<자연계열>

문제지

	학 교 명	
	성 명	
	휴대전화 번호	- -

2016학년도

논술전형 모의고사

□ 문제수 및 고사 시간

문제수	시 간	배점비율
4	2015. 5. 16.(토) 10:00~18:00(100분내)	각 문제당 총 점수의 25%.

□ 수험생 유의사항

- 답안지는 문제당 1장만 사용.
- 반드시 **검은색 필기구**만 사용(볼펜, 사인펜 사용가능, **연필, 샤프 사용 불가**).
- 문제지의 여백을 연습장으로 활용할 수 있습니다.
- **답안지를 수정할 경우 두 줄을 그어 수정하시오.**
- **답안 작성시 '0점' 처리 기준**
  - 답안지에 답 이외의 특정 표기나, 자신의 신원을 드러내는 표시를 할 경우.
  - 검은색 필기구로 작성하지 않은 경우.
  - 수정이 가능한 연필류로 작성한 경우.
  - 수정액 또는 수정테이프를 사용하여 수정한 경우.
  - 답안지의 지정된 구역을 벗어나 답안을 작성한 경우.

SEOULTECH
서울과학기술대학교
SEOUL NATIONAL UNIVERSITY OF SCIENCE & TECHNOLOGY

[문제 1] 다음 제시문을 읽고 물음에 답하시오.

(가) 포물선

평면 위의 한 정점 F와 점 F를 지나지 않는 한 정직선 l이 주어질 때, 점 F와 직선 l에 이르는 거리가 같은 점들의 집합을 포물선이라고 한다. 이때, 점 F를 포물선의 초점, 정직선 l을 포물선의 준선이라고 한다.

(나) 정적분과 넓이

닫힌 구간 $[a,b]$에서 연속인 함수 $y=f(x)$와 x축 및 두 직선 $x=a, x=b$로 둘러싸인 도형의 넓이를 S라고 할 때, 구간 $[a,b]$에서 $f(x) \geq 0$이면

$$S=\int_a^b f(x)dx$$

이다.

[1.1] 포물선 $y=x^2+x+1$의 초점과 준선을 구하시오.

[1.2] 포물선 $y=x^2+x+1$과 직선 $y=2015$의 교점을 $(\alpha,2015),(\beta,2015)$라 하자(단, $\alpha<\beta$). 이때, $\beta-\alpha$를 구하시오.

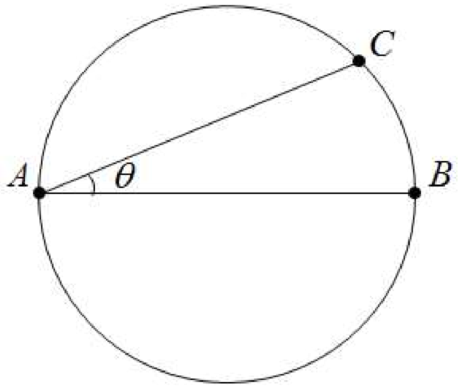
[1.3] 포물선 $y=x^2+x+1$과 직선 $y=2015$로 둘러싸인 영역의 넓이를 구하시오.

[문제 2] 다음 제시문을 읽고 물음에 답하시오.

(가) 부채꼴의 호의 길이
반지름의 길이가 r이고, 중심각의 크기가 θ인 부채꼴의 호의 길이를 l이라고 하면 $l = r\theta$이다.

(나) 극값을 가질 필요조건
미분가능한 함수 $f(x)$가 $x = a$에서 극값을 가지면 $f'(a) = 0$이다.

지름이 $2km$인 원 모양의 호수가 있다. 호수의 지름의 한쪽 끝 지점 A에서 출발하여 다른 쪽 끝 지점 B까지 가려고 한다. A에서 C까지는 속력이 일정한 배를 타고 직선으로 간 후 다시 C에서 B까지 호수 가장자리를 일정한 속력으로 자전거를 타고 간다고 하자.



[2.1] $\theta = \angle BAC$ $(0 < \theta < \frac{\pi}{2})$라 할 때 선분 AC의 길이와 호 CB의 길이를 θ로 나타내시오.

[2.2] 배의 속력을 v_1, 자전거의 속력을 v_2라 할 때 A에서 C를 거쳐 B까지 가는데 걸리는 시간을 θ에 관한 함수 $f(\theta)$로 나타내시오.

[2.3] 배의 속력이 시간당 $5km$라 하자. 자전거의 속력이 시간당 몇 km가 되면 $\theta = \frac{\pi}{6}$일 때 $f(\theta)$가 최대가 되는지 구하시오.

[문제 3] 다음 제시문을 읽고 물음에 답하시오.

(가) 벡터의 내적

벡터 $\vec{v}=(v_1,v_2,v_3)$, $\vec{w}=(w_1,w_2,w_3)$에 대해서, 두 벡터의 내적 $\vec{v}\cdot\vec{w}$는

$$\vec{v}\cdot\vec{w}=v_1w_1+v_2w_2+v_3w_3$$

로 정의한다. 특히 두 벡터가 수직일 필요충분조건은 $\vec{v}\cdot\vec{w}=0$이다.

(나) 평면의 방정식

점 (x_0,y_0,z_0)을 지나고, 영벡터가 아닌 벡터 (a,b,c)에 수직이 되는 평면의 방정식은

$$a(x-x_0)+b(y-y_0)+c(z-z_0)=0$$

이다.

S는 중심이 원점이고 반지름이 4인 구이고 T는 벡터 (1,1,1)과 수직이고 원점으로부터 거리가 3이 되는 평면이다.

[3.1] 평면 T의 방정식을 구하시오.

[3.2] 구 S와 평면 T가 만나서 생기는 원의 넓이를 구하시오.

[3.3] 위의 [3.2]에서 생기는 원을 수직이등분하는 평면의 방정식을 $ax+by+cz=d$로 나타내자. a,b,c,d가 정수일 때, $|a|+|b|+|c|+|d|$의 값을 최소로 하는 평면의 방정식을 구하시오.

[문제 4] 다음 제시문을 읽고 물음에 답하시오.

(가) 함수의 극한값에 관한 성질

α, β가 상수이고 $\lim_{x\to a} f(x) = \alpha$, $\lim_{x\to a} g(x) = \beta$일 때, 다음이 성립한다.

(1) $\lim_{x\to a} kf(x) = k\alpha$ (단, k는 상수)

(2) $\lim_{x\to a} [f(x) + g(x)] = \alpha + \beta$

(3) $\lim_{x\to a} f(x)g(x) = \alpha\beta$

위의 성질은 $x\to\infty$, $x\to -\infty$일 때도 성립한다.

(나) 지수함수의 극한

$a > 1$일 때 $\lim_{x\to\infty} a^x = \infty$이고, $0 < a < 1$일 때 $\lim_{x\to\infty} a^x = 0$이다.

(다) 연속성의 조건

함수 $f(x)$가 $x = a$에서 연속일 필요충분조건은 다음과 같다.

(1) f가 $x = a$에서 정의되어 있다.

(2) $\lim_{x\to a} f(x)$가 존재한다.

(3) $\lim_{x\to a} f(x) = f(a)$

[4.1] $r \neq 1$이고 n은 자연수일 때 $1 + r + r^2 + \cdots + r^n = \dfrac{1 - r^{n+1}}{1 - r}$임을 보이시오.

[4.2] 실수에서 정의된 함수 f가 $x = 0$에서 연속이고 $0 < a < 1$일 때 극한 $\lim_{t\to\infty} \left(\dfrac{1}{2}\right)^t f(a^{t+1}x)$을 구하시오.

[4.3] 실수에서 정의된 함수 f가 $x = 0$에서 연속이며 $0 < a < 1$인 a와 모든 실수 x에 대하여 다음 관계식을 만족한다.

$$2f(x) - f(ax) = x^2 + x + 1$$

이때 $f(x)$를 구하시오. [힌트. $\lim_{n\to\infty} \left(\dfrac{1}{2}\right)^n f(a^{n+1}x) = \lim_{t\to\infty} \left(\dfrac{1}{2}\right)^t f(a^{t+1}x)$]