)$  이다.

따라서 삼각형 BCD를 지나는 평면의 방정식은 다음과 같다.

$$\frac{x}{2} + \frac{y}{2\sqrt{3}} + \frac{z}{6} = 1 \Rightarrow \frac{1}{2}x + \frac{\sqrt{3}}{6}y + \frac{1}{6}z - 1 = 0$$

이 평면과 원점과의 거리를 구하면 다음과 같다.

$$d = \frac{|-1|}{\sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{6}\right)^2 + \left(\frac{1}{6}\right)^2}} = \frac{6\sqrt{13}}{13}$$

(별해)

사면체의 부피는  $V = \frac{1}{3} \times \left(\frac{\sqrt{3}}{4} \times 6^2\right) \times 6 = 18\sqrt{3}$  이다.

삼각형 BCD에서 점 D와 선분 BC의 거리는  $\sqrt{(4\sqrt{3})^2 - 3^2} = \sqrt{39}$  이다.

삼각형 BCD를 밑면으로 하고 점 A를 꼭짓점으로 하는 사면체의 높이를  $k$ 라 하면 사면체의 부피는 다음과 같다.

$$V = \frac{1}{3} \times \left(\frac{1}{2} \times 6 \times \sqrt{39}\right) \times k$$

따라서  $k = \frac{18\sqrt{13}}{13}$  이므로 무게중심 O와 삼각형 BCD와의 거리는  $\frac{6\sqrt{13}}{13}$  이다.

[1.3] 정사면체이므로 세 점 A, B, C의 좌표는  $(-3, -\sqrt{3}, 0)$ ,  $(3, -\sqrt{3}, 0)$ ,  $(0, 2\sqrt{3}, 0)$  이고 점 D의 좌표는 다음과 같다.

$$\overline{CD}^2 = \overline{OD}^2 + \overline{OC}^2 \Rightarrow 6^2 = a^2 + (2\sqrt{3})^2 \Rightarrow a = 2\sqrt{6}, a = 2\sqrt{6}$$

D  $(0, 0, 2\sqrt{6})$ 이므로 점 P의 좌표는  $(-\frac{3}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2}, \sqrt{6})$  이다.

선분 BC와  $x$ 축의 교점을 점 E라 하면 좌표는  $(2, 0, 0)$ 이 된다.

이 경우  $\overline{OR}$ 은 다음과 같다.

$$\begin{aligned}\overrightarrow{OR} &= \overrightarrow{OC} + t\overrightarrow{CE} = \overrightarrow{OC} + t(\overrightarrow{OE} - \overrightarrow{OC}) = (0, 2\sqrt{3}, 0) + t(2, -2\sqrt{3}, 0) \\ &= (2t, 2\sqrt{3}(1-t), 0)\end{aligned}$$

그런데  $\angle POR = 120^\circ$  이므로

$$\cos\theta = \frac{\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{OR}}{|\overrightarrow{OP}| |\overrightarrow{OR}|} = \frac{-3t - 3(1-t) + 0}{\sqrt{\left(-\frac{3}{2}\right)^2 + \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2} + (\sqrt{6})^2 \times \sqrt{(2t)^2 + (2\sqrt{3}(1-t))^2}} = -\frac{1}{2} \text{ 이다.}$$

정리하면  $2t^2 - 3t + 1 = 0$ ,  $\therefore t = \frac{1}{2}, 1$  이다.

따라서 점 R의 좌표는  $(2, 0, 0)$  또는  $(1, \sqrt{3}, 0)$  이다.

(별해)

정사면체이므로 세 점 A, B, C의 좌표는  $(-3, -\sqrt{3}, 0), (3, -\sqrt{3}, 0), (0, 2\sqrt{3}, 0)$  이고 점 D의 좌표는 다음과 같다.

$$\overline{CD}^2 = \overline{OD}^2 + \overline{OC}^2 \Rightarrow 6^2 = a^2 + (2\sqrt{3})^2 \Rightarrow a = 2\sqrt{6}, a = 2\sqrt{6}$$

D  $(0, 0, 2\sqrt{6})$  이므로 점 P의 좌표는  $\left(-\frac{3}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2}, \sqrt{6}\right)$  이다.

점 R은 선분 BC 위의 임의의 점인데  $xy$  평면( $z=0$ )에 있으므로 점 R의 좌표를  $(a, b, 0)$ 로 가정한 다. 점 R은 직선 BC 위에 있으므로 직선 BC의 수식은 다음과 같다.

$$\frac{x}{2} + \frac{y}{2\sqrt{3}} = 1$$

따라서 점 R은 다음 수식을 만족한다.

$$\frac{a}{2} + \frac{b}{2\sqrt{3}} = 1 \quad (1)$$

그런데  $\angle POR = 120^\circ$  이므로

$$\cos\theta = \frac{\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{OR}}{|\overrightarrow{OP}| |\overrightarrow{OR}|} = \frac{-\frac{3}{2}a - \frac{\sqrt{3}}{2}b}{\sqrt{\left(-\frac{3}{2}\right)^2 + \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2} + (\sqrt{6})^2 \times \sqrt{a^2 + b^2}} = -\frac{1}{2} \text{ 이다.}$$

정리하면  $b(b - \sqrt{3}a) = 0$  이 되어,  $b = 0$  또는  $b = \sqrt{3}a$  이다.

이 결과를 수식 (1)에 대입하면 점 R의 좌표는 각각  $(2, 0, 0), (1, \sqrt{3}, 0)$  이다.

### 3. 출제근거

「공간벡터」, 『고등학교 수능특강, 기하와 벡터』, EBS, 2018, 84~95쪽.

「2019년도 논술전형 모의고사: 자연계열-오프라인」, 『2019 서울과학기술대학교 논술가이드북』, 서울과학기술대학교, 41, 46, 47쪽.

## [문제 2]

### 1. 출제배경

현상을 설명하는 내용을 이해하고 이를 수학적 언어로 서술하여 답하는 문제이다. 또한 일상생활에서 여러 가지 문제를 수학적으로 해결하는 능력을 물어보는 문제이다.

각 문항별 출제 의도는 다음과 같다.

- [2.1] 변수를 적절히 도입하고 제시문을 활용하여 주어진 상황을 함수로 나타낼 수 있는지, 두 곡선이 접할 경우 하나의 해를 갖는다는 것을 이해하는지 평가한다.  
 [2.2] 원이 1회전을 하면서 움직이는 거리가 원주라는 것을 추론할 수 있는지 평가한다.  
 [2.3] 함수와 도형 형상을 잘 관찰하고 도형의 성질을 이용하여 공간의 넓이를 구할 수 있는지 평가한다.

### 2. 예시답안 및 해설

[2.1] 원은 포물선과 접하게 될 때 멈춘다.

이때 원의 중심 좌표를  $(m, 0)$ 이라고 한다면 원의 방정식은  $(x - m)^2 + y^2 = 4$  이고,

이 식에 포물선 방정식( $x = y^2, y \geq 0$ )을 적용하면 다음과 같다.

$(x - m)^2 + x = 4$  이고 이를 전개하면  $x^2 + (1 - 2m)x + m^2 - 4 = 0$  이 된다.

포물선과 원이 접할 때  $x$ 에 대해 하나의 해를 가지기 때문에 근의 공식에서 판별식의 값이 0이다.

$(1 - 2m)^2 - 4(m^2 - 4) = 0$  의 방정식을 풀면  $-4m + 17 = 0, m = \frac{17}{4}$  이 된다.

따라서 원의 중심은  $(\frac{17}{4}, 0)$ 이다.

$x^2 + (1 - 2m)x + m^2 - 4 = 0$  이 되는 식에  $m$ 값을 적용하면  $x^2 - \frac{15}{2}x + \frac{225}{16} = (x - \frac{15}{4})^2 = 0$  이 된다.

따라서 원과 포물선의 교점은  $(\frac{15}{4}, \frac{\sqrt{15}}{2})$ 이다.

(별해)

원과 포물선이 접할 때 원의 중심 좌표를  $(m, 0)$ , 교점 좌표를  $(t, \sqrt{t})$ 라 하면 원의 중심과 교점을 잇는 선의 기울기  $a = \frac{-\sqrt{t}}{m - t}$  이고, 포물선의 교점에서 접선 기울기  $b = \frac{1}{2\sqrt{t}}$  이다. 이 두 기울기가

서로 수직이므로  $ab = -1$ , 즉  $m = t + \frac{1}{2}$  (또는  $m - t = \frac{1}{2}$ ) 이다.

원의 중심, 교점, 교점에서  $x$ 축에 내린 수선의 발로 연결되는 직각 삼각형에 대해 피타고라스 정리를 적용하면  $\sqrt{(m - t)^2 + (0 - \sqrt{t})^2} = 2$  이므로  $t = \frac{15}{4}, m = \frac{17}{4}$  이다.

따라서 원의 중심은  $(\frac{17}{4}, 0)$ , 원과 포물선의 교점은  $(\frac{15}{4}, \frac{\sqrt{15}}{2})$ 이다.

[2.2] 원이 1회전을 할 때 원의 중심이 이동하는 거리는  $4\pi (= 2\pi r)$  이다.

따라서 원 중심의 이동속도는 초당  $4\left(= \frac{4\pi}{\pi}\right)$  이다.

원 중심의 총 이동거리가  $\frac{23}{4}\left(= 10 - \frac{17}{4}\right)$  이므로 이동  $\frac{23}{16}\left(= \frac{23}{4} \div 4\right)$  초이다.

A점은  $\pi$  초 동안  $2\pi$ 를 회전하므로  $\frac{23}{16}$  초 동안에는 총  $\frac{23}{8}\left(= \frac{2\pi}{\pi} \times \frac{23}{16}\right)$ 을 회전하게 된다.

이는  $\pi (= 3.14)$  보다 작으므로  $\angle OCA = \pi - \frac{23}{8}$  이다.

[2.3] 원점과 접점이 마주보는 꼭짓점으로 하는 직사각형 넓이(A) =  $\frac{15}{4} \times \frac{\sqrt{15}}{2} = \frac{15\sqrt{15}}{8}$

포물선과 y축 사이의 넓이(B) =  $\int_0^{\frac{\sqrt{15}}{2}} y^2 dy = \left(\frac{\sqrt{15}}{2}\right)^3 \div 3 = \frac{15\sqrt{15}}{24} = \frac{5\sqrt{15}}{8}$

x축과 각도  $\alpha$ 를 갖는 부채꼴의 넓이(C) =  $\frac{1}{2} \times 2^2 \times \alpha = 2\alpha$

직사각형(S)와 교차하지 않는 부채꼴 부분의 넓이(D) =  $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{15}}{2} = \frac{\sqrt{15}}{8}$

따라서 둘러싸인 부분의 넓이는 (S)-(B)-((C)-(D)) =  $\frac{15\sqrt{15}}{8} - \frac{5\sqrt{15}}{8} - 2\alpha + \frac{\sqrt{15}}{8} = \frac{11\sqrt{15}}{8} - 2\alpha$

(별해)

포물선과 x축 사이의 넓이(E) =  $\int_0^{\frac{15}{4}} \sqrt{x} dx = \frac{2}{3} \left(\frac{15}{4}\right)^{\frac{3}{2}} = \frac{2}{3} \frac{15\sqrt{15}}{4\sqrt{4}} = \frac{30\sqrt{15}}{24} = \frac{10\sqrt{15}}{8}$

x축과 각도  $\alpha$ 를 갖는 부채꼴의 넓이(C) =  $\frac{1}{2} \times 2^2 \times \alpha = 2\alpha$

직사각형(S)와 교차하지 않는 부채꼴 부분의 넓이(D) =  $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{15}}{2} = \frac{\sqrt{15}}{8}$

따라서 둘러싸인 부분의 넓이는 (E)-((C)-(D)) =  $\frac{10\sqrt{15}}{8} - 2\alpha + \frac{\sqrt{15}}{8} = \frac{11\sqrt{15}}{8} - 2\alpha$

### 3. 출제근거

「이차방정식과 이차함수」, 『고등학교 수학 I』, 동아출판, 2016, 80~88쪽.

「원의 방정식」, 『고등학교 수학 I』, 동아출판, 원의 방정식, 2016, 184~188쪽.

「평행이동」, 『고등학교 수학 I』, 동아출판, 원의 방정식, 2016, 204~206쪽.

「삼각함수의 뜻과 그래프」, 『고등학교 수능특강 미적분 II』, EBS, 2018, 28~29쪽.

「정적분의 활용」, 『고등학교 수능특강 미적분 II』, EBS, 2018, 100~102쪽.

「이차곡선」, 『고등학교 수능특강 기하와 벡터』, EBS, 2018, 4~5쪽.

「평면 곡선의 접선」, 『고등학교 수능특강 기하와 벡터』, EBS, 2018, 18~20쪽.

## [문제 3]

### 1. 출제배경

수학은 최첨단 과학의 핵심적 도구이지만 첨단 과학에 사용하는 수학 원리는 예상외로 간단한 경우가 많다. 예를 들어 머신러닝, 블록체인 등과 같이 현재 유행하는 컴퓨터/통신 기법에 쓰인 수학 원리가 그렇다. 현재까지 알려진 컴퓨터 기술 중에 최정점인 양자컴퓨터의 기본적인 알고리즘은 고등학교 교육과정에서 배우는 수학으로 충분히 이해할 수 있다. 고교과정에서 배우는 기본적인 대칭이동, 벡터와 도형, 확률론이 양자컴퓨터라는 첨단 과학에 어떻게 사용되었는지를 살펴보는 문제이다. 이 문제를 통해 복잡해 보이는 과학과 첨단기술 속에 숨어있는 수학 원리의 핵심을 파악하는 능력을 갖추었는지 평가한다.

각 문항별 출제 의도는 다음과 같다.

- [3.1] 확률의 곱셈정리에 대한 이해도를 평가한다.  
 [3.2] 대칭이동과 벡터의 기하학적 원리에 대한 이해도를 평가한다.  
 [3.3] 평면기하학에 대한 이해도를 평가한다.  
 [3.4] 단계별 분석과정을 통해 얻은 지식들을 종합하여 최종 결론을 이끌어 내는 능력을 평가한다.

### 2. 예시답안 및 해설

[3.1]  $N$ 개의 데이터가 있을 때  $k$ 번째 검색에서 원하는 자료를 찾으려면, 첫 번째 검색부터  $k-1$ 번째 검색까지 원하는 자료가 나오지 않아야 한다. 첫 번째에서 검색에 실패할 확률  $q_1 = 1 - \frac{1}{N} = \frac{N-1}{N}$

이며 첫 번째에 이어 두 번째 검색에서도 원하는 데이터를 얻지 못할 확률은

$$q_2 = q_1 \times \left(1 - \frac{1}{N-1}\right) = \frac{N-1}{N} \times \frac{N-2}{N-1} = \frac{N-2}{N} \text{ 이다.}$$

이와 같이 연속해서  $k-1$ 번째까지 원하는 데이터를 얻지 못할 확률은 다음과 같다.

$$q_{k-1} = q_{k-2} \times \left(1 - \frac{1}{N-(k-2)}\right) = \left(\frac{N-1}{N}\right)\left(\frac{N-2}{N-1}\right)\left(\frac{N-3}{N-2}\right) \cdots \left(\frac{N-(k-1)}{N-(k-2)}\right) = \left(\frac{N-(k-1)}{N}\right)$$

이를 이용하여  $k$ 번째에 데이터를 찾을 확률은 확률의 곱셈정리를 통하여 다음과 같이 구한다.

$$p_k = q_{k-1} \times \frac{1}{N-(k-1)} = \left(\frac{N-(k-1)}{N}\right)\left(\frac{1}{N-(k-1)}\right) = \frac{1}{N}$$

검색 완료까지의 횟수의 대한 기댓값은  $\sum_{k=1}^N k \times p_k = \sum_{k=1}^N k \times \frac{1}{N} = \frac{N(N+1)}{2} \times \frac{1}{N} = \frac{N+1}{2}$  이다.

[3.2] 제시문 (다)에서  $N=4$ 일 때, 선분 OS와  $x$ 축 사이의 각도  $\theta$ 는  $\sin\theta = \frac{1}{2}$ 을 만족하므로

$\theta = \frac{\pi}{6}$  이다. 따라서 점 S의 좌표  $(\cos\theta, \sin\theta) = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right)$  이다.  $G_5$ 연산을 처음 수행할 때, 점  $Q_0$ 의

위치는 점 S와 같으므로 점  $Q_0$ 을  $x$ 축 대칭이동 시킨 점  $Q_1$ 의 좌표는  $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{2}\right)$  이다. 점  $Q_2$ 와 점

$Q_1$ 은 선분 OS에 대하여 대칭이므로 제시문 (가)를 활용하여  $\overrightarrow{OQ_2} = 2(\overrightarrow{OS} \cdot \overrightarrow{OQ_1})\overrightarrow{OS} - \overrightarrow{OQ_1}$ 을 얻는다.

이를 이용하여 점  $Q_2$ 의 좌표를 구하기 위해  $\overrightarrow{OS} = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right)$  및  $\overrightarrow{OQ_1} = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{2}\right)$  을 넣어주면  $\overrightarrow{OQ_2} = (0,1)$  임을 알 수 있다. 점  $A_1$ 의 좌표는 점  $Q_2$ 의 좌표와 같으므로  $A_1$ 의 좌표는  $(0,1)$  이다. 따라서 확률  $p_1 = (\overrightarrow{OA_1} \cdot \vec{e}_2)^2 = 1$  이다.

(별해)

선분 OS와  $x$ 축 사이의 각도를  $\theta$ 는  $\sin\theta = \frac{1}{2}$ 을 만족하므로  $\theta = \frac{\pi}{6}$  이다.  $G_S$ 연산을 처음 수행할 때, 점  $Q_0$ 의 위치는 점 S와 같으므로 점  $Q_0$ 을  $x$ 축 대칭이동 시킨 점을  $Q_1$ 이라 하면,  $\angle SOQ_1 = \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{3}$  이다. 제시문 (가)에서 점  $Q_2$ 와 점  $Q_1$ 은 선분 OS에 대하여 대칭이므로  $\angle SOQ_2 = \angle SOQ_1 = \frac{\pi}{3}$  이다.

$\theta = \frac{\pi}{6}$  이므로 선분  $OQ_2$ 와  $x$ 축 사이의 각도는  $\angle SOQ_2 + \theta = \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{2}$  이다. 즉 점  $Q_2$ 는  $y$ 축 위에 있다. 즉  $Q_2$ 의 좌표는  $(0,1)$  이며, 첫  $G_S$ 연산 후에  $A_1 = Q_2$  이므로 점  $A_1$ 의 좌표 또한  $(0,1)$  이다. 따라서 확률  $p_1 = (\overrightarrow{OA_1} \cdot \vec{e}_2)^2 = 1$  이다.

[3.3] 선분  $OQ_0$ 과  $x$ 축 사이의 각도를  $\gamma$ 라고 하자. 점  $Q_1$ 은  $Q_0$ 을  $x$ 축에 대칭시킨 점이므로 선분  $OQ_1$ 과  $x$ 축 사이의 각도 역시  $\gamma$ 이다. 따라서 선분 OS와 선분  $OQ_1$ 이 이루는 각도  $\angle SOQ_1 = \theta + \gamma$  이다. 점  $Q_2$ 와  $Q_1$ 은 선분 OS에 대해 대칭이므로  $\angle SOQ_2 = \angle SOQ_1 = \theta + \gamma$  이다. 따라서 선분  $OQ_2$ 와  $x$ 축 사이의 각도는  $\angle SOQ_2 + \theta = 2\theta + \gamma$  이다. 선분  $OQ_0$ 과  $x$ 축 사이의 각도가  $\gamma$ 이므로 선분  $OQ_0$ 과 선분  $OQ_2$ 가 이루는 각도  $\alpha$ 는  $(2\theta + \gamma) - \gamma = 2\theta$  이다.

처음으로  $G_S$ 연산을 하는 경우는 점  $Q_0$ 을 S로 놓기 때문에 선분  $OA_1$ 이 선분 OS에 대해  $2\theta$ 만큼 시계 반대방향으로 회전하게 된다. 이와 같이  $G_S$ 연산을  $n$ 번 연속적으로 실행한 후에는 선분  $OA_n$ 은 선분 OS에 대해  $(2\theta) \times n$  만큼 시계 반대방향으로 회전하게 된다. 선분 OS와  $x$ 축 사이의 각도가  $\theta$  이므로 선분  $OA_n$ 과  $x$ 축과의 각도는  $(2\theta) \times n + \theta = (2n+1)\theta$  가 된다.

[3.4] 데이터를 찾을 확률이 최대인 지점은 점  $A_n$ 이  $y$ 축에 가장 가깝게 되는 곳이다. 즉 선분  $OA_n$ 과  $x$ 축과의 각도  $(2n+1)\theta$  가  $\frac{\pi}{2}$ 에 최대한 가까워야 된다.  $N = 2^{13}$ 일 때  $\sin\theta = \frac{1}{\sqrt{2^{13}}}$  이다. 문제의

조건에서  $\theta = 0.01$  이므로  $(2n+1)\theta = (2n+1) \times 0.01 \approx \frac{\pi}{2} = \frac{3.14}{2}$  를 만족하는  $n$ 을 구하면  $n = 78$  이다.

따라서, 양자컴퓨터가  $G_S$ 연산을 78번 반복한 후 탐색이 종료된다.

### 3. 출제근거

「확률의 곱셈정리」, 『확률과 통계』, 좋은책 신사고, 2016, 79~81쪽.

「선분의 내분점과 외분점」, 『수학 I』, 비상교육, 2016, 117~122쪽.

「대칭이동」, 『수학 I』, 비상교육, 2016, 160~162쪽.

「평면벡터의 성분」, 『수학 I』, 지학사, 2018, 81~83쪽.

「평면벡터의 내적」, 『수학 I』, 천재교육, 2016, 97~104쪽.

「삼각함수」, 『미적분 II』, 교학사, 2018, 55~89쪽.