

2019학년도 경북대학교 대학입학 수시모집
논술(AAT) 자연계열 II 문제지
 (의예과, 치의예과, 수의예과)

시 험 시 간	15:30 ~ 17:10 (100분)		
지원학과(부)	학과(부, 전공)		감독위원 확인
수 험 번 호			Ⓜ
성 명			

감독관의 지시가 있기 전까지 표지를 넘기지 마시오.

< 수험생 유의 사항 >

※ 자연계열 II 문제지와 자연계열 II 답안지가 맞는지 반드시 확인(의예과, 치의예과, 수의예과)

1. 문제지 및 답안지에 지원학과(부, 전공), 수험번호, 성명을 정확하게 기입할 것[반드시 검정색 필기구(볼펜, 연필 등) 중 1가지를 계속 사용할 것]
2. 문제지는 표지를 제외하고 4쪽으로 구성되어 있으며, 답안지는 수학 2매(4쪽)으로 구성되어 있음
3. 답안지에 주어진 물음 번호에 맞추어 답안을 작성하되, 반드시 주어진 테두리 안에 답안을 작성할 것(테두리를 벗어난 부분은 채점 대상에서 제외함)
4. 답안의 작성은 반드시 검정색 필기구(볼펜, 연필 등) 중 1가지를 계속 사용할 것
5. 답안을 수정할 경우 지우개를 사용하거나 두 줄을 긋고 다시 작성하여야 함
6. 답안지에 자신의 신원을 드러내거나 문제와 관계없는 내용을 기록할 경우에는 “0”점 처리함
7. 연습지가 필요한 경우 문제지의 빈 공간을 사용할 수 있음

수학(문제 1)

[1] 다음 글을 읽고 물음에 답하시오.

(가) (1) 서로 다른 n 개에서 r ($0 < r \leq n$) 개를 택하는 순열의 수는

$${}_n P_r = n(n-1)(n-2) \cdots (n-r+1)$$

이다.

(2) 서로 다른 n 개에서 r ($0 \leq r \leq n$) 개를 택하는 조합의 수는

$${}_n C_r = \frac{{}_n P_r}{r!} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

이다. (단, ${}_n C_0 = 1$ 이다.)

(3) 서로 다른 n 개에서 r 개를 택하는 중복조합의 수는

$${}_n H_r = {}_{n+r-1} C_r$$

이다.

(나) 한 번의 시행에서 사건 A 가 일어날 확률이 p 로 일정할 때, n 번의 독립시행에서 사건 A 가 일어나는 횟수를 X 라 하자.

(1) 확률변수 X 가 갖는 값은 $0, 1, 2, \dots, n$ 이고, X 의 확률질량함수는

$$P(X=x) = {}_n C_x p^x (1-p)^{n-x} \quad (x=0, 1, 2, \dots, n)$$

이며, 확률변수 X 가 이항분포 $B(n, p)$ 를 따른다고 한다.

(2) 확률변수 X 가 이항분포 $B(n, p)$ 를 따를 때

$$E(X) = np, \quad V(X) = npq, \quad \sigma(X) = \sqrt{npq} \quad (\text{단, } q=1-p)$$

이다.

(다) 평균이 0이고 분산이 1인 정규분포 $N(0, 1)$ 을 표준정규분포라고 한다. 확률변수 Z 가 표준정규분포 $N(0, 1)$ 을 따른다고 할 때, 양수 z 에 대하여 확률 $P(0 \leq Z \leq z)$ 는 다음과 같은 표준정규분포표를 이용하여 구할 수 있다.

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772
2.5	0.4938

※ 모든 문항에서 풀이과정을 반드시 기술하시오.

【1-1】 학생 A가 수영 강습을 받기 위해, 다음 조건

$$m_2 - m_1 \geq 3, \quad m_3 - m_2 \geq 3$$

을 만족시키도록 2019년도의 열두 달 중 세 달 m_1 월, m_2 월, m_3 월을 선택할 수 있는 모든 순서쌍 (m_1, m_2, m_3) 의 개수를 구하시오.

(30점)

【1-2】 여덟 개의 면 중 k 개의 면에는 빨간색이 각각 칠해져 있고, 나머지 면에는 파란색이 각각 칠해져 있는 정팔면체 모양의 물체가 있다. 이 물체를 n 번 던져서 지면에 닿은 면이 빨간색이 되는 횟수를 X 라 하자. 확률변수 X 가 다음의 조건을 만족시킬 때, k 와 n 의 값을 구하시오. (단, 각각의 면에는 한 가지 색만 칠해져 있다.) (30점)

$$(a) E(X) = 4V(X)$$

$$(b) P(X=1) = 30P(X=0)$$

【1-3】 확률변수 X 가 정규분포 $N\left(m, \frac{4}{(2m+1)^2}\right)$ 를 따른다고 한다. $P(X \leq 4) = 0.9772$ 일 때, 양수 m 의 값을 구하시오. (20점)

수학(문제 2)

[2] 다음 글을 읽고 물음에 답하시오.

(가) 두 점 $A(x_1, y_1, z_1), B(x_2, y_2, z_2)$ 에 대하여 선분 AB를

(1) $m : n$ ($m > 0, n > 0$)으로 내분하는 점 P의 좌표는

$$P\left(\frac{mx_2 + nx_1}{m+n}, \frac{my_2 + ny_1}{m+n}, \frac{mz_2 + nz_1}{m+n}\right)$$

(2) $m : n$ ($m > 0, n > 0, m \neq n$)으로 외분하는 점 Q의 좌표는

$$Q\left(\frac{mx_2 - nx_1}{m-n}, \frac{my_2 - ny_1}{m-n}, \frac{mz_2 - nz_1}{m-n}\right)$$

(나) 두 점 $A(x_1, y_1, z_1), B(x_2, y_2, z_2)$ 를 지나는 직선의 방정식은

$$\frac{x-x_1}{x_2-x_1} = \frac{y-y_1}{y_2-y_1} = \frac{z-z_1}{z_2-z_1}$$

이다. (단, $x_1 \neq x_2, y_1 \neq y_2, z_1 \neq z_2$ 이다.)

(다) 두 직선 l_1, l_2 의 방향벡터가 각각 \vec{d}_1, \vec{d}_2 일 때, 두 직선

l_1, l_2 가 서로 수직이면 $\vec{d}_1 \cdot \vec{d}_2 = 0$ 이다.

※ 모든 문항에서 풀이과정을 반드시 기술하시오.

좌표공간에 네 점 $A(1, 2, 4), B(4, 1, 9), C(-3, 5, -7), D(a, b, c)$ 가 있다. 두 직선 AB와 CD가 서로 수직이고 점 D는 직선 AB 위에 있다. 선분 AB를 $m : 1$ 로 내분하는 점을 P라 하고, $m^2 : 1$ 로 외분하는 점을 Q라 하자. (단, a, b, c 는 실수이고, $m > 2$ 이다.)

[2-1] $a+b+c$ 의 값을 구하시오. (10점)

[2-2] $m=3$ 일 때, 점 P와 Q의 좌표를 구하시오. (10점)

[2-3] 선분 PQ의 중점을 M이라 할 때, 다음은 벡터 \vec{CM} 의 크기의 최솟값을 구하는 과정이다.

주어진 조건으로부터 점 M은 선분 DB를 1 : $\textcircled{1}$ 로 내분하는 점이다. 그런데 세 점 B, D, M은 한 직선 위에 있으므로 두 벡터 \vec{DM} 과 \vec{DB} 는 서로 평행하다. 그러므로

$$\vec{DM} = \textcircled{2} \vec{DB}$$

이다. 한편 $|\vec{CM}|^2 = |\vec{CD} + \vec{DM}|^2$ 이고

⋮

(중략)

⋮

따라서 벡터 \vec{CM} 의 크기의 최솟값은 $\textcircled{3}$ 이다.

①, ②, ③에 들어갈 m 에 대한 식 또는 수를 각각 $f(m), g(m), \alpha$ 라 할 때, 다음 물음에 답하시오.

(1) $\lim_{m \rightarrow \infty} mf(m)$ 을 구하시오. (20점)

(2) $g(m)$ 이 최소가 되는 m 의 값을 구하시오. (30점)

(3) $\alpha^2 = \frac{p+q\sqrt{3}}{16}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p, q 는 정수이다.) (20점)

수학(문제 3)

[3] 다음 글을 읽고 물음에 답하시오.

(가) 두 함수 $f(x), g(x)$ 가 미분가능하고 $f'(x), g'(x)$ 가 연속일 때,

$$\int_a^b f(x)g'(x) dx = [f(x)g(x)]_a^b - \int_a^b f'(x)g(x) dx$$

이다.

(나) 미분가능한 함수 $f(x)$ 의 역함수 $f^{-1}(x)$ 가 존재하고 미분가능할 때, $y = f^{-1}(x)$ 의 도함수는

$$(f^{-1})'(x) = \frac{1}{f'(y)} \quad (\text{단, } f'(y) \neq 0)$$

이다.

(다) 삼각함수의 덧셈정리

$$\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan\alpha + \tan\beta}{1 - \tan\alpha \tan\beta}$$

$$\tan(\alpha - \beta) = \frac{\tan\alpha - \tan\beta}{1 + \tan\alpha \tan\beta}$$

※ 모든 문항에서 풀이과정을 반드시 기술하시오.

함수 $f(x) = (ax^2 + bx)e^x$ 에 대하여 구간 $[0, \infty)$ 에서 정의된 함수

$$g(x) = \int_0^x \{f(t) - f^{-1}(t)\} dt$$

는 $x=1$ 에서 극솟값 $-\frac{1}{3}$ 을 갖는다. (단, a, b 는 양수이고, $f^{-1}(x)$ 는 $f(x)$ 의 역함수이다.)

【3-1】 $\frac{b}{a}$ 의 값을 구하시오. (30점)

【3-2】 곡선 $y = f(x)$ 위의 점 $(1, f(1))$ 에서의 접선을 l_1 , 곡선 $y = f^{-1}(x)$ 위의 점 $(1, f^{-1}(1))$ 에서의 접선을 l_2 라 하자. 직선 l_1 과 직선 l_2 가 이루는 예각의 크기를 θ 라 할 때, $\tan\theta$ 의 값을 구하시오. (20점)

【3-3】 $f(\alpha) - g(\alpha) = 4$ 를 만족시키는 양의 실수 α 에 대하여 $2\alpha e^{\alpha-1} + 3 \int_1^\alpha f^{-1}(x) dx$ 의 값을 구하시오. (30점)

수학(문제 4)

[4] 다음 글을 읽고 물음에 답하시오.

(가) 초점이 $F(0, p)$ 이고 준선이 $y = -p$ 인 포물선의 방정식은

$$x^2 = 4py \quad (\text{단, } p \neq 0)$$

이다.

(나) 두 초점 $F(0, c)$, $F'(0, -c)$ 로부터의 거리의 차이가 $2b$ 인 쌍곡선의 방정식은

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = -1 \quad (\text{단, } c > b > 0, a^2 = c^2 - b^2)$$

이고 점근선의 방정식은

$$y = \frac{b}{a}x, y = -\frac{b}{a}x$$

이다.

(다) 좌표평면 위의 두 점 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ 에 대하여 선분 AB 의 길이 \overline{AB} 는

$$\overline{AB} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

이다.

※ 모든 문항에서 풀이과정을 반드시 기술하시오.

포물선

$$C_1 : x^2 = ay - 3$$

에 초점의 좌표가 $F(0, c)$ 와 $F'(0, -c)$ 인 쌍곡선

$$C_2 : \frac{x^2}{3} - y^2 = -1$$

의 점근선이 접할 때, 다음 물음에 답하시오. (단, a, c 는 양수이다.)

【4-1】 $a^2 + c^2$ 의 값을 구하시오. (15점)

【4-2】 포물선 C_1 위를 움직이는 제1사분면 위의 점 P 에 대하여 직선 $F'P$ 와 쌍곡선 C_2 의 교점 중 제1사분면 위의 점을 Q 라 하자.

(1) 두 점 P, Q 에서 y 축에 내린 수선의 발을 각각 R, S 라 하자. 두 등식

$$|\overline{FP} + \textcircled{1}| = \textcircled{2} \overline{FR}$$

$$\overline{F'S} + \textcircled{3} \overline{FQ} = \textcircled{4}$$

가 항상 성립하도록 하는 ①, ②, ③, ④에 알맞은 수를 각각 p, q, r, s 라 할 때, $p \times q \times r \times s$ 의 값을 구하시오. (25점)

(2) 직선 $F'P$ 가 x 축의 양의 방향과 이루는 각의 크기를 θ 라 할 때, 선분 FQ 의 길이는

$$\overline{FQ} = \alpha + \frac{3}{2 \sin \theta + \beta}$$

이다. 상수 α, β 의 값을 구하시오. (30점)

(3) 직선 $F'P$ 와 쌍곡선 C_2 의 교점 중 제4사분면 위의 점을 Q' 이라 하자. 선분 FQ 의 길이가 최대가 될 때,

$$\frac{\overline{PQ'}}{\overline{PQ}} = \frac{n}{m} + \frac{2}{3} \sqrt{10}$$

이다. 서로소인 자연수 m, n 의 값을 구하시오. (30점)