〈자연계열〉

2015학년도
논술전형고사 출제배경 및 해설

SEOULTECH
서울과학기술대학교
SEOUL NATIONAL UNIVERSITY OF SCIENCE & TECHNOLOGY

[문제 1]

1. 출제배경

곡선의 방정식은 주로 직교방정식으로 나타내지만, 매개방정식이 편리한 경우도 많다. 사이클로이드 방정식이 대표적 예이다. 이 문제는 사이클로이드가 만들어지는 과정을 이해하고, 이를 바탕으로 사이클로이드 방정식을 찾아내는 능력 여부를 파악하고자 출제하였다. 즉 수학적 이해력과 분석력 측정을 의도하였다. 이와 더불어, 찾아낸 사이클로이드 방정식과 여러 적분 기법을 이용하여 곡선의 길이와 질량을 계산하는 능력과 그 응용 능력을 함께 확인하는 데에 중점을 두었다. 특히 치환적분법과 부분적분법을 활용하여 계산할 수 있어야 하며, 계산 결과를 이용하여 극한값을 구해야만 풀 수 있는 문제다.

이 문제를 풀기 위한 수학적 개념은 모든 고등학생이 알아야 할 기본적인 내용이면서 동시에 이공계 대학생이 갖춰야 할 기초 지식이기도 하다. 수학적 이해력 · 분석력 · 계산 능력 · 응용 능력은 이공계 대학 교과 과정을 온전히 수행하는 데에 필수적 요소이기 때문이다.

각 문항별 출제 의도를 자세히 말하면 아래와 같다.

[1.1] 사이클로이드 방정식을 구하는 과정을 설명한 글을 읽고 이해하여, 이를 수학적 표현으로 바꿀 수 있는가를 평가한다. 이 문제에서 요구하는 수학적 개념은 부채꼴 호의 길이를 구하는 식과 삼각함수의 정의이다.

[1.2] 앞서 구한 사이클로이드 방정식과 제시된 매개변수로 나타낸 곡선의 길이를 구하는 공식을 이용하여, 곡선의 길이를 계산할 수 있는지를 평가한다. 계산 과정에서 필요한 삼각함수의 반각 공식은 제시하였다.

[1.3] 이 문항에 주어진 적분식의 물리적 의미는 밀도가 주어진 영역의 질량을 나타내지만, 적분식이 주어졌기에 적분을 계산하면 된다. 다음 세 가지를 평가한다. 첫째, 매개변수로 나타낸 방정식과 치환적분법을 이용하여, 주어진 적분을 계산 가능한 형태로 표현할 수 있는가? 둘째, 부분적분법과 삼각함수 적분법을 활용하여 정적분을 계산할 수 있는가? 셋째, 수열의 극한을 계산할 수 있는가?

2. 예시답안 및 해설

[1.1] 중심이 A이고 반지름의 길이가 2인 원이 x축 위를 θ만큼 굴러가면, 원점 O에서 출발한 점 P의 위치는 문제에서 제시한 그림과 같다. 점 P의 좌표를 (x,y)라 하면

$$x = \overline{OB} = \overline{OC} - \overline{BC}$$

이다. 여기서 $\overline{OC}$와 $\overline{BC}$를 θ를 이용하여 나타내 보자. 원이 x축 위를 굴러가면 $\overline{OC} = \overset{\frown}{PC}$이므로 $\overline{OC} = 2\theta$이고, $\triangle APD$에서 $\overline{BC} = \overline{PD} = 2\sin\theta$이다. 따라서

$$x = 2(\theta - \sin\theta)$$

이다. 또

$$y = \overline{PB} = \overline{AC} - \overline{AD} = 2 - \overline{AD}$$

인데, $\triangle APD$에서 $\overline{AD} = 2\cos\theta$이다. 따라서

$$y = 2(1-\cos\theta)$$

이다.

답) 가 2θ, 나 $2\sin\theta$, 다 $2(\theta-\sin\theta)$, 라 $2\cos\theta$, 마 $2(1-\cos\theta)$

[1.2] $x = 2(\theta - \sin\theta)$, $y = 2(1-\cos\theta)$, $0 \le \theta \le 2\pi$이므로

$$\frac{dx}{d\theta} = 2(1-\cos\theta), \qquad \frac{dy}{d\theta} = 2\sin\theta$$

이다. 제시문 (가)의 매개변수로 나타낸 곡선의 길이 구하는 공식에 의하여

$$l = 2\int_0^{2\pi} \sqrt{(1-\cos\theta)^2 + \sin^2\theta}\, d\theta = 2\int_0^{2\pi} \sqrt{2-2\cos\theta}\, d\theta$$

이다. 그런데 제시문 (나)의 삼각함수의 반각공식에 의하여 $1-\cos\theta = 2\sin^2\frac{\theta}{2}$이고, $0 \le \theta \le 2\pi$에서 $\sin\frac{\theta}{2} \ge 0$이므로

$$l = 4\int_0^{2\pi} \sin\frac{\theta}{2}\, d\theta = 4\left[-2\cos\frac{\theta}{2}\right]_0^{2\pi} = 16$$

이다.

[1.3] 사이클로이드의 방정식과 치환적분법에 의하여

$$m_k = 8\int_{2(k-1)\pi}^{2k\pi} (\theta - \sin\theta)(1-\cos\theta)^2\, d\theta$$

이다. 부분적분법에 의하여

$$\int_{2(k-1)\pi}^{2k\pi} \theta(1-\cos\theta)^2\, d\theta = \left[\frac{3}{4}\theta^2 - 2\theta\sin\theta + \frac{1}{4}\theta\sin2\theta - 2\cos\theta + \frac{1}{8}\cos2\theta\right]_{2(k-1)\pi}^{2k\pi} = 3\pi^2(2k-1)$$

이고

$$\int_{2(k-1)\pi}^{2k\pi} \sin\theta(1-\cos\theta)^2\, d\theta = \left[\frac{1}{3}(1-\cos\theta)^3\right]_{2(k-1)\pi}^{2k\pi} = 0$$

이므로

$$m_k = 24\pi^2(2k-1)$$

이다. 그런데 $\sum_{k=1}^{n} k = \frac{n(n+1)}{2}$ 이고 $\sum_{k=1}^{n} k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$ 이므로

$$\sum_{k=1}^{n} km_k = \sum_{k=1}^{n} 24\pi^2(2k^2-k) = 24\pi^2\left(\frac{n(n+1)(2n+1)}{3} - \frac{n(n+1)}{2}\right) = 4\pi^2 n(n+1)(4n-1)$$

이다. 따라서

$$\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n^3}\sum_{k=1}^{n} km_k = \lim_{n\to\infty}\frac{1}{n^3}4\pi^2 n(n+1)(4n-1) = 16\pi^2$$

이다.

3. 출제근거

- 고등학교 『수학』, 「부채꼴의 호의 길이」, 미래엔, pp. 319∼320.
- 고등학교 『수학』, 「삼각함수」, 미래엔, pp. 323∼324.
- 고등학교 『수학I』, 「극한값의 계산」, 지학사, pp. 157∼162.
- 고등학교 『수학I』, 「자연수의 거듭제곱의 합」, 지학사, pp. 125∼126.
- 고등학교 『수학II』, 「삼각함수의 반각의 공식」, 교학사, pp. 47∼48.
- 고등학교 『미적분과 통계기본』, 「정적분의 기본정리」, 교학사, pp. 91-92.
- 고등학교 『미적분과 통계기본』, 「정적분의 계산」, 교학사, pp. 93-96.
- 고등학교 『적분과 통계』, 「삼각함수의 부정적분」, 중앙교육진흥연구소, pp. 18∼19.
- 고등학교 『적분과 통계』, 「정적분의 치환적분과 부분적분」, 중앙교육진흥연구소, pp. 51∼54.
- 고등학교 『적분과 통계』, 「곡선의 길이」, 중앙교육진흥연구소, pp. 78∼80.
- 고등학교 『적분과 통계』, 「삼각함수의 부정적분」, 천재교육, pp. 18∼20.
- 고등학교 『적분과 통계』, 「정적분의 치환적분과 부분적분법」, 천재교육, pp. 42∼45.
- 고등학교 『적분과 통계』, 「정적분의 활용」, 천재교육, pp. 66∼69.

[문제 2]

1. 출제배경

수학을 배우는 목적 중 하나는 자연 현상을 수학적으로 이해하고 분석함으로써 현실에서 직면하는 문제들을 해결하는 능력을 배양하는 데에 있다. 이 문제는 주어진 상황을 이해하고, 이를 수학적 언어로 서술하여 원하는 답을 얻어낼 수 있는지를 묻는 문제이다.

각 문항별 출제 의도를 자세히 말하면 아래와 같다.

[2.1] 문제에서 주어진 상황을 정확히 이해할 수 있는지 평가한다.
[2.2] 수리적 추론(또는 연립방정식)을 이용하여 각 구간을 흐르는 물의 양을 유추할 수 있는지와 표준정규분포를 문제해결에 활용할 수 있는지 평가한다.
[2.3] 미분을 이용하여 최댓값을 구할 수 있는지와 문제에서 주어진 수학적 모델을 정확히 이해하였는지 평가한다.

2. 예시답안 및 해설

[2.1] 들어오는 물의 양과 나가는 물의 양이 같아야 하므로

$$A + 200 + 300 = 300 + 200 + x_5$$

가 성립한다. 따라서 제2학생회관 방면으로 흐르는 물의 양 x_5는 400이다.

[2.2] 다산관 지하로 들어오는 물의 양을 표준화한 $Z = \frac{A-500}{10}$은 표준정규분포 $N(0,1)$을 따른다. 제시문에 의하면 $P(Z \le 2.33) = 0.99$이므로 A는 523.3 이하일 확률이 99%이다.
(참고로 $P(Z \le -10) = 0$이므로 $A > 400$ 임)
x_4가 최대가 되는 경우는 $x_2 = 0, x_1 = A$이다. 그리고 청운관에서 창학관 앞 지하 배관 교차점으로 들어오는 물의 양보다 대학본부 방향으로 나가는 물의 양이 100 많으므로, x_4의 최댓값은 $A-100$이다.
따라서 필요한 한계 용량은 최소 423.3이다.

x_4의 최댓값을 구하기 위하여 아래와 같이 연립방정식을 이용할 수도 있다.

$$\begin{gathered} A = x_1 + x_2 \\ 200 + x_1 = 300 + x_4 \\ 300 + x_2 = 200 + x_3 \\ x_3 + x_4 = x_5 = A \end{gathered}$$

이 성립한다. 왜냐하면 각 하수관 교차점별로 들어오는 물의 양과 나가는 물의 양이 같아야 하기 때문이다. 두 번째 식으로부터

$$x_1 = 100 + x_4,$$

첫 번째 식과 위의 식으로부터

$$x_2 = A - x_1 = A - 100 - x_4,$$

그리고 마지막 식으로부터

$$x_3 = A - x_4$$

이 성립한다. 각 하수관을 따라 흐르는 물의 양은 음수가 될 수 없으므로 $0 \le x_4 \le A-100$이다.

[2.3] 물의 양을 나타내는 함수 $f(t)$를 미분하면

$$f'(t) = \frac{d}{dt}\left(200\frac{\ln(1+t)}{\sqrt{1+t}}\right) = \frac{200}{(1+t)^{3/2}}\left(1-\frac{1}{2}\ln(1+t)\right)$$

이다. 따라서 증감표는 아래와 같다.

t	0	$\cdots$	e^2-1	$\cdots$	10
$f'(t)$		$+$	0	$-$	
$f(t)$	0	$\nearrow$	극대	$\searrow$	$200\frac{\ln 11}{\sqrt{11}}$

따라서 $f(t)$는 $t=e^2-1$에서 극댓값이자 최댓값을 가진다. 그러므로 하수관을 통해서 흐르는 물의 양이 최대가 되는 시각은 e^2-1시간 후이고, 이때 $x_4 = f(e^2-1) = \frac{400}{e}$이다. [2.2]문항 풀이와 마찬가지로 생각하면 $x_1 = 100+\frac{400}{e}$이므로 $x_2 = 400-\frac{400}{e}$이다.

연립방정식의 해 $x_2 = A-100-x_4$로부터 $x_2 = 400-\frac{400}{e}$을 구할 수도 있다.

3. 출제근거

- 고등학교 『적분과 통계』, 「정규분포」, 좋은책 신사고, pp. 147～149.
- 고등학교 『수학II』, 「몫과 합성함수의 미분법」, 교학사, pp. 121～124.
- 고등학교 『수학II』, 「여러 가지 함수의 미분법」, 교학사, pp. 131～137.
- 고등학교 『수학II』, 「함수의 증가, 감소와 극대, 극소」, 교학사, pp. 147～153.

[문제 3]

1. 출제배경

물리학에서 에너지 보존 법칙은 중요한 원리 중의 하나다. 이번 문제는 역학적 에너지 보존 법칙의 활용 능력과 물체 동역학의 이해 정도를 묻는 데에 중점을 두고 출제하였다.

쿨롱의 힘, 즉 전기적 위치에너지를 제시한 후 주어진 물리적 상황에 전기력에 대한 역학적 에너지 보존 법칙을 적용하여 물체 운동을 묘사할 수 있는 능력을 알아보고자 하였다. 아울러 물체의 운동을 온전히 설명하기 위해서는 교과 과정에서 배운 물리적 개념의 활용 능력과 물리적 사고력 및 상상력 그리고 정량적 답안 작성 능력이 필요한데, 이를 측정하고자 하였다.

[3.1] 문항은 전기적 위치에너지가 가장 낮은 지점을 찾아내는 문제이고, [3.2] 문항은 찾아낸 위치가 전기력에 대한 안정한 평형점인지 묻는 문제이다. 찾아낸 위치가 안정한 평형점이라면, 이 평형점 부근에서의 전하 운동은 어떻게 되는지, 이에 대한 물리적 사고 능력을 측정하려는 의도를 갖고 있다.

[3.3] 문항은 전기력의 불안정한 평형점 부근에서의 물체 운동을 역학적 에너지 보존 법칙으로 설명할 수 있는 능력 여부를 알고자 하는 문제다.

[3.4], [3.5] 문항은 [3.3] 문항과 비슷한 상황에서 주변 전하의 극성을 바꾸면, 전기력의 안정한 평형점 부근에서의 물체 운동 양상이 어떻게 변화하는가를 생각해 보도록 하는 데에 목적을 두었다. 물리적 사고력 및 상상력을 알아보고자 한 것이다. (단조화) 진동하는 입자의 운동을 에너지 보존 법칙을 적용하여 설득력 있게 묘사했는가, 즉 물리적 이해 능력을 측정하고자 하였다.

2. 예시답안 및 해설

[3.1] y축 선상의 고정된 두 점전하 사이에 있는 점전하 q의 전기적 위치에너지는, 점전하 q와 원점까지의 거리를 y라고 할 때, 아래와 같이 쓸 수 있다.

$$U(y) = k\left(\frac{Qq}{a-y} + \frac{Qq}{a+y}\right) = kQq\frac{2a}{a^2-y^2} \quad \cdots\cdots (1)$$

따라서 $y=0$일 때, 위치에너지가 가장 낮아지고 이 지점에서의 위치에너지 값은

$$U_{\min} = U(y=0) = \frac{2kQq}{a} \quad \cdots\cdots (2)$$

이다. 그리고 $y=0$인 지점은 점전하 q에 작용하는 두 전기력이 평형을 이루는 평형점이 되므로 외력의 합은 0이다.

[3.2] 점전하 q를 평형점(원점)으로부터 y축 선상에서 양의 방향으로 살짝 변위시켰다면, $y=a$ 지점에 있는 점전하 Q와의 전기력이 $y=-a$에 있는 점전하 Q와의 전기력보다 크므로 점전하 q는 다시 평형점으로 이동한다.

만약, 점전하 q가 평형점을 지나 아래로 내려와서 $y=-a$에 있는 점전하 Q와 가까워진다면, 점전

하 q는 위로 다시 이동하여 평형점을 향할 것이다. 결론적으로 점전하 q는 평형점 부근에서 아래위로 계속 진동한다.

[3.3] x축 선상에서 점전하 q가 원점으로부터 무한대로 이동할 때, 에너지 보존 법칙을 활용하면

$$\triangle K + \triangle U = (K_f - K_i) + (U_f - U_i) = (\frac{1}{2}mv_f^2 - 0) + (0 - \frac{2kQq}{a}) = 0 \quad \cdots\cdots (1)$$

이 된다. 여기서 처음 상태(i)는 점전하 q가 원점에 있을 때이고, 나중 상태(f)는 점전하 q가 $x=\infty$에 위치할 때이다. 점전하 q가 무한대에 있는 경우 위치에너지는 0이고, 문제 [3.1]에서 알 수 있듯, 원점에서의 위치에너지는

$$U_i = U(0) = \frac{2kQq}{a} \quad \cdots\cdots (2)$$

이다. 따라서 위 식으로부터 무한대에서의 속력은

$$v_f^2 = \frac{4kQq}{ma}, \ \therefore v_f = 2\sqrt{\frac{kQq}{ma}} \quad \cdots\cdots (3)$$

이다.

[3.4] 평형점(원점)으로부터 x축 선상에서 양의 방향으로 점전하 q를 살짝 b만큼 변위시켰다면, $y=a$ 지점에 있는 점전하 $-Q$와 $y=-a$ 지점에 있는 점전하 $-Q$의 전기력의 합력을 고려할 때, 점전하 q는 x축 선상에서 음의 방향으로 전기력을 받을 것이다. 이에 평형점 부근으로 이동할 것이다. 만약 점전하 q가 평형점을 지나 계속 x축 음의 방향으로 이동한다면, 두 점전하 $-Q$와의 전기력의 합력은 x축 양의 방향으로 작용하므로, 점전하 q는 평형점을 향해 이동할 것이다. 결국, 점전하 q는 평형점 부근에서 좌우로 진동운동을 하게 될 것이다.

[3.5] 점전하 q가 $x=b$에 위치할 때를 처음 상태(i), $x=0$에 위치할 때를 나중 상태(f)라 하면

$$U_i = -kQq\left(\frac{1}{\sqrt{a^2+b^2}} + \frac{1}{\sqrt{a^2+b^2}}\right) = \frac{-2kQq}{\sqrt{a^2+b^2}} \quad \cdots\cdots (1)$$

$$U_f = -kQq\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{a}\right) = \frac{-2kQq}{a} \quad \cdots\cdots (2)$$

이다. 에너지 보존 법칙에 따르면 (여기서, $K_i = 0$) $\triangle K + \triangle U = (K_f - K_i) + (U_f - U_i) = 0$ 이 되므로 $x=0$에서의 운동에너지 K_f는 아래와 같다.

$$K_f = U_i - U_f = 2kQq\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{\sqrt{a^2+b^2}}\right) \quad \cdots\cdots (3)$$

이번에는 점전하 q가 $x=b$에 위치할 때를 처음 상태(i), $x=-b$에 위치할 때를 나중 상태(f)라 하면

$$U_f(x=-b)=U_i(x=b)=\frac{-2kQq}{\sqrt{a^2+b^2}} \quad \cdots\cdots (4)$$

이므로 $\triangle U=0$이 된다. 따라서 에너지 보존 법칙에 의하면 $\triangle K=0$이 되므로 나중 운동에너지는 $K_f=K_i=0$이 된다. 즉, $x=-b$에 위치할 때 운동에너지는 0이다.

3. 출제근거

- 고등학교『물리 I』,「공간의 측정과 표준」, 교학사, pp. 19～28.
- 고등학교『물리 I』,「속도와 가속도」, 교학사, pp. 29～37.
- 고등학교『물리 I』,「뉴턴 운동 법칙」, 교학사, pp. 38～50.
- 고등학교『물리 I』,「일과 에너지」, 교학사, pp. 51～57.
- 고등학교『물리 I』,「전기장과 전기력선」, 교학사, pp. 106～112.
- 고등학교『물리 I』,「전자기파 신호와 정보의 인식」, 교학사, pp. 236～243.
- 고등학교『물리 I』,「역학적 평형」, 교학사, pp. 310～319.
- 고등학교『물리 I』,「물체의 운동」, 천재교육, pp. 26～31.
- 고등학교『물리 I』,「일과 에너지」, 천재교육, pp. 39～45.
- 고등학교『물리 I』,「기본 입자와 상호작용」, 천재교육, pp. 77～83.
- 고등학교『물리 I』,「전기장과 전기력선」, 천재교육, pp. 91～96.
- 고등학교『물리 I』,「전자의 퍼텐셜 에너지」, 천재교육, pp. 131～132.
- 고등학교『물리 I』,「전압과 에너지」, 천재교육, pp. 238～242.
- 고등학교『물리 I』,「힘의 전달과 돌림힘」, 천재교육, pp. 267～271.
- 고등학교『물리 I』,「힘의 평형과 안정성」, 천재교육, pp. 272～277.
- EBS 수능특강『물리 I』,「시공간과 운동」, pp. 6～13.
- EBS 수능특강『물리 I』,「운동법칙과 역학적 에너지」, pp. 24～30.
- EBS 수능특강『물리 I』,「기본입자」, pp. 50～51.
- EBS 수능특강『물리 I』,「전기장과 전기력선」, pp. 70～72.
- EBS 수능특강『물리 I』,「전기에너지의 발생」, pp. 166～173.
- EBS 수능특강『물리 I』,「힘의 이용」, pp. 188～191.
- EBS 수능특강 과학탐구영역『물리 I』,「운동법칙과 역학적 에너지」, pp. 20～26.
- EBS 수능특강 과학탐구영역『물리 I』,「전기장과 전기력선」, pp. 62～64.

[문제 4]

1. 출제배경

산화-환원 반응은 노트북 컴퓨터 · 스마트 폰 · 디지털 카메라 · 디스플레이 소자 등 다양한 전자 제품과 소자에 사용되는 가장 기본적인 화학 반응이다. 산-염기는 일상생활에서 매우 중요하게 작용하는 화학적 특성이다. 인체 내의 산-염기 농도는 조금만 달라져도 심각한 병을 일으키거나 생명을 잃을 수도 있다. 이에 인체 내에는 혈액 산성도를 조절하기 위해 많은 산-염기 평형계가 존재한다. 다른 생명체에서도 많은 산-염기 평형계가 존재한다. 또한 식초, 과일 주스 등의 식음료나 제산제, 세제, 배터리 전해액은 흔히 접할 수 있는 것들인데, 여기에는 산성-염기성을 띠는 물질이 있다.

이렇게 산화-환원 반응 과 산-염기는 우리 생활의 여러 현상에 매우 중요하게 작용하거나 응용되고 있다. 앞으로도 이들 기본 화학 반응과 화학적 특성을 갖는 물질은 필요한 생활용품을 발명하는 데에 유익하게 적용되고 응용될 것이다.

2015학년도 논술전형고사 화학 문제는 제시문과 모든 문항을 고등학교 화학Ⅰ 교과서의 산화-환원 및 산-염기에 대한 내용을 배경으로 하고 있다. 기본 개념에 대한 명확한 이해를 바탕으로 문제 해석 능력과 응용 분야와의 연관성을 중심으로 출제하였다. 제시문 내용과 주어진 화학 반응식에 관한 정확한 이해와 분석을 문제에 적용하고, 논리적 추론을 통하여 답안을 작성할 수 있도록 구성하였다.

[4.1] 문항은 제시문 (가), (나)와 관련된다. 화합물의 구조 예측, 산화-환원 반응에 대한 기본 개념의 이해 정도 그리고 산화 반응식과 환원 반응식을 표현하는 능력 등을 확인하고자 하였다.

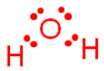
[4.2] 문항은 제시문 (다), (라)와 관련된다. 산-염기의 브뢴스테드 정의, 산화물의 산성-염기성, 산-염기의 세기 등을 종합적으로 잘 이해하는지를 확인하고, 산-염기 화학반응식을 잘 표현할 수 있는지를 알아보고자 하였다.

2. 예시답안 및 해설

[4.1] 제시문 (가)와 (나)를 참조하여 물음에 답하시오.

[4.1.1] H_2O와 CO_2 분자의 전자점식을 그린 후, 전자쌍 반발 원리에 근거하여 분자 구조를 예측하고자 한다. 다음 빈칸을 채우시오.

답)

	루이스구조식	분자 구조
H_2O		굽은형
CO_2		직선형

[4.1.2] 산소 원자가 관여하는 아래 반응에서 산화 반응과 환원 반응을 구분하여 적으시오.

$$CuO + H_2 \rightarrow Cu + H_2O$$

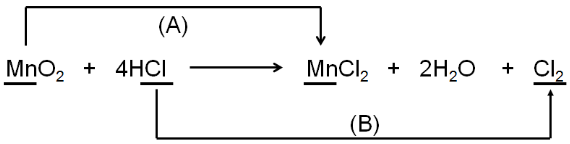
답) 산화: $H_2 \rightarrow H_2O$
환원: $CuO \rightarrow Cu$

[4.1.3] 전자 교환이 포함된 아래 반응에서 산화 반응과 환원 반응을 구분하여 적으시오. (단, 산화 반응식과 환원 반응식에는 전자의 양(개수)을 반드시 포함하시오.)

$$Zn + Cu^{2+} \rightarrow Zn^{2+} + Cu$$

답) 산화: $Zn \rightarrow Zn^{2+} + 2e^-$
환원: $Cu^{2+} + 2e^- \rightarrow Cu$

[4.1.4] 아래 산화-환원 반응에서 밑줄 친 Mn, Cl, 그리고 Cl_2의 산화수를 구하고, (A)와 (B)를 산화와 환원으로 나타내시오.



답) Mn: +4 (MnO_2) & +2 ($MnCl_2$) ; Cl: −1 Cl_2: 0 (A) 환원 (B) 산화

[4.2] 제시문 (다)와 (라)를 참조하여 물음에 답하시오.

[4.2.1] 마그네슘 옥사이드(MgO)가 물(H_2O) 분자와 반응하여 어떤 화합물이 되는지 반응식으로 나타내시오. 그리고 마그네슘 옥사이드에 들어있는 산소 이온(O^{2-})과 물의 반응식을 나타내고, 이를 통해 물 분자가 브뢴스테드의 산-염기 또는 루이스의 산-염기 중 어떤 형태로 반응했는지 적으시오.

답) 1) $MgO + H_2O \rightarrow Mg(OH)_2$
2) $O^{2-} + H_2O \rightarrow 2OH^-$:
물 분자가 양성자(프로톤)을 산소 이온에 주었으므로 **브뢴스테드 산**
또는 물 분자의 양성자(프로톤)가 산소 이온으로부터 비공유전자쌍을 받아서 **루이스 산**

[4.2.2] 주기율표 상의 2주기와 3주기 원소와 결합된 산화물 중에, 이산화탄소(CO_2)와 반응하여 염을 생성할 수 있는 산화물을 모두 화학식으로 나타내시오.

답) 염기성산화물인 Li_2O, Na_2O, MgO 과 양쪽성 산화물인 BeO, Al_2O_3

[4.2.3] 반응에 따라 산 또는 염기로 작용할 수 있는 물질을 양쪽성 물질이라 한다. 물(H_2O) 분자는 대표적인 양쪽성 물질이다. HCl과 물 그리고 NH_3와 물의 화학 반응식을 각각 나타내고, 각 반응에서 브뢴스테드의 산-염기 또는 루이스의 산-염기 정의를 이용하여 물이 양쪽성 물질임을 보이시오.

답) 1) $HCl + H_2O \rightarrow H_3O^+ + Cl^-$: 브뢴스테드 염기 또는 루이스염기
2) $NH_3 + H_2O \rightarrow NH_4^+ + OH^-$: 브뢴스테드 산 또는 루이스산

[4.2.4] $HClO_4$와 $HBrO_4$ 중 상대적으로 더 강한 산을 나타내고, 그 이유를 제시문에 주어진 용어를 이용하여 설명하시오.

답) $HClO_4$
Cl이 Br에 비해 전기음성도가 크므로 $HClO_4$ 이 $HBrO_4$ 보다 더 강산이다.

3. 출제근거

- EBS 수능특강 『화학I』, pp. 119～125.
- EBS 수능특강 『화학I』, pp. 153～166.
- EBS 수능특강 『화학I』, pp. 242～263.
- 고등학교 『화학I』, 비상교육, pp. 192～200.
- 고등학교 『화학I』, 비상교육, pp. 210～227.