2019학년도 경북대학교 논술(AAT) 모의고사

자연계열 I 문제지

(의예과, 치의예과, 수의예과 제외)

시 험 시 간	100분	
지원학과(부)	학과(부, 전공)	감독위원 확인
수 험 번 호		㊞
성 명		

감독관의 지시가 있기 전까지 표지를 넘기지 마시오.

< 수험생 유의 사항 >

※ 자연계열I 문제지와 자연계열I 답안지가 맞는지 반드시 확인(의예과, 치의예과, 수의예과 제외)

1. 문제지 및 답안지에 **지원학과(부, 전공), 수험번호, 성명을 정확하게 기입할 것[반드시 검정색 필기구(볼펜, 연필 등) 중 1가지를 계속 사용할 것]**
2. **문제지는 표지를 제외하고 4쪽**으로 구성되어 있으며, **답안지는 수학 2매(4쪽)**으로 구성되어 있음
3. 답안지에 주어진 물음 번호에 맞추어 답안을 작성하되, **반드시 주어진 테두리 안에 답안을 작성할 것**(테두리를 벗어난 부분은 채점 대상에서 제외함)
4. 답안의 작성은 **반드시 검정색 필기구(볼펜, 연필 등) 중 1가지를 계속 사용할 것**
5. 답안을 수정할 경우 **지우개를 사용하거나 두 줄을 긋고 다시 작성**하여야 함
6. 답안지에 **자신의 신원을 드러내거나 문제와 관계없는 내용을 기록할 경우에는 "0"점 처리함**
7. 연습지가 필요한 경우 문제지의 빈 공간을 사용할 수 있음

수학(문제 1)

[1] 다음 글을 읽고 물음에 답하시오.

(가) n개에서 서로 같은 것이 각각 $p, q, \cdots, r$개씩 있을 때, 이들을 모두 택하여 일렬로 나열하는 순열의 수는 다음과 같다.

$$\frac{n!}{p! \times q! \times \cdots \times r!} \quad (\text{단, } p+q+\cdots+r=n)$$

(나) 확률이 0이 아닌 두 사건 A, B에 대하여, 사건 A가 일어났을 때의 사건 B의 조건부확률 $\mathrm{P}(B|A)$는 다음을 만족시킨다.

$$\mathrm{P}(B|A) = \frac{\mathrm{P}(A \cap B)}{\mathrm{P}(A)}$$

(다) (1) 확률변수 X가 정규분포 $\mathrm{N}(m, \sigma^2)$을 따를 때, 확률변수 $Z = \dfrac{X-m}{\sigma}$은 표준정규분포 $\mathrm{N}(0,1)$을 따른다.

(2) 확률변수 Z가 표준정규분포 $\mathrm{N}(0,1)$을 따른다고 할 때, Z의 확률밀도함수 $f(z) = \dfrac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{z^2}{2}}$은 직선 $z=0$에 대하여 대칭이고, 표준정규분포표의 일부분은 다음과 같다.

z	$\mathrm{P}(0 \le Z \le z)$
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772
3.0	0.4987

※ 모든 문항에서 풀이 과정을 반드시 기술하시오.

【1-1】 0을 한 개 이하 사용하여 만든 세 자리 자연수 중에서 각 자리의 수의 합이 3인 자연수는 111, 120, 210, 102, 201이다. 0을 한 개 이하 사용하여 만든 여섯 자리 자연수 중에서 각 자리의 수의 합이 6인 자연수의 개수를 구하시오. (20점)

【1-2】 확률변수 X가 정규분포 $\mathrm{N}(m, \sigma^2)$을 따르고 다음 조건을 만족시킨다.

<조건>

(a) $\mathrm{P}(X \ge 25) = \mathrm{P}(X \le 33)$

(b) $\mathrm{P}(X \le 23) = 0.0668$

$\mathrm{P}(X \le 37)$을 구하시오. (30점)

【1-3】 정육면체 모양의 3개의 주사위 A, B, C가 있다. A는 3면이 빨간색이고 나머지 3면은 노란색, B는 4면이 빨간색이고 나머지 2면은 노란색, C는 5면이 빨간색이고 나머지 1면이 노란색으로 칠해져있다.

(1) 세 주사위 A, B, C 중 임의로 주사위 한 개를 선택하여 그 선택된 주사위를 세 회 던졌을 때, 첫 번째는 빨간색 면이, 두 번째와 세 번째는 모두 노란색 면이 나올 확률을 구하시오. (25점)

(2) 세 주사위 A, B, C 중 임의로 주사위 한 개를 선택하여 그 선택된 주사위를 3회 던졌다. 첫 번째는 빨간색 면이, 두 번째와 세 번째는 모두 노란색 면이 나왔을 때, 선택된 주사위가 A일 확률을 구하시오. (25점)

수학(문제 2)

[2] 다음 글을 읽고 물음에 답하시오.

(가) 좌표공간에서 두 점 $\mathrm{A}(x_1, y_1, z_1)$, $\mathrm{B}(x_2, y_2, z_2)$를 이은 선분 AB를 $m : n$ $(m > 0, n > 0)$으로 내분하는 점 P의 좌표는

$$\mathrm{P}\left(\frac{mx_2+nx_1}{m+n}, \frac{my_2+ny_1}{m+n}, \frac{mz_2+nz_1}{m+n}\right)$$

이다.

(나) 영벡터가 아닌 두 공간벡터 $\vec{a}=(a_1, a_2, a_3), \vec{b}=(b_1, b_2, b_3)$이 이루는 각의 크기를 $\theta\,(0 \le \theta \le \pi)$라고 할 때, $\vec{a}$와 $\vec{b}$의 내적 $\vec{a}\cdot\vec{b}$는

$$\begin{aligned}\vec{a}\cdot\vec{b} &= |\vec{a}||\vec{b}|\cos\theta \\ &= a_1b_1+a_2b_2+a_3b_3\end{aligned}$$

이다.

(다) 점 $\mathrm{A}(x_1, y_1, z_1)$과 평면 $ax+by+cz+d=0$ 사이의 거리는

$$\frac{|ax_1+by_1+cz_1+d|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}$$

이다.

(라) 닫힌구간 $[a, b]$의 점 x에서 x축에 수직인 평면으로 자른 단면의 넓이가 $S(x)$인 입체도형의 부피 V는

$$V=\int_a^b S(x)\,dx$$

이다. (단, $S(x)$는 구간 $[a, b]$에서 연속이다.)

※ 모든 문항에서 풀이 과정을 반드시 기술하시오.

좌표공간에서 세 점 $\mathrm{A}(5, 0, 7), \mathrm{B}(1, 3, 0), \mathrm{C}(6, 0, 4)$를 지나는 구 S의 방정식은

$$x^2+y^2+z^2+px+qy+rz-8=0$$

과 같이 주어진다. 구 S 위의 점 $\mathrm{D}(a, b, 8)$에 대하여 선분 CD를 $1 : 7$로 내분하는 점이 평면 $\alpha : 2x+2y-z=7$ 위에 있다. 다음 물음에 답하시오. (단, p, q, r, a, b는 상수이고, $b>0$이다.)

【2-1】 $p^2+q^2+r^2$의 값을 구하시오. (20점)

【2-2】 두 점 C, D를 지나는 직선과 평면 α가 이루는 각의 크기를 θ $\left(0 \le \theta \le \frac{\pi}{2}\right)$라 할 때, $\sin\theta$의 값을 구하시오. (30점)

【2-3】 구 S는 평면 α에 의하여 두 부분으로 나누어진다. 이때, 두 부분의 부피의 차를 구하시오. (30점)

수학(문제 3)

[3] 다음 글을 읽고 물음에 답하시오.

(가) 함수 $y=f(x)$가 미분가능할 때, 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(a,f(a))$에서의 접선의 방정식은

$$y=f'(a)(x-a)+f(a)$$

이다.

(나) 지수함수 $f(x)=a^x\ (a>0, a\neq 1)$에 대하여 다음이 성립한다.

(1) $f'(x)=a^x\ln a$

(2) $\int f(x)dx=\frac{a^x}{\ln a}+C$ (단, C는 상수이다.)

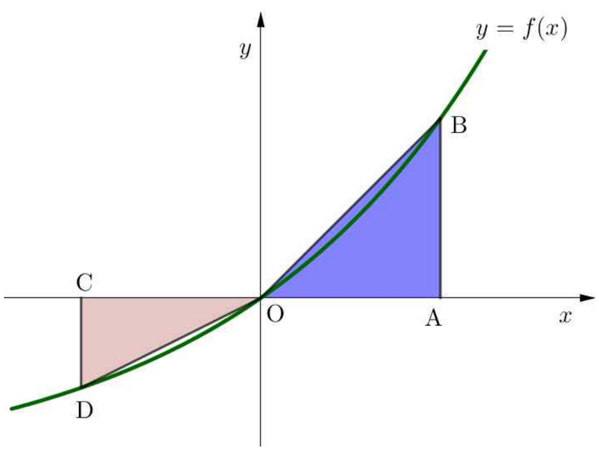
(다) 구간 $[a,b]$에서 연속인 두 함수 $y=f(x)$, $y=g(x)$의 그래프와 두 직선 $x=a, x=b$로 둘러싸인 도형의 넓이 S는

$$S=\int_a^b |f(x)-g(x)|dx$$

이다.

※ 모든 문항에서 풀이 과정을 반드시 기술하시오.

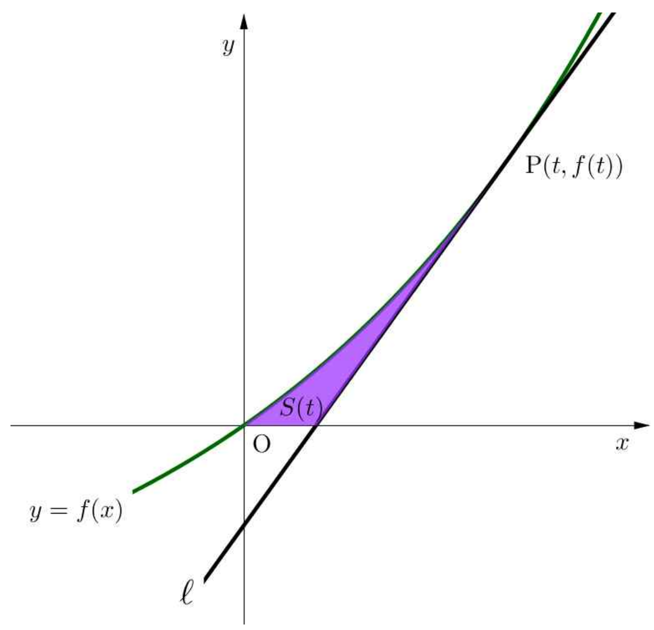
원점 O(0,0)을 지나는 지수함수 $f(x)=a^{bx}+k$의 그래프 위의 두 점 B$(1,f(1))$, D$(-1,f(-1))$과 두 점 A$(1,0)$, C$(-1,0)$에 대하여, 삼각형 OAB와 삼각형 OCD의 넓이를 각각 T_1, T_2라 하자. $T_1=2T_2$일 때, 다음 물음에 답하시오. (단, $a>1, b\neq 0, k$는 상수이다.)



【3-1】(1) $f(1)-k$의 값을 구하시오. (10점)

(2) 자연수 n에 대하여 $a=\sqrt[n]{8}$일 때, b의 값을 b_n이라 하자. $\sum_{n=1}^{30} b_n$의 값을 구하시오. (10점)

【3-2】곡선 $y=f(x)$ 위의 점 P$(t,f(t))$ $(t>0)$에서의 접선을 ℓ이라 하자. 곡선 $y=f(x)$와 접선 ℓ 및 직선 $y=0$으로 둘러싸인 도형의 넓이를 $S(t)$라 하자.



(1) $t=1$일 때, 접선의 방정식을 구하시오. (20점)

(2) 상수 α, β, γ에 대하여

$$S(t)=\alpha f(t)+\beta f(-t)+\gamma t$$

이다. $\alpha\beta\gamma$의 값을 구하시오. (20점)

(3) $S'(t)=\frac{1}{12}$을 만족시키는 실수 t에 대하여 $f(t)$의 값을 구하시오. (20점)

수학(문제 4)

[4] 다음 글을 읽고 물음에 답하시오.

(가) 모든 실수 x에서 연속인 함수 $f(x)$와 상수 a에 대하여

$$\frac{d}{dx}\int_a^x f(t)dt = f(x)$$

가 성립한다.

(나) 미분가능한 두 함수 $y=f(u)$, $u=g(x)$에 대하여 합성함수 $y=f(g(x))$의 도함수는

$$\frac{dy}{dx}=f'(g(x))g'(x)$$

이다.

※ 모든 문항에서 풀이 과정을 반드시 기술하시오.

닫힌구간 $[0,1]$에서 정의된 함수 $h(x)=-2x^3+3x^2$에 대하여, 함수 $h(x)$의 역함수를 $h^{-1}(u)$라 하자. 열린구간 $(0,1)$에서 함수 $f(x)$를

$$f(x)=\int_0^1 |x-h^{-1}(u)|\, du$$

와 같이 정의할 때, 다음 물음에 답하시오.

【4-1】 $f\left(\frac{1}{2}\right)$을 구하시오. (20점)

【4-2】 역함수 $h^{-1}(u)$의 한 부정적분을 $F(u)=\int h^{-1}(u)du$라 할 때, 등식

$$f(x)+2F(h(x))=ax\,h(x)+bx+c$$

가 성립하는 실수 a,b,c 에 대하여 $2a+b$의 값을 구하시오. (40점)

【4-3】 $f'(x_0)=-\frac{13}{27}$일 때, 실수 x_0의 값을 구하시오. (30점)