2018학년도 경북대학교 대학입학 수시모집

논술(AAT) 자연계열 Ⅱ 문제지

(의예과, 치의예과, 수의예과)

시 험 시 간	15:30 ~ 17:10 (100분)	
지원학과(부)	학과(부, 전공)	감독위원 확인
수 험 번 호		㊞
성 명		

감독관의 지시가 있기 전까지 표지를 넘기지 마시오.

< 수험생 유의 사항 >

※ 자연계열 Ⅱ 문제지와 자연계열 Ⅱ 답안지가 맞는지 반드시 확인하여야 함

1. 문제지 및 답안지에 지원학과(부, 전공), 수험번호, 성명을 정확하게 기입할 것[반드시 검정색 필기구(볼펜, 연필 등) 중 1가지를 계속 사용할 것]
2. 문제지는 표지를 제외하고 6쪽(수학 2쪽, 물리, 화학, 생명 과학, 지구 과학 각 1쪽)으로 구성되어 있으며, 답안지는 수학 1매(2쪽), 선택과목 1매(2쪽)로 구성되어 있음
3. 과학영역(물리, 화학, 생명 과학, 지구 과학)에서 반드시 2개의 과목을 선택하여, 답안지의 해당란에 ● 표기하고 선택한 과목명을 기재하여야 함
4. 답안지에 주어진 물음 번호에 맞추어 답안을 작성하되, <u>반드시 주어진 테두리 안에 답안을 작성할 것</u>(테두리를 벗어난 부분은 채점 대상에서 제외함)
5. 답안의 작성은 반드시 검정색 필기구(볼펜, 연필 등) 중 1가지를 계속 사용할 것
6. 답안을 수정할 경우 지우개를 사용하거나 두 줄을 긋고 다시 작성하여야 함
7. 답안지에 자신의 신원을 드러내거나 문제와 관계없는 내용을 기록할 경우에는 “0”점 처리함
8. 연습지가 필요한 경우 문제지의 빈 공간을 사용할 수 있음

수학(문제 1)

[1] 다음 글을 읽고 물음에 답하시오.

(가) 음함수의 미분법을 이용하면 타원 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ 위의 한 점 $\mathrm{P}(x_0, y_0)$에서의 접선의 방정식은

$$\frac{x_0 x}{a^2}+\frac{y_0 y}{b^2}=1$$

이다.

(나) 좌표평면에서 한 점 $\mathrm{P}(x_0, y_0)$과 직선 $ax+by+c=0$ 사이의 거리 d는

$$d=\frac{|ax_0+by_0+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

이다.

(다) 좌표공간에서 두 점 $\mathrm{A}(x_1, y_1, z_1)$, $\mathrm{B}(x_2, y_2, z_2)$를 지나는 직선의 방정식은

$$\frac{x-x_1}{x_2-x_1}=\frac{y-y_1}{y_2-y_1}=\frac{z-z_1}{z_2-z_1} \quad (\text{단, } x_1 \neq x_2,\ y_1 \neq y_2,\ z_1 \neq z_2)$$

이고, $x_1 \neq x_2$, $y_1 \neq y_2$, $z_1 = z_2$이면 직선의 방정식은

$$\frac{x-x_1}{x_2-x_1}=\frac{y-y_1}{y_2-y_1},\ z=z_1$$

이다.

(라) 좌표공간에서 영벡터가 아닌 벡터 $\vec{n}=(a, b, c)$에 수직이고 점 $\mathrm{A}(x_1, y_1, z_1)$을 지나는 평면의 방정식은

$$a(x-x_1)+b(y-y_1)+c(z-z_1)=0$$

이다.

※ 모든 문항에서 풀이 과정을 반드시 기술하시오.

【1-1】 좌표평면에서 타원 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ 위의 한 점 $\mathrm{P}\left(\frac{a}{2}, \gamma\right)$ $(a>0,\ \gamma>0)$에서의 접선을 l이라 하자. 이 타원의 한 초점 $\mathrm{F}(c, 0)$ $(c>0)$에 대하여 선분 FP와 직선 l이 이루는 예각의 크기가 $\frac{\pi}{3}$일 때, $a^2 : b^2 = s : t$이다. s와 t의 값을 구하시오. (단, s와 t는 서로소인 자연수이다.) (40점)

【1-2】 좌표공간에 네 점 $\mathrm{A}(a, 0, 0)$, $\mathrm{B}(0, b, 0)$, $\mathrm{C}(0, 0, 1)$, $\mathrm{D}(a, b, 1)$이 있다. 점 A에서 선분 CD에 내린 수선의 발을 P라고 할 때, 다음 물음에 답하시오. (단, a, b는 양수이다.)

(1) 점 P의 좌표를 구하시오. (15점)

(2) 평면 ACD와 xy평면이 이루는 예각의 크기를 θ라고 할 때, $\cos\theta$를 a와 b에 관한 식으로 나타내시오. (15점)

(3) 선분 AD를 $m : n$으로 내분하는 점을 Q라고 하자. $a=1$이고 $b=3$일 때, 직선 AC와 평면 BPQ가 만나지 않기 위한 m과 n의 값을 구하시오. (단, m과 n은 서로소인 자연수이다.) (30점)

수학(문제 2)

[2] 다음 글을 읽고 물음에 답하시오.

(가) 함수 $f(x)$가 닫힌 구간 $[a,b]$에서 연속일 때, 곡선 $y=f(x)$와 x축 및 두 직선 $x=a$, $x=b$로 둘러싸인 도형의 넓이 S는

$$S=\int_a^b |f(x)|\,dx$$

이다.

(나) 함수 $f(x)$가 닫힌 구간 $[a,b]$에서 연속일 때,

$$\frac{d}{dx}\int_a^x f(t)dt=f(x)\ (\text{단, } a<x<b)$$

이다.

(다) 함수 $f(x)$의 이계도함수 $f''(x)$가 존재할 때,

$$f'(a)=0,\ f''(a)>0$$

이면, $f(x)$는 $x=a$에서 극소이다.

※ 모든 문항에서 풀이 과정을 반드시 기술하시오.

두 실수 α, β에 대하여 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $g(x)$는 다음 조건을 만족시킨다.

(a) 방정식 $g(x)=0$은 세 실근 1, 3, k를 갖는다.
(b) $\int_1^3 g(x)dx=\alpha$
(c) $\int_1^3 \lvert g(x)\rvert dx=\beta$

다음 물음에 답하시오.

【2-1】 $|\alpha|\neq\beta$일 때, 제시문 (가)를 활용하여 $1<k<3$임을 보이시오. (20점)

【2-2】 제시문 (가), (나), (다)를 활용하여 β의 최솟값을 구하시오. (40점)

【2-3】 $1<k<3$일 때, $\beta=\dfrac{2}{3}$가 되는 모든 k의 값의 곱은 $p+q\sqrt{2}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p, q는 유리수이다.)

(40점)

물리

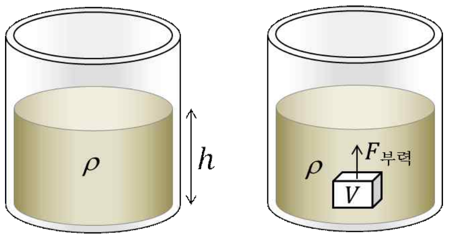
[1] 다음 글을 읽고 물음에 답하시오.

(가) <그림 1>의 왼쪽과 같이 실린더에 밀도가 ρ인 액체가 h만큼의 깊이로 담겨 있다고 하자. 중력 가속도를 g라고 한다면, 액체의 무게 때문에 실린더 바닥이 받는 압력 P는 다음과 같다.

$$P = \rho g h$$

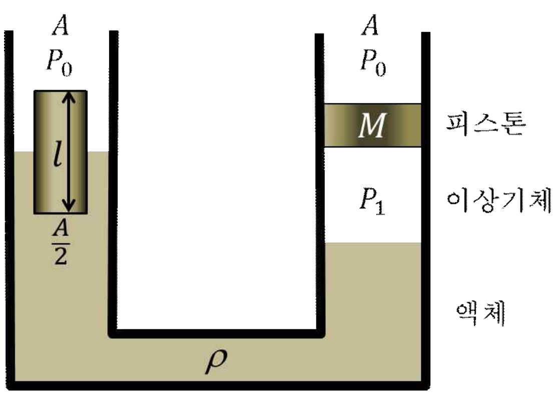
<그림 1>의 오른쪽과 같이 밀도가 ρ인 액체에 부피 V만큼 물체가 잠겼을 때, 이 물체가 받는 부력 $F_{부력}$은 다음과 같다.

$$F_{부력} = \rho V g$$



<그림 1>

(나) <그림 2>와 같이 단면적이 A인 U자관에 이상기체와 밀도가 ρ인 액체가 채워져 있다. U자관 왼쪽에는 단면적이 $\frac{A}{2}$이고 높이가 l인 밀도가 균일한 원기둥 모양의 물체가 떠서 정지해 있으며 물체 높이의 절반만 액체에 잠겨 있다. U자관 오른쪽에는 외부 공기와 이상기체 사이에 마찰 없이 움직일 수 있는 질량이 M인 피스톤이 설치되어 정지해 있다. 액체는 압축되지 않고, 이상기체는 일정한 온도를 유지하고 있으며 밀도가 매우 작아 높이에 따른 압력 차이는 없다. U자관 외부의 압력은 P_0이고, 이상기체의 압력은 P_1이다. 중력 가속도를 g라고 한다.



<그림 2>

※ 모든 문항에서 풀이 과정을 반드시 기술하시오.

【1-1】 제시문 (나)에서 U자관 왼쪽 액체의 윗면과 U자관 오른쪽 액체의 윗면의 높이 차이를 M, ρ, A를 사용하여 표현하시오. (30점)

【1-2】 제시문 (나)에서 원기둥 물체는 외부 힘이 작용하여 수직 아래로 일정한 속도로 천천히 이동하였다. 원기둥 물체가 $\frac{l}{4}$만큼 이동했을 때, U자관 왼쪽 액체의 윗면과 오른쪽 액체의 윗면의 높이가 각각 얼마나 올라가는지를 l을 사용하여 표현하시오. (30점)

【1-3】 【1-2】의 경우에 물체의 이동 거리 x가 0에서 $\frac{l}{4}$까지 증가함에 따라 물체에 가해 준 외부 힘의 그래프를 그리고, x가 0에서 $\frac{l}{4}$까지 증가할 때 외부 힘이 한 일의 양을 구하시오. (40점)

화학

[1] 다음 글을 읽고 물음에 답하시오.

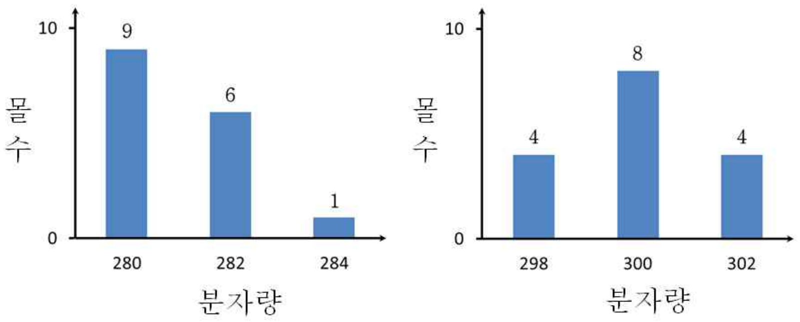
(가) 두 종류의 화합물 $C_xH_yBr_2$과 $C_mH_nCl_2$을 <표 1>과 같이 다양한 몰 비율로 섞은 뒤 충분한 양의 O_2와 반응시켰을 때 모든 C가 CO_2로 산화되었다. 각각의 혼합물에 대하여 생성된 CO_2 부피의 상대 비율을 아래의 표에 제시하였다. 상대 비율은 혼합물 A에서 생성된 CO_2 부피를 100%로 하여 계산하였다. (단, CO_2 부피는 0℃, 1 기압에서 측정하였고, Br과 Cl는 주어진 조건에서 C와 반응하지 않는다.)

	$C_xH_yBr_2$	$C_mH_nCl_2$	CO_2 부피 상대 비율(%)
혼합물 A	1 몰	1 몰	100
혼합물 B	2 몰	1 몰	140
혼합물 C	2 몰	3 몰	㉠

<표 1>

(나) 원자 번호가 같지만 질량수가 다른 원소를 동위 원소라고 한다. 동위 원소는 특정한 비율로 자연에 존재한다. 미량으로 존재하거나 불안정한 동위 원소를 무시했을 때 ^{79}Br과 ^{81}Br은 1 : 1 의 비율로 존재하고, ^{35}Cl와 ^{37}Cl는 3 : 1 의 비율로 존재한다.

(다) (가)에 제시된 두 종류의 화합물 $C_xH_yBr_2$과 $C_mH_nCl_2$이 표지가 없는 두 개의 밀폐된 용기에 각각 16 몰씩 담겨져 있다. 화합물을 확인하고 원소조성을 결정하기 위하여 각각의 용기에 있는 화합물의 분자량과 그에 해당하는 몰수를 측정하였고, 그 결과는 <그림 1>과 같다. Br과 Cl의 동위 원소 때문에 각각의 화합물로부터 한 가지 이상의 분자량이 측정되었다. (단, C와 H는 ^{12}C와 ^{1}H만 고려하며 $y \le 2x+2$, $n \le 2m+2$이다.)

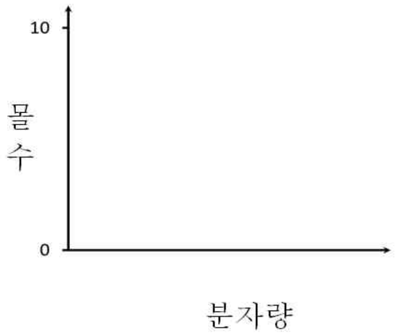


<그림 1>

※ 모든 문항에서 풀이 과정을 반드시 기술하시오.

【1-1】 제시문 (가)에 근거하여 <표 1>의 ㉠에 들어갈 값을 구하시오. (15점)

【1-2】 밀폐된 용기에 C_5H_8BrCl이 16 몰 들어 있을 때, 제시문 (나)와 (다)에 근거하여 C_5H_8BrCl의 분자량과 그에 해당하는 몰수를 모두 구하시오. 그리고 아래 그래프를 답안지에 완성하시오. (단, C와 H는 ^{12}C와 ^{1}H만 고려한다.) (25점)



【1-3】 제시문 (가), (나), (다)에 근거하여 다음 물음에 답하시오.

(1) $C_mH_nCl_2$의 분자식을 구하시오. (40점)

(2) 밀폐된 용기 안에 1 몰의 C_xH_y과 50 몰의 O_2를 넣고 완전 연소하였을 때 CO_2와 H_2O이 생성되었다. 이 반응의 화학 반응식을 상태 표시 없이 쓰고, 반응 후에 남은 O_2의 몰수를 구하시오. (20점)

생명 과학

[1] 다음 글을 읽고 물음에 답하시오.

(가) 신경계를 이루는 기본 단위는 뉴런이라고 하는 신경 세포이다. 뉴런은 자극을 받아들이고 전달하는 기능을 수행하기에 알맞은 구조를 갖추고 있다. 대부분의 뉴런은 형태적으로 신경 세포체, 가지돌기, 축삭돌기를 가진다. 신경 세포체에는 핵과 대부분의 세포질이 모여 있으며, 가지돌기는 신경 세포체 주위에 나뭇가지 모양으로 여러 개가 돋아 있어서 다른 뉴런으로부터 신호를 전달받는다. 그리고 축삭돌기는 자극을 다른 뉴런이나 작용기 세포로 전달하는 역할을 한다.
뉴런이 자극을 받으면 세포막의 전기적 특성이 변하는데 이러한 현상을 흥분이라고 한다. 자극을 통해 발생한 흥분의 정도가 역치 전위에 도달하면 활동 전위가 발생하고 발생된 활동 전위는 축삭돌기를 따라 이동한다. 이 때 두 가지 이온 통로가 중요한 역할을 한다. 축삭돌기 말단으로 이동된 흥분은 신경 전달 물질의 방출을 유도하고 시냅스를 통해 연결된 다른 뉴런의 흥분 혹은 억제를 유도할 수 있다.

(나) 우리 몸은 골격근의 수축 혹은 이완으로 다양한 동작을 할 수 있는데, 하나의 골격근은 수천 개의 근육 섬유로 구성되어 있다. 각각의 근육 섬유는 더 가느다란 근육 원섬유로 되어 있고, 근육 원섬유는 두 가지 필라멘트로 구성되어 있다. 근육 원섬유의 한 마디(근절)는 근수축의 기본 단위이다.
하나의 운동 뉴런은 그 말단이 근육 섬유막과 좁은 간격을 두고 접해 있다. 운동 뉴런의 흥분 신호가 축삭돌기 말단에 이르면 아세틸콜린이 분비되어 근육 섬유막으로 확산된다. 이어서 근육 섬유막에 발생된 활동 전위가 근육 원섬유에 전달되면 근수축이 일어난다.

(다) 사고나 수술로 인해 피를 많이 흘린 경우 수혈로 혈액을 보충해 주어야 하는데, 이 때 혈액형은 매우 중요하다. 왜냐하면, 사람의 적혈구에는 항원으로 작용하는 응집원이 있고 혈장에는 응집원에 대해 항체로 작용하는 응집소가 있기 때문이다. ABO식 혈액형은 적혈구 막에 있는 응집원의 종류에 따라 A형, B형, AB형, O형의 네 가지로 구분된다. ABO식 혈액형 외에도 수혈 시 유의해야 하는 혈액형으로 Rh식 혈액형이 있다.
다른 응집원에 노출된 적이 없는 두 사람의 혈액형을 판정한 결과, 한 명은 Rh^-형이면서 O형(Rh^- O형)이었고 다른 한 명은 Rh^+형이면서 B형(Rh^+ B형)이었다. 이들의 응집원과 응집소를 고려하면 상호간 수혈 가능성을 알 수 있다.

【1-1】 제시문 (가)를 참고하여 다음 물음에 서술로 답하시오. **(단, 그림이나 그래프는 사용하지 마시오.)**

(1) 신경계에서 일어나는 현상 중 흥분의 전도와 흥분의 전달을 각각 정의하고, 흥분 이동 원리의 차이점을 설명하시오. (15점)

(2) 일반적으로 뉴런의 축삭돌기 시작 부위에서 발생된 활동 전위는 축삭돌기 말단으로 이동한다. 두 가지 이온 통로의 열림과 닫힘을 모두 고려하여 축삭돌기에서 나타나는 활동 전위의 이동 과정을 특정 이온의 이동 방향과 막전위 변화로 설명하시오. (20점)

【1-2】 제시문 (나)를 참고하여 다음 물음에 서술로 답하시오. **(단, 그림이나 그래프는 사용하지 마시오.)**

(1) 근육 원섬유 마디(근절)는 두 가지 필라멘트 분포 차이에 따라 세 영역으로 나눌 수 있다. 세 영역의 이름을 쓰고, 각 영역별 필라멘트의 분포 차이를 설명하시오. (15점)

(2) 활주설(활주 필라멘트 모델)에 근거한 근수축의 원리를 설명하고, 이에 따른 근수축 시 【1-2】(1)에서 언급된 세 영역의 길이 변화를 쓰시오. (20점)

【1-3】 제시문 (다)를 참고하여 다음 물음에 답하시오.

(1) 두 사람의 Rh식과 ABO식 혈액형에 대한 각각의 응집원과 응집소를 아래 표의 번호 순서대로 답하시오. (단, Rh식 혈액형의 응집원과 응집소 유무는 각각 "+"와 "−"로 표시하고, ABO식 혈액형에서 응집원과 응집소가 없는 경우는 "없음"으로 쓰시오.) (15점)

혈액형	Rh^- O형	Rh^+ B형
응집원	①	③
응집소	②	④

(2) 수혈 시 혈액형이 중요한 이유를 설명하시오. 또한, Rh^- O형과 Rh^+ B형인 두 사람의 응집원과 응집소를 고려하여 두 사람 사이에서 첫 번째 수혈 시 수혈을 받을 수 없는 사람의 혈액형을 쓰고, 그 이유를 설명하시오. (15점)

지구 과학

[1] 다음 글을 읽고 물음에 답하시오.

(가) 기후 변화의 원인은 복사 에너지 균형(열수지)의 변화이다. 지구로 유입되는 태양 복사 에너지양, 태양 에너지 반사량 및 우주로 재방출되는 에너지양이 변화할 때 기후변화가 일어날 수 있다. 지구 표면에 존재하는 대부분의 빙하는 북반구 고위도 지역에 위치하므로, 북반구 여름의 일사량 변화가 빙하기와 간빙기 등 장기간 기후 변화를 일으키는 주된 원인으로 추정된다. 일사량이 감소하면 겨울에 내린 눈이 여름에 녹아 없어지지 않고, 쌓인 눈으로 인해 얼음이 성장하여 빙하기가 유도될 수 있다.

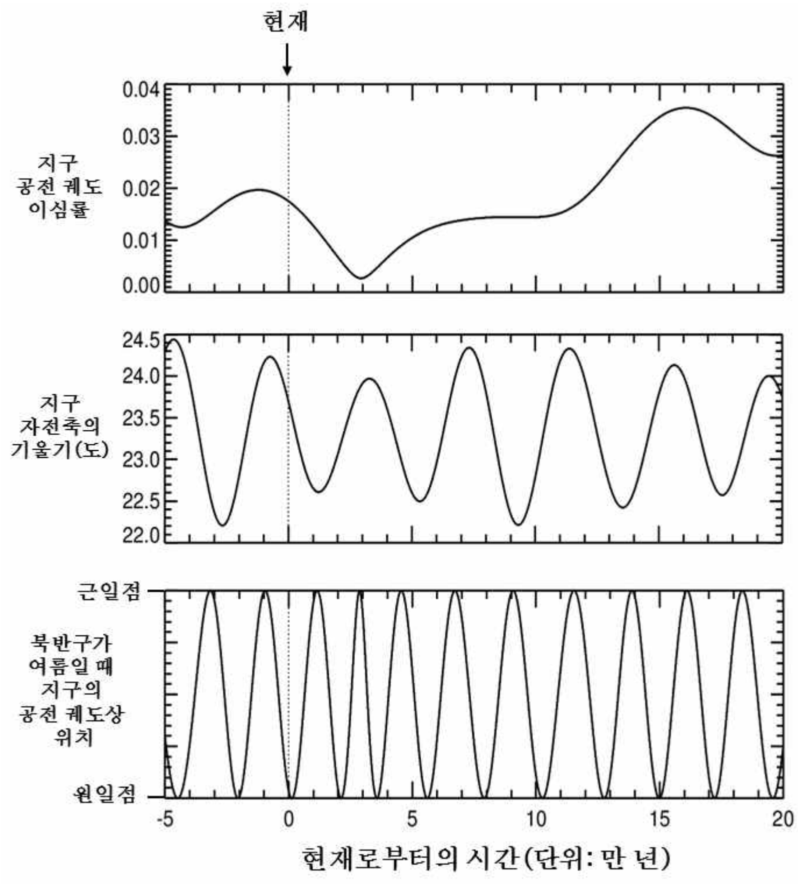
(나) 행성의 운동에 대한 케플러의 첫 번째 법칙은 행성의 공전 궤도가 태양을 두 개의 초점 중 하나에 둔 타원이라는 것이다. 타원의 두 초점 사이의 거리를 긴반지름의 두 배로 나눈 값을 이심률이라고 한다. 지구의 공전은 태양 외에도 다른 행성, 달 등의 영향을 끊임없이 받기 때문에, 공전 궤도의 이심률은 계속해서 달라진다. 그러나 공전 궤도의 긴반지름은 일정하게 유지된다. 북반구의 계절이 여름일 때 지구의 공전 궤도상 위치는 지구의 세차 운동 때문에 변한다. 공전 궤도면에 대한 자전축의 기울기 역시 22~24.5도 범위 내에서 변한다. 현재 지구 자전축의 기울기는 23.5도이며, 지구는 북반구가 여름일 때 공전 궤도상 원일점 부근에 위치한다.

(다) 세르비아의 밀란코비치는 지구 기후 변화를 지구 공전 궤도 이심률의 변화, 지구 자전축의 기울기 변화, 세차 운동의 복합적인 요인으로 설명할 수 있다고 하였다. 이들 변화는 천천히 일어나지만 예측이 가능하며, 이러한 변화로 인해 특정 위도의 지표에 도달하는 태양 복사 에너지양이 장기적으로는 약 10% 정도 달라질 수 있다. 지구의 기온은 주기적으로 상승과 하강을 거듭함으로써 해수면을 끊임없이 변화시키고 있다. 최근에는 지구의 기온 상승과 함께 해수면 상승이 대표적인 환경 문제이다. 지난 몇백 년의 관측 기록을 통해 과거의 기후와 미래의 기후 변화를 예측하기는 매우 어려운 일이다. 과거 지질 시대의 기후를 추정할 때에는 기본적으로 빙하의 흔적과 퇴적물의 구조, 지층에서 산출되는 화석 등을 이용한다. 과학자들은 주로 빙하의 얼음 연구를 통해 과거의 지구 기온과 대기 성분에 대해 많은 것을 알아낸다. 현재 일반적으로 빙하의 얼음을 구성하는 물 분자들 속에서 산소 중 99.8%는 ^{16}O로 구성되어 있고, 0.2%는 ^{18}O로 구성되어 있다.

【1-1】 현재를 기준으로 ㉠지구 자전축의 기울기는 감소중이며, ㉡공전 궤도는 원에 가까워지고 있다. 제시문 **(가)**와 **(나)**를 참고하여 ㉠과 ㉡ 현상이 지구의 반사율에 각각 어떠한 영향을 줄 것인지 설명하시오. (단, 북반구가 여름일 때 지구의 공전 궤도상 위치는 변하지 않는다고 가정함) (30점)

【1-2】 북극 빙하의 얼음을 채취한 시료에서 ^{16}O가 99.7%, ^{18}O가 0.3%로 측정되었다. 제시문 **(다)**를 참고하여 이 시료는 간빙기와 빙하기 중 어떤 시기에 형성되었는지 답하고, 그렇게 답한 이유를 제시하시오. 또한, 이 시기의 해수면의 높이를 현재와 비교하여 설명하시오. (30점)

【1-3】 제시문 (가), (나), (다)와 **아래 그림**을 참고하여 17만 년 후의 북반구 해수 내 $^{18}O/^{16}O$의 변화를 현재와 비교하여 설명하시오. 그리고 빙하의 면적 증감에 관해 설명하시오. (단, 인간의 활동에 의한 지구 기후 변화는 배제함) (40점)



경북대학교

2018학년도 수시 논술 답안지

계열	자연계열Ⅱ (의예과, 치의예과, 수의예과)
과목	수학
감독자 확인	

수험생 작성란

지원학과 (부, 전공)	
성명	

수험번호

생년월일

【유의사항】

1. 반드시 검정색 필기구(볼펜, 연필 등)를 사용하여야 함
2. 수험번호 및 생년월일을 정확히 기재하여야 함(해당란에 ● 표기)
3. 답안은 반드시 박스 내에 작성하여야 함
4. 답안을 수정할 경우 지우개를 사용하거나 두 줄을 긋고 재작성하여야 함
5. 답안과 관련 없는 표현이나 표시를 한 경우 "0"점 처리함

【문제 1】 반드시 해당문제의 답을 작성해야 함

【1-1】

【1-2】

이 줄 아래에 답안을 작성하거나 낙서할 경우 판독이 불가능하여 채점 불가

이 줄 위에 답안을 작성하거나 낙서할 경우 판독이 불가능하여 채점 불가

【문제 2】 반드시 해당문제의 답을 작성해야 함

【2-1】

【2-2】

【2-3】

이 줄 아래에 답안을 작성하거나 낙서할 경우 판독이 불가능하여 채점 불가

경북대학교

2018학년도 수시 논술 답안지

계열	자연계열Ⅱ (의예과, 치의예과, 수의예과)			
과목	물리	화학	생명 과학	지구 과학
선택1	O	O	O	O
선택2	O	O	O	O
감독자 확인				

수험생 작성란

지원학과 (부, 전공)	
성명	

수험번호

생년월일

【유의사항】

6. 반드시 검정색 필기구(볼펜, 연필 등)를 사용하여야 함
7. 수험번호 및 생년월일을 정확히 기재하여야 함(해당란에 ● 표기)
8. 답안은 반드시 박스 내에 작성하여야 함
9. 답안을 수정할 경우 지우개를 사용하거나 두 줄을 긋고 재작성하여야 함
10. 답안과 관련 없는 표현이나 표시를 한 경우 "0"점 처리함

【선택 1 과목명: ________________】 반드시 선택 과목의 답을 작성해야 함

【1-1】

【1-2】

【1-3】

이 줄 아래에 답안을 작성하거나 낙서할 경우 판독이 불가능하여 채점 불가

이 줄 위에 답안을 작성하거나 낙서할 경우 판독이 불가능하여 채점 불가

【선택 2 과목명: ________________】 반드시 선택 과목의 답을 작성해야 함

【1-1】

【1-2】

【1-3】

이 줄 아래에 답안을 작성하거나 낙서할 경우 판독이 불가능하여 채점 불가

문항카드(수리계열 – 수학)

[문제 1]

1. 일반 정보

유형	☑ 논술고사 ☐ 면접 및 구술고사	
전형명	논술(AAT) 전형	
해당 대학의 계열(과목) / 문항 번호	자연계열Ⅱ / 1	
출제 범위	수학과 교육과정 과목명	기하와 벡터
	핵심 개념 및 용어	타원, 접선의 방정식, 공간도형, 공간벡터
예상 소요 시간	전체 시험시간 100분 중 25분	

2. 문항 및 제시문

[1] 다음 글을 읽고 물음에 답하시오.

(가) 음함수의 미분법을 이용하면 타원 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ 위의 한 점 $P(x_0, y_0)$에서의 접선의 방정식은

$$\frac{x_0 x}{a^2}+\frac{y_0 y}{b^2}=1$$이다.

(나) 좌표평면에서 한 점 $P(x_0, y_0)$과 직선 $ax+by+c=0$ 사이의 거리 d는

$$d=\frac{|ax_0+by_0+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

이다.

(다) 좌표공간에서 두 점 $A(x_1, y_1, z_1)$, $B(x_2, y_2, z_2)$를 지나는 직선의 방정식은

$$\frac{x-x_1}{x_2-x_1}=\frac{y-y_1}{y_2-y_1}=\frac{z-z_1}{z_2-z_1} \quad (\text{단, } x_1\neq x_2,\ y_1\neq y_2,\ z_1\neq z_2)$$

이고, $x_1\neq x_2$, $y_1\neq y_2$, $z_1=z_2$이면 직선의 방정식은

$$\frac{x-x_1}{x_2-x_1}=\frac{y-y_1}{y_2-y_1},\ z=z_1$$

이다.

(라) 좌표공간에서 영벡터가 아닌 벡터 $\vec{n}=(a, b, c)$에 수직이고

점 $A(x_1, y_1, z_1)$을 지나는 평면의 방정식은

$$a(x-x_1)+b(y-y_1)+c(z-z_1)=0$$

이다.

【1-1】 좌표평면에서 타원 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ 위의 한 점 $\mathrm{P}\left(\frac{a}{2}, \gamma\right)$ $(a>0,\ \gamma>0)$에서의 접선을 l이라 하자. 이 타원의 한 초점 $\mathrm{F}(c, 0)$ $(c>0)$에 대하여 선분 FP와 직선 l이 이루는 예각의 크기가 $\frac{\pi}{3}$일 때, $a^2 : b^2 = s : t$이다. s와 t의 값을 구하시오. (단, s와 t는 서로소인 자연수이다.) (40점)

【1-2】 좌표공간에 네 점 $\mathrm{A}(a,0,0)$, $\mathrm{B}(0,b,0)$, $\mathrm{C}(0,0,1)$, $\mathrm{D}(a,b,1)$이 있다. 점 A에서 선분 CD에 내린 수선의 발을 P라고 할 때, 다음 물음에 답하시오. (단, a, b는 양수이다.)

(1) 점 P의 좌표를 구하시오. (15점)

(2) 평면 ACD와 xy평면이 이루는 예각의 크기를 θ라고 할 때, $\cos\theta$를 a와 b에 관한 식으로 나타내시오. (15점)

(3) 선분 AD를 $m:n$으로 내분하는 점을 Q라고 하자. $a=1$이고 $b=3$일 때, 직선 AC와 평면 BPQ가 만나지 않기 위한 m과 n의 값을 구하시오. (단, m과 n은 서로소인 자연수이다.) (30점)

3. 출제 의도

본 문제는 좌표공간에서 타원의 정의와 방정식을 잘 이해하고 원 위의 한 점 P에서의 접선 l과 초점과 점 P를 이은 선분이 이루는 각을 점과 직선 사이의 거리와 두 점 사이의 거리를 이용하여 구할 수 있는지를 평가하고자 한다. 또한 좌표공간에서 공간도형, 공간좌표에 관한 직선과 평면의 위치관계, 삼수선의 정리, 내분점, 내적, 직선의 방정식, 평면의 방정식을 이해하고 공간도형의 문제해결을 위해 이를 종합적으로 판단할 수 있는지를 평가하고자 한다.
1-1. 일반적인 타원 위의 한 점 P에서의 접선 l과 초점과 점 P를 이은 선분이 이루는 각을 구할 수 있는지를 평가하는 문제이다.
1-2. 좌표공간에서 벡터의 내적, 직선의 방정식, 삼수선의 정리를 이해하고, 내분점과 평면의 방정식을 구할 수 있고, 직선과 평면의 위치관계를 파악할 수 있는지를 평가하는 문제이다.

4. 출제 근거

가) 교육과정 및 관련 성취기준

<table>
<tr><th colspan="2">문항 및 제시문</th><th>관련 성취기준</th></tr>
<tr><td rowspan="2">제시문
(가)</td><td>교육과정</td><td>[기하와 벡터]-Ⅰ.평면곡선-1. 이차곡선
(1) 타원의 뜻을 알고, 타원의 방정식을 구할 수 있다.
[기하와 벡터]-Ⅰ. 평면곡선-2. 평면 곡선의 접선
(2) 음함수를 미분하여 곡선 위의 한 점에서의 접선의 방정식을 구할 수 있다.</td></tr>
<tr><td>성취기준·성취수준</td><td>[기하와 벡터]-Ⅰ.평면곡선-1. 이차곡선
기벡1112. 타원의 뜻을 알고, 타원의 방정식을 구할 수 있다.
[기하와 벡터]-Ⅰ. 평면곡선-2. 평면 곡선의 접선
기벡1121. 음함수를 미분하여 곡선 위의 한 점에서의 접선의 방정식을 구할 수 있다.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">제시문
(나)</td><td>교육과정</td><td>[수학Ⅰ]-Ⅲ. 도형의 방정식-2. 직선의 방정식
(3) 점과 직선 사이의 거리를 구할 수 있다.</td></tr>
<tr><td>성취기준·성취수준</td><td>[수학Ⅰ]-Ⅲ. 도형의 방정식-2. 직선의 방정식
수학1323. 점과 직선 사이의 거리를 구할 수 있다.</td></tr>
</table>

제시문 (다)	교육과정	[기하와 벡터]-Ⅲ. 공간도형과 공간벡터-3. 공간벡터 (4) 좌표공간에서 벡터를 이용하여 직선의 방정식을 구할 수 있다.
	성취기준·성취수준	[기하와 벡터]-Ⅲ. 공간도형과 공간벡터-3. 공간벡터 기벡1333. 좌표공간에서 벡터를 이용하여 직선의 방정식을 구할 수 있다.
제시문 (라)	교육과정	[기하와 벡터]-Ⅲ. 공간도형과 공간벡터-3. 공간벡터 (5) 좌표공간에서 벡터를 이용하여 평면과 구의 방정식을 구할 수 있다.
	성취기준·성취수준	[기하와 벡터]-Ⅲ. 공간도형과 공간벡터-3. 공간벡터 기벡1334. 좌표공간에서 벡터를 이용하여 평면의 방정식과 구의 방정식을 구할 수 있다.
문제 1-1	교육과정	[기하와 벡터]-Ⅰ.평면곡선-1. 이차곡선 (1) 타원의 뜻을 알고, 타원의 방정식을 구할 수 있다. [기하와 벡터]-Ⅰ. 평면곡선-2. 평면 곡선의 접선 (2) 음함수를 미분하여 곡선 위의 한 점에서의 접선의 방정식을 구할 수 있다. [수학Ⅰ]-Ⅲ. 도형의 방정식-2. 직선의 방정식 (3) 점과 직선 사이의 거리를 구할 수 있다.
	성취기준·성취수준	[기하와 벡터]-Ⅰ. 평면곡선-2. 평면 곡선의 접선 기벡1121. 음함수를 미분하여 곡선 위의 한 점에서의 접선의 방정식을 구할 수 있다. [수학Ⅰ]-Ⅲ. 도형의 방정식-2. 직선의 방정식 수학1323. 점과 직선 사이의 거리를 구할 수 있다.
문제 1-2	교육과정	[기하와 벡터]-Ⅲ. 공간도형과 공간벡터-3. 공간벡터 (2) 두 공간벡터의 내적의 뜻을 알고, 이를 구할 수 있다. [기하와 벡터]-Ⅲ. 공간도형과 공간벡터-1. 공간도형 (2)삼수선의 정리를 이해하고, 이를 활용할 수 있다. (3)정사영의 뜻을 알고, 이를 구할 수 있다. (3) 좌표공간에서 선분의 내분점과 외분점의 좌표를 구할 수 있다. [기하와 벡터]-Ⅲ. 공간도형과 공간벡터-3. 공간벡터 (4) 좌표공간에서 벡터를 이용하여 직선의 방정식을 구할 수 있다. [기하와 벡터]-Ⅲ. 공간도형과 공간벡터-3. 공간벡터 (5) 좌표공간에서 벡터를 이용하여 평면과 구의 방정식을 구할 수 있다. [기하와 벡터]-Ⅲ. 공간도형과 공간벡터-1. 공간도형 (1) 직선과 직선, 직선과 평면, 평면과 평면의 위치 관계에 대한 간단한 증명을 할 수 있다.
	성취기준·성취수준	기벡1333. 좌표공간에서 벡터를 이용하여 직선의 방정식을 구할 수 있다. 기벡1332. 두 공간벡터의 내적의 뜻을 알고, 이를 구할 수 있다. 기벡1312. 삼수선의 정리를 이해하고, 이를 활용할 수 있다. 기벡1313. 정사영의 뜻을 알고, 정사영의 길이와 넓이를 구할 수 있다. 기벡1323. 좌표공간에서 선분의 내분점과 외분점의 좌표를 구할 수 있다. 기벡1332. 두 공간벡터의 내적의 뜻을 알고, 이를 구할 수 있다. 기벡1333. 좌표공간에서 벡터를 이용하여 직선의 방정식을 구할 수 있다. 기벡1334. 좌표공간에서 벡터를 이용하여 평면의 방정식과 구의 방정식을 구할 수 있다. 기벡1311. 직선과 직선, 직선과 평면, 평면과 평면의 위치 관계에 대한 간단한 증명을 할 수 있다.

※ 교육과학기술부 고시 제2011-361호[별책 8] “수학과 교육과정” 및 교육과학기술부 발간 “2009 개정 교육과정에 따른 성취기준·성취수준: 고등학교 수학”(교육과학기술부 발간등록번호 11-1341000-002322-01)에 근거

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행 연도	쪽수
고등학교 교과서	기하와 벡터	이준열 외	천재교육	2014	17-22,44-48
	수학Ⅰ	우정호 외	동아출판	2014	177
	기하와 벡터	김창동 외	교학사	2014	176-190

5. 문항 해설

타원은 공전궤도나 신호처리에 이용하는 등 천문학과 공학에 이르기까지 광범위한 분야에서 널리 활용된다. 또한, 좌표공간에서 직선과 평면은 많은 분야에 응용이 가능한 가장 기본적인 도구이다. 본 문항의 핵심적인 내용은 「기하와 벡터」의 '평면곡선' 과 '공간도형과 공간벡터' 단원에서 다루어진다. 따라서 본 문항을 통해 학생들이 제시문을 읽고 타원 위의 한 점에서의 접선과 초점과 그 점을 이은 선분이 이루는 각의 크기가 주어졌을 때 타원의 장축, 단축의 비를 구할 수 있는지, 벡터의 내분점, 내적, 삼수선의 정리, 직선의 방정식, 평면의 방정식을 잘 이해하고 직선과 평면의 위치관계를 파악할 수 있는지, 풀이 과정을 논리적으로 전개할 수 있는지를 평가한다.

6. 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
1-1	타원 위의 한 점에서의 접선의 방정식을 구한다.	5
	$\sin\theta$를 맞게 구상한다.	10
	점과 직선 사이의 거리와 두 점 사이의 거리를 구한다.	20
	문제에서 원하는 비율을 맞게 구한다.	5
1-2	(1) 직선의 방정식을 구한다.	5
	(1) 선분 AP와 선분 CD의 수직조건을 이용한다.	5
	(1) 점 P의 좌표를 구한다.	5
	(2) 삼각형의 면적을 구한다.	10
	(2) 정사영을 이용하여 $\cos\theta$를 구한다.	5
	(3) 평면의 방정식을 구한다.	15
	(3) 직선의 방정식을 구한다.	5
	(3) 평면의 법선벡터와 직선의 방향벡터가 수직인 조건으로부터 m, n의 값을 구한다.	5
	(3) 평면과 직선이 만나지 않음을 보인다.	5

7. 예시 답안

[1-1] (40점)

○ **모범답안:** 타원의 방정식 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$에서 $\mathrm{P}\left(\frac{a}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}b\right)$이고 접선 l의 방정식은

$\frac{x}{2a}+\frac{\sqrt{3}y}{2b}=1$이다.

$\sin\theta=\frac{\text{점 F에서 접선 } l\text{까지의 거리}}{\text{선분 PF의 길이}}$ 이므로 점 F에서 접선 l까지의 거리와

선분 PF의 길이를 구해보자.

점 F에서 접선 l까지의 거리는 $\dfrac{\left|\dfrac{c}{2a}-1\right|}{\sqrt{\dfrac{1}{4a^2}+\dfrac{3}{4b^2}}}=\dfrac{a-\dfrac{c}{2}}{\sqrt{\dfrac{1}{4}+\dfrac{3a^2}{4b^2}}}$ 이고

선분 PF의 길이는

$\sqrt{\left(\dfrac{a}{2}-c\right)^2+\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}b\right)^2}=\sqrt{\dfrac{a^2}{4}-ac+c^2+\dfrac{3}{4}a^2-\dfrac{3}{4}c^2}=a-\dfrac{c}{2}$ 이다.

그래서 $\sin\theta=\dfrac{\text{점 F에서 접선 } l\text{까지의 거리}}{\text{선분 PF의 길이}}=\dfrac{1}{\sqrt{\dfrac{1}{4}+\dfrac{3a^2}{4b^2}}}$ 이다.

θ가 $\dfrac{\pi}{3}$이므로 $\sin\theta=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ 이고 $k=\dfrac{a^2}{b^2}$라 하면,

$\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\dfrac{1}{\sqrt{\dfrac{1}{4}+\dfrac{3}{4}k}}$ 이고 $k=\dfrac{13}{9}$이다. $\dfrac{a^2}{b^2}=\dfrac{13}{9}$이므로 $s=13$이고 $t=9$이다.

○ **채점기준:** γ와 접선 l의 방정식을 정확히 구한다. (5점)

$\sin\theta=\dfrac{\text{점 F에서 접선 } l\text{까지의 거리}}{\text{선분 PF의 길이}}$ 임을 안다. (10점)

점 F에서 접선 l까지의 거리와 선분 PF의 길이를 정확히 구한다. (각각 10점)

$\dfrac{a^2}{b^2}$를 제대로 구하고 답을 구한다. (5점)

[1-2] (60점)

○ **모범답안:** (1) 점 P의 좌표를 (x, y, z)로 놓자.

직선 CD의 방정식은 $\dfrac{X}{a}=\dfrac{Y}{b}$, $Z=1$이고 점 P는 선분 CD위에 있으므로

$ay=bx,\ z=1$ ----㉠

두 벡터 $\overrightarrow{\text{CD}}$와 $\overrightarrow{\text{AP}}$의 내적은 0이 되므로

$a(x-a)+by=0$ ----㉡

㉠과 ㉡을 연립하면, $x=\dfrac{a^3}{a^2+b^2}$, $y=\dfrac{a^2b}{a^2+b^2}, z=1$

따라서 $\text{P}\left(\dfrac{a^3}{a^2+b^2},\ \dfrac{a^2b}{a^2+b^2}, 1\right)$이다.

○ **채점기준:** 직선 CD의 방정식 ㉠을 구한다. (5점)

선분 AP와 선분 CD의 수직조건으로부터 ㉡을 구한다. (5점)

㉠과 ㉡을 연립하여 점 P의 좌표를 구한다. (5점)

(2) 삼각형 ACD의 넓이를 S라 할 때, 선분 AP의 길이를 삼수선의 정리 또는 두 점 사이의 거리를 이용하여 구하면,

$\text{S}=\dfrac{1}{2}\times\overline{\text{CD}}\times\overline{\text{AP}}=\dfrac{1}{2}\times\sqrt{a^2+b^2}\times\sqrt{1+\dfrac{a^2b^2}{a^2+b^2}}=\dfrac{1}{2}\sqrt{a^2+b^2+a^2b^2}$ 이다.

삼각형 ACD의 xy평면 위로의 정사영의 넓이는 $\dfrac{1}{2}\sqrt{a^2+b^2+a^2b^2}\cos\theta=\dfrac{1}{2}ab$이다.

따라서 $\cos\theta=\dfrac{ab}{\sqrt{a^2+b^2+a^2b^2}}$ 이다.

(별해) 두 평면의 법선벡터를 구하고 그 내적을 이용하여 $\cos\theta$를 구할 수 있음.

❍ **채점기준:** 삼각형 ACD의 넓이을 구한다 (10점)
정사영을 이용하여 $\cos\theta$를 구한다. (5점)

(3) $a=1,\ b=3$일 때, 점 B의 좌표는 $(0,3,0)$, 점 P의 좌표는 $\left(\frac{1}{10},\ \frac{3}{10},1\right)$이고

점 Q의 좌표는 $\left(1,\ \frac{3m}{m+n},\ \frac{m}{m+n}\right)$이다.

두 벡터 $\overrightarrow{BP}=\left(\frac{1}{10},-\frac{27}{10},1\right)$, $\overrightarrow{BQ}=\left(1,\frac{-3n}{m+n},\frac{m}{m+n}\right)$에 수직인 벡터를 $\vec{n}=(\alpha,\beta,\gamma)$로 놓으면,

$\frac{\alpha}{10}-\frac{27}{10}\beta+\gamma=0$ ----㉠

$\alpha-\frac{3n}{m+n}\beta+\frac{m}{m+n}\gamma=0$ ----㉡

㉠과 ㉡을 연립하여 평면 BPQ의 법선벡터 $\vec{n}$을 구하면, $\vec{n}=\left(\frac{-27m+30n}{9m+10n},\ 1,\ \frac{27m+24n}{9m+10n}\right)$

(평면의 방정식을 $\alpha x+\beta y+\gamma z+1=0$으로 놓고 평면의 방정식을 구할 수도 있음.)

직선 AC의 방정식은 $-x=z-1, y=0$ 이고 방향벡터는 $(-1,0,1)$이다.

직선과 평면이 만나지 않기 위해서는 평면의 법선벡터와 직선의 방향벡터가 수직이어야 하므로 $27m-30n+27m+24n=0$이다.

따라서 $m:n=1:9$이므로 $m=1, n=9$이다.

이때, 평면의 방정식은 $27x+11y+27z-33=0$이므로 $y=0$에서 $x+z=\frac{11}{9}$이 되어 직선 AC와 만나지 않는다.

(별해)

점 P는 선분 CD를 $a^2:b^2$의 비로 내분하는 점이므로 직선 AC와 직선 PQ가 평행하기 위한 내분점 Q의 비는 $a=1, b=3$일 때 $1:9$가 된다. 이때, 평면 ACD와 점 B가 한 평면 위에 존재하지 않기 때문에 직선 AC와 평면 BPQ는 만나지 않는다.

❍ **채점기준:** 평면 BPQ의 법선벡터 또는 평면의 방정식을 구한다. (15점)
직선 AC의 방정식을 구한다. (5점)
평면의 법선벡터와 직선의 방향벡터가 수직조건으로부터 m, n의 값을 구한다. (5점)
평면과 직선이 만나지 않음을 보인다. (5점)

[문제 2]

1. 일반 정보

유형	☑ 논술고사 ☐ 면접 및 구술고사	
전형명	논술(AAT) 전형	
해당 대학의 계열(과목) / 문항 번호	자연계열2 / 수학 2-2	
출제 범위	수학과 교육과정 과목명	미적분 I, 미적분 II
	핵심 개념 및 용어	다항함수, 미분, 적분, 곡선의 개형
예상 소요 시간	전체 시험시간 100분 중 25분	

2. 문항 및 제시문

[제시문]

(가) 함수 $f(x)$가 닫힌 구간 $[a, b]$에서 연속일 때, 곡선 $y=f(x)$와 x축 및 두 직선 $x=a$, $x=b$로 둘러싸인 도형의 넓이 S는

$$S=\int_a^b |f(x)|\,dx$$

이다.

(나) 함수 $f(x)$가 닫힌 구간 $[a, b]$에서 연속일 때,

$$\frac{d}{dx}\int_a^x f(t)\,dt=f(x) \text{ (단, } a<x<b\text{)}$$

이다.

(다) 함수 $f(x)$의 이계도함수 $f''(x)$가 존재할 때,

$$f'(a)=0,\ f''(a)>0$$

이면, $f(x)$는 $x=a$에서 극소이다.

[문항]

두 실수 α, β에 대하여 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $g(x)$는 다음 조건을 만족시킨다.

(a) 방정식 $g(x)=0$은 세 실근 1, 3, k를 갖는다.

(b) $\int_1^3 g(x)dx=\alpha$

(c) $\int_1^3 |g(x)|dx=\beta$

다음 물음에 답하시오.

【2-1】 $|\alpha|\neq\beta$일 때, 제시문 **(가)**를 활용하여 $1<k<3$임을 보이시오. (20점)

【2-2】 제시문 **(가)**, **(나)**, **(다)**를 활용하여 β의 최솟값을 구하시오. (40점)

【2-3】 $1<k<3$일 때, $\beta=\frac{2}{3}$가 되는 모든 k의 값의 곱은 $p+q\sqrt{2}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p, q는 유리수이다.) (40점)

3. 출제 의도

본 문제는 사차함수의 곡선의 개형에 관한 기본적인 내용을 평가하고자 한다. 구체적으로 삼차함수에 대한 정적분 형태로 주어지는 사차함수의 성질을 파악할 수 있는지를 평가하고자 한다. 특히, 곡선으로 둘러싸인 도형의 넓이의 개념 및 미분과 적분의 관계를 활용하여 다음의 사항들을 평가하고자 한다.

[2-1] 곡선으로 둘러싸인 도형의 넓이의 개념을 이해하고 이를 활용하여 삼차방정식의 근의 위치를 파악할 수 있는지를 평가한다.

[2-2] 함수의 그래프의 개형을 알기 위하여 이계도함수를 활용할 수 있는지를 평가한다.

[2-3] 미분과 적분의 관계와 이계도함수를 활용하여 삼차함수의 정적분으로 주어진 사차함수와 직선이 만나는 교점의 x좌표를 구할 수 있는지를 평가한다.

4. 출제 근거

가) 교육과정 및 관련 성취기준

문항 및 제시문		관련 성취기준
제시문 (가)	교육과정	[미적분 II] - (라) 적분법 [2] 정적분의 활용 ① 곡선으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구할 수 있다.
	성취기준·성취수준	[미적분 II] - (4) 적분법 (나) 정적분의 활용 미적2421. 곡선으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구할 수 있다.
제시문 (나)	교육과정	[미적분 I] - (라) 다항함수의 적분법 [2] 정적분 ③ 부정적분과 정적분의 관계를 이해하고 이를 이용하여 정적분을 구할 수 있다.
	성취기준·성취수준	[미적분 I] - (4) 다항함수의 적분법 (나) 정적분 미적1423. 부정적분과 정적분의 관계를 이해하고 이를 이용하여 정적분을 구할 수 있다.
제시문 (다)	교육과정	[미적분 II] - (다) 미분법 [1] 여러 가지 미분법 ④ 이계도함수를 구할 수 있다. [미적분 II] - (다) 미분법 [2] 도함수의 활용 ② 함수의 그래프의 개형을 그릴 수 있다.
	성취기준·성취수준	[미적분 II] - (3) 미분법 (가) 여러 가지 미분법 미적2314. 이계도함수를 구할 수 있다. [미적분 II] - (3) 미분법 (나) 도함수의 활용 미적2322. 함수의 그래프의 개형을 그릴 수 있다.
문항2-1	교육과정	[미적분 II] - (라) 적분법 [2] 정적분의 활용 ① 곡선으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구할 수 있다.
	성취기준·성취수준	[미적분 II] - (4) 적분법 (나) 정적분의 활용 미적2421. 곡선으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구할 수 있다.
문항2-2	교육과정	[미적분 II] - (라) 적분법 [2] 정적분의 활용 ① 곡선으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구할 수 있다. [미적분 I] - (라) 다항함수의 적분법 [2] 정적분 ③ 부정적분과 정적분의 관계를 이해하고 이를 이용하여 정적분을 구할 수 있다. [미적분 II] - (다) 미분법 [1] 여러 가지 미분법 ④ 이계도함수를 구할 수 있다. [미적분 II] - (다) 미분법 [2] 도함수의 활용 ② 함수의 그래프의 개형을 그릴 수 있다.
	성취기준·성취수준	[미적분 II] - (4) 적분법 (나) 정적분의 활용 미적2421. 곡선으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구할 수 있다. [미적분 I] - (4) 다항함수의 적분법 (나) 정적분 미적1423. 부정적분과 정적분의 관계를 이해하고 이를 이용하여 정적분을 구할 수 있다. [미적분 II] - (3) 미분법 (가) 여러 가지 미분법 미적2314. 이계도함수를 구할 수 있다. [미적분 II] - (3) 미분법 (나) 도함수의 활용 미적2322. 함수의 그래프의 개형을 그릴 수 있다.
문항2-3	교육과정	[미적분 II] - (라) 적분법 [2] 정적분의 활용 ① 곡선으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구할 수 있다. [미적분 I] - (라) 다항함수의 적분법 [2] 정적분 ③ 부정적분과 정적분의 관계를 이해하고 이를 이용하여 정적분을 구할 수 있다.
	성취기준·성취수준	[미적분 II] - (4) 적분법 (나) 정적분의 활용 미적2421. 곡선으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구할 수 있다. [미적분 I] - (4) 다항함수의 적분법 (나) 정적분 미적1423. 부정적분과 정적분의 관계를 이해하고 이를 이용하여 정적분을 구할 수 있다.

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행 연도	쪽수
고등학교 교과서	미적분 I	이강섭 외	미래엔	2014	165-166
	미적분 II	이강섭 외	미래엔	2016	177-181
	미적분 II	우정호 외	동아출판사	2016	154-159

5. 문항 해설

미분과 적분은 자연과학, 공학 및 사회과학에 이르기까지 광범위한 분야에서 널리 활용되어지는 가장 기본적인 수학적 도구 중 하나이다. 본 문제의 핵심적인 내용은 「미적분 I」와 「미적분 II」의 정적분의 활용과 도함수의 활용 단원에서 다루어진다. 따라서 본 문제을 통해 학생들이 제시문을 읽고 곡선으로 둘러싸인 도형의 넓이의 개념을 이해하고 삼차방정식의 근의 위치를 파악할 수 있는지, 미분과 적분의 관계와 이계도함수의 성질을 이용하여 삼차함수의 정적분으로 주어진 사차함수의 최솟값을 구할 수 있는지, 미분과 적분의 관계를 이용하여 삼차함수의 정적분으로 주어진 사차함수와 직선이 만나는 해를 구할 수 있는지, 풀이과정을 논리적으로 전개할 수 있는지 등을 종합적으로 평가하고자 한다. 구체적으로 각 소문항에서 다음을 평가하고자 한다.

[2-1] 본 문항은 곡선으로 둘러싸인 도형의 넓이의 개념을 이해하고 이를 활용하여 삼차방정식의 근의 위치를 파악할 수 있는지를 평가한다.
[2-2] 본 문항은 곡선으로 둘러싸인 도형의 넓이의 개념, 미분과 적분의 관계 및 이계도함수를 활용하여 함수의 그래프의 개형을 그릴 수 있는지를 종합적으로 평가한다.
[2-3] 본 문항은 미분과 적분의 관계 및 이계도함수를 활용하여 삼차함수의 정적분으로 주어진 사차함수와 직선이 만나는 교점의 x좌표를 구할 수 있는지를 평가한다.

6. 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
[2-1]	$1<k<3$을 만족하지 않는 k에 대하여 함수 $g(x)$는 (a) $k\le 1$인 경우 $g(x)\le 0 \quad (1<x<3)$ (b) $k\ge 3$인 경우 $g(x)\ge 0 \quad (1<x<3)$ 이다.	10점
	따라서 제시문 (가)에 의하여 곡선 $y=g(x)$와 x축 및 두 직선 $x=1$, $x=3$으로 둘러싸인 도형의 넓이는 (a)와 (b) 두 가지 경우 모두 $\beta=\int_1^3 \lvert g(x)\rvert dx=\left\lvert\int_1^3 g(x)dx\right\rvert=\lvert\alpha\rvert$ 이다. 이는 조건 $\lvert\alpha\rvert\ne\beta$를 만족하지 않는다. 그러므로 $1<k<3$이다.	10점
	$h(x)=(x-1)(x-3)$이라 하면 조건으로부터 삼차함수 $g(x)$는 $g(x)=(x-1)(x-3)(x-k)=xh(x)-kh(x)$	5점

[2-2]	이다. 제시문 (가)에 의하여 $$\beta=\begin{cases} k\int_1^3 h(x)dx-\int_1^3 xh(x)dx & (k<1) \\ \int_1^k xh(x)dx-k\int_1^k h(x)dx-\int_k^3 xh(x)dx+k\int_k^3 h(x)dx & (1\le k\le 3) \\ -k\int_1^3 h(x)dx+\int_1^3 xh(x)dx & (k>3) \end{cases}$$ 이다.	
	$\int_1^3 h(x)dx<0$이고 $\int_1^3 xh(x)dx<0$이므로 구간 $(-\infty,1)$에서 β는 감소하고 구간 $(3,\infty)$에서 β는 증가한다.	5점
	$1\le k\le 3$인 경우, 제시문 (나)에 의하여 $$\frac{d\beta}{dk}=-\int_1^k h(x)dx+\int_k^3 h(x)dx$$ 이다. 함수 $h(x)$는 직선 $x=2$를 대칭축으로 하는 이차함수이므로 $$k=2\text{일 때, }\frac{d\beta}{dk}=0$$ 이다.	10점
	또한, k에 대하여 β의 이계도함수를 구하면 $$\frac{d^2\beta}{dk^2}=-2(k-1)(k-3)>0 \quad (1<k<3)$$ 이다. 따라서 제시문 (다)에 의하여 β는 구간 (1,3)에서 아래로 볼록하고 $k=2$에서 극소이다. 그러므로 β는 $k=2$일 때, 최솟값을 가진다.	10점
	$k=2$일 때, β를 계산하면 $$\begin{aligned}\beta&=2\int_1^2(x^3-6x^2+11x-6)dx\\&=2\left[\frac{1}{4}x^4-2x^2+\frac{11}{2}x^2-6x\right]_1^2\\&=\frac{1}{2}\end{aligned}$$ 이다. 따라서 β의 최솟값은 $\frac{1}{2}$이다.	10점
[2-3]	$1<k<3$이므로, [2-2]의 풀이에 의하여 β는 k에 대한 사차함수이고 $\beta(2)=\frac{1}{2}$, $\beta'(2)=0$이므로 $$\beta=\int_1^k xh(x)dx-k\int_1^k h(x)dx-\int_k^3 xh(x)dx+k\int_k^3 h(x)dx \text{ ---- (a)}$$ $$=\frac{1}{2}+a(k-2)^2+b(k-2)^3+c(k-2)^4$$ 과 같이 둘 수 있다.	15점
	식 (a)의 양변을 미분하면 $$\int_k^3 h(x)dx-\int_1^k h(x)dx=2a(k-2)+3b(k-2)^2+4c(k-2)^3 \text{ ----- (b)}$$ (b)의 양변을 미분하면	15점

<table>
<tr><td></td><td>$-2(k-1)(k-3)=2a+6b(k-2)+12c(k-2)^2$ ------ (c)
(c)의 양변을 미분하면
$-4(k-2)=6b+24c(k-2)$ -------- (d)
이다. (c)와 (d)에 $k=2$를 대입하여 풀면
$$a=1,\quad b=0$$
이다. (d)로부터
$c=-\dfrac{1}{6}$
이다.</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td>그러므로 $\beta=\dfrac{2}{3}$를 만족하는 k는 사차방정식
$$\frac{2}{3}=\frac{1}{2}+(k-2)^2-\frac{1}{6}(k-2)^4$$
의 근이다. $X=(k-2)^2$이라 두고 위의 사차방정식을 정리하면
$$X^2-6X+1=0$$
이 된다. $1<k<3$이므로 $0\le X<1$이다. 따라서 $X^2-6X+1=0$의 근은
$$X=3-2\sqrt{2}=(\sqrt{2}-1)^2>0$$
이다.
$$(k-2)^2=3-2\sqrt{2}$$
$$k^2-4k+1+2\sqrt{2}=0$$
이므로 근과 계수의 관계에 의해 k의 모든 값의 곱은 $1+2\sqrt{2}$이다. $p=1,\ q=2$이므로 정답은 3이다.</td><td>10점</td></tr>
</table>

7. 예시 답안

[2-1]

$1<k<3$을 만족하지 않는 k에 대하여 함수 $g(x)$는

(a) $k\le 1$인 경우 $g(x)\le 0 \quad (1<x<3)$

(b) $k\ge 3$인 경우 $g(x)\ge 0 \quad (1<x<3)$

이다. 따라서 제시문 (가)에 의하여 곡선 $y=g(x)$와 x축 및 두 직선 $x=1$, $x=3$으로 둘러싸인 도형의 넓이는 (a)와 (b) 두 가지 경우 모두

$\beta=\displaystyle\int_1^3|g(x)|dx=\left|\int_1^3 g(x)dx\right|=|\alpha|$

이다. 이는 조건 $|\alpha|\neq\beta$를 만족하지 않는다. 그러므로 $1<k<3$이다.

[2-2]

$h(x)=(x-1)(x-3)$이라 하면 조건으로부터 삼차함수 $g(x)$는

$$g(x)=(x-1)(x-3)(x-k)=xh(x)-kh(x)$$

이다. 제시문 (가)에 의하여

$$\beta=\begin{cases} k\displaystyle\int_1^3 h(x)dx-\int_1^3 xh(x)dx & (k<1) \\ \displaystyle\int_1^k xh(x)dx-k\int_1^k h(x)dx-\int_k^3 xh(x)dx+k\int_k^3 h(x)dx & (1\le k\le 3) \\ -k\displaystyle\int_1^3 h(x)dx+\int_1^3 xh(x)dx & (k>3)\end{cases}$$

이다.

(i) $\int_1^3 h(x)dx < 0$이고 $\int_1^3 xh(x)dx < 0$이므로 구간 $(-\infty, 1)$에서 β는 감소하고 구간 $(3, \infty)$에서 β는 증가한다.

(ii) $1 \le k \le 3$인 경우, 제시문 (나)에 의하여

$$\frac{d\beta}{dk} = -\int_1^k h(x)dx + \int_k^3 h(x)dx$$

이다. 함수 $h(x)$는 직선 $x=2$를 대칭축으로 하는 이차함수이므로

$$k=2\text{일 때, } \frac{d\beta}{dk}=0$$

이다. 또한, k에 대하여 β의 이계도함수를 구하면

$$\frac{d^2\beta}{dk^2} = -2(k-1)(k-3) > 0 \quad (1<k<3)$$

이다. 따라서 제시문 (다)에 의하여 β는 구간 (1,3)에서 아래로 볼록하고 $k=2$에서 극소이다.
그러므로 (i)과 (ii)를 종합해보면 β는 $k=2$일 때, 최솟값을 가진다. 한편, $k=2$일 때, β를 계산하면

$$\begin{aligned}\beta &= 2\int_1^2 (x^3-6x^2+11x-6)dx \\ &= 2\left[\frac{1}{4}x^4 - 2x^2 + \frac{11}{2}x^2 - 6x\right]_1^2 \\ &= \frac{1}{2}\end{aligned}$$

이다. 따라서 β의 최솟값은 $\frac{1}{2}$이다.

[2-3]

$1<k<3$이므로, [2-2]의 풀이에 의하여 β는 k에 대한 사차함수이고 $\beta(2)=\frac{1}{2}$, $\beta'(2)=0$이므로

$$\begin{aligned}\beta &= \int_1^k xh(x)dx - k\int_1^k h(x)dx - \int_k^3 xh(x)dx + k\int_k^3 h(x)dx \quad ---- \text{(a)} \\ &= \frac{1}{2} + a(k-2)^2 + b(k-2)^3 + c(k-2)^4\end{aligned}$$

와 같이 둘 수 있다. 식 (a)의 양변을 미분하면

$$\int_k^3 h(x)dx - \int_1^k h(x)dx = 2a(k-2) + 3b(k-2)^2 + 4c(k-2)^3 \qquad ----- \text{(b)}$$

(b)의 양변을 미분하면

$$-2(k-1)(k-3) = 2a + 6b(k-2) + 12c(k-2)^2 \qquad ----- \text{(c)}$$

(c)의 양변을 미분하면

$$-4(k-2) = 6b + 24c(k-2) \qquad ------- \text{(d)}$$

이다. (c)와 (d)에 $k=2$를 대입하여 풀면

$$a=1, \quad b=0$$

이다. (d)로부터

$$c = -\frac{1}{6}$$

이다. 그러므로 $\beta=\frac{2}{3}$를 만족하는 k는 사차방정식

$$\frac{2}{3} = \frac{1}{2} + (k-2)^2 - \frac{1}{6}(k-2)^4$$

의 근이다. $X=(k-2)^2$이라 두고 위의 사차방정식을 정리하면

$$X^2 - 6X + 1 = 0$$

이 된다. $1<k<3$이므로 $0<X<1$이다. 따라서 $X^2-6X+1=0$의 근은

$$X = 3-2\sqrt{2} = (\sqrt{2}-1)^2 > 0$$

이다.

$$(k-2)^2 = 3-2\sqrt{2}$$
$$k^2 - 4k + 1 + 2\sqrt{2} = 0$$

이므로 근과 계수의 관계에 의해 k의 모든 값의 곱은 $1+2\sqrt{2}$이다. $p=1$, $q=2$이므로 정답은 3이다.

(별해)

$1<k<3$이므로, β를 계산하면

$$\beta=\int_1^k xh(x)dx-k\int_1^k h(x)dx-\int_k^3 xh(x)dx+k\int_k^3 h(x)dx$$
$$=-\frac{1}{6}(k^4-8k^3+18k^2-8k+1)+2$$

이다. $\beta=\dfrac{2}{3}$의 식을 풀기 위하여 β의 식을 변형하면

$$\beta=-\frac{k^2}{6}\left\{k^2+\frac{1}{k^2}-8\left(k+\frac{1}{k}\right)+18\right\}+2$$
$$=-\frac{k^2}{6}\left\{\left(k+\frac{1}{k}\right)^2-8\left(k+\frac{1}{k}\right)+16\right\}+2$$
$$=-\frac{k^2}{6}\left(k+\frac{1}{k}-4\right)^2+2$$

이다. 따라서 $\beta=\dfrac{2}{3}$가 되게 하는 k는 사차방정식

$$8=(k^2-4k+1)^4$$
$$=\left((k-2)^2-3\right)^2$$

의 근이다. $X=(k-2)^2$이라 두면, $1<k<3$이므로 $0<X<1$이다. 따라서

$$X=3-2\sqrt{2}=(\sqrt{2}-1)^2>0$$

이다.

$$(k-2)^2=3-2\sqrt{2}$$
$$k^2-4k+1+2\sqrt{2}=0$$

이므로 근과 계수의 관계에 의해 k의 모든 값의 곱은 $1+2\sqrt{2}$이다. $p=1$, $q=2$이므로 정답은 3이다.

문항카드(수리계열 – 과학)

[물리]

1. 일반정보

유형	☑ 논술고사 ☐ 면접 및 구술고사	
전형명	논술(AAT) 전형	
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	자연계열2 (물리) / 문항 (1-1)~(1-3)번	
모집요강에 제시한 출제 범위(과목명)	물리 I	
출제 범위	과학과 교육과정 과목명	물리 I
	핵심개념 및 용어	힘과 에너지, 유체의 법칙
예상 소요 시간	전체 시험시간 100분 중 25분	

2. 문항 및 제시문

[제시문]

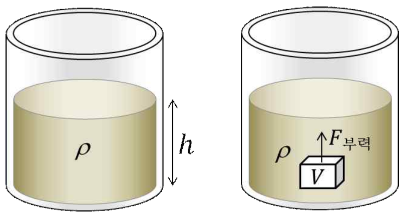
(가)

<그림 1>의 왼쪽과 같이 실린더에 밀도가 ρ 인 액체가 h 만큼의 깊이로 담겨 있다고 하자. 중력 가속도를 g 라고 한다면, 액체의 무게 때문에 실린더 바닥이 받는 압력 P 는 다음과 같다.

$$P = \rho g h$$

<그림 1>의 오른쪽과 같이 밀도가 ρ 인 액체에 부피 V 만큼 물체가 잠겼을 때, 이 물체가 받는 부력 $F_{부력}$ 은 다음과 같다.

$$F_{부력} = \rho V g$$

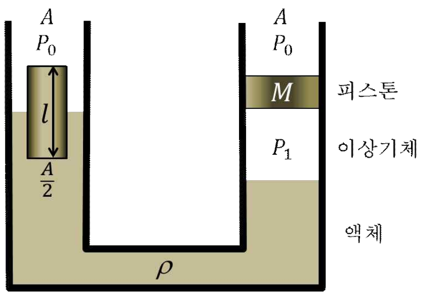


<그림 1>

(나)

<그림 2>와 같이 단면적이 A 인 U자관에 이상기체와 밀도가 ρ 인 액체가 채워져 있다. U자관 왼쪽에는 단면적이 $\frac{A}{2}$ 이고 높이가 l 인 밀도가 균일한 원기둥 모양의 물체가 떠서 정지해 있으며 물체 높이의 절반만 액체에 잠겨 있다. U자관 오른쪽에는 외부 공기와 이상기체 사이에 마찰 없이 움직일 수 있는 질량이 M 인 피스톤이 설치되어 정지해 있다. 액체는 압축되지 않고, 이상기체는 일정한 온도를 유지하고 있으며 밀도가 매우 작아 높이에 따른 압력 차이는 없다. U자관 외부의 압력은 P_0 이

고, 이상기체의 압력은 P_1 이다. 중력 가속도를 g 라고 한다.



<그림 2>

[문항]

※ 모든 문항에서 풀이과정을 반드시 기술하시오.

【1-1】 제시문 (나)에서 U자관 왼쪽 액체의 윗면과 U자관 오른쪽 액체의 윗면의 높이 차이를 M, ρ, A 를 사용하여 표현하시오. (30점)

【1-2】 제시문 (나)에서 원기둥 물체는 외부 힘이 작용하여 수직 아래로 일정한 속도로 천천히 이동하였다. 원기둥 물체가 $\frac{l}{4}$ 만큼 이동했을 때, U자관 왼쪽 액체의 윗면과 오른쪽 액체의 윗면의 높이가 각각 얼마나 올라가는지를 l 을 사용하여 표현하시오. (30점)

【1-3】 【1-2】 의 경우에 물체의 이동 거리 x가 0에서 $\frac{l}{4}$까지 증가함에 따라 물체에 가해 준 외부 힘의 그래프를 그리고, x가 0에서 $\frac{l}{4}$까지 증가할 때 외부 힘이 한 일의 양을 구하시오. (40점)

3. 출제 의도

- 갇혀있는 유체에서는 같은 높이에서 압력이 같다는 개념은 고등학교 물리 I의 ‘IV. 에너지’ 대단원에서 ‘2. 힘과 에너지의 이용’ 중단원에 ‘3. 유체의 법칙과 이용‘ 소단원의 핵심 내용임.
- 물리 과학 수업을 통해 알게 된 압력, 아르키메데스 원리, 파스칼의 법칙을 제시문에서 주어진 환경에 적용하여 얼마나 통합적으로 이해하고 문제를 해결할 수 있는가를 파악하고자 함.
- 특히, [1-3] 문항은 물체에 가해준 힘이 한 일을 묻는 문항으로 물리 I의 'I. 시공간과 우주‘ 대단원에서 ’1. 시간, 공간, 운동‘ 중단원에 ’5. 일과 에너지‘ 소단원에서 학습하는 내용임. 힘이 일정하지 않는 경우 물체에 해준 일을 그래프를 이용하여 구하는 내용으로, 유체와 관련된 상황에서 역학적인 일을 구하는 서로 다른 물리 영역의 통합적 사고 능력을 평가하고자 함.

4. 출제 근거

가) 교육과정 근거

적용 교육과정	교육과학기술부 고시 제2011-361호[별책 9] "과학과 교육과정"
성취기준 / 영역별 내용	(1) 시공간과 우주(71쪽) (가) 시간, 공간, 운동 ⑤ 등가속도 운동에서 일-운동 에너지의 정리를 이해하고, 역학적 에너지가 보존되기 위해서는 퍼텐셜 에너지를 도입하는 것이 필요함을 안다. (4) 에너지(75쪽) (나) 힘과 에너지의 이용 ⑥ 유체에서 아르키메데스 법칙과 파스칼 법칙을 이해하고, 실생활과 산업에 대한 이용을 안다.

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행 연도	쪽수
고등학교 교과서	물리 I	곽성일 외	천재교육	2016	40-41, 279-285
	물리 I	김영민 외	교학사	2017	51-57, 320-328

5. 문항 해설

【1-1】 본 문항은 제시문 (가)의 내용에 대한 이해를 바탕으로 제시문 (나)의 상황에서 힘의 평형과 파스칼의 원리을 이용하여 유체의 압력차에 의한 액체 높이 차이를 구할 수 있는지를 알아보고자 함.
【1-2】 본 문항은 제시문 (나)의 상황에서 원기둥 물체에 힘을 가하여 아래로 이동할 때, 기체의 압력은 변하지 않고 왼쪽과 오른쪽 액체가 같은 높이만큼 올라가서 왼쪽과 오른쪽 액체의 높이차이가 일정함을 판단할 수 있는지를 알아보고자 함.
【1-3】 본 문항은 제시문 (나)의 상황에서 부력을 정확히 이해하고 외부 힘에 의해 올라온 물과 원기둥 물체가 이동한 거리를 함께 고려하여 깊이에 따른 외부 힘을 구할 수 있는지를 알아보고자 함. 원기둥 물체의 이동 거리에 따른 힘의 그래프를 그리고, 물체에 해준 일을 그래프를 이용하여 구할 수 있는지를 알아보고자 함.

6. 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
【1-1】	$h=\dfrac{M}{\rho A}$ (15점) 논리적 풀이과정 (15점)	30
【1-2】	$y=\dfrac{l}{12}$ (15점); 양쪽 액체면의 높이 차이가 유지된다 (3점), 그 이유 설명 (4점); 논리적 풀이과정 (8점)	30
【1-3】	$W=\dfrac{\rho g A l^2}{48}$ (10점); 그래프 (10점); $x=\dfrac{l}{4}$과 $F_b=\dfrac{\rho g A l}{6}$을 표기 각각 3점, 원점 출발하는 직선 4점 $F_b=\dfrac{2\rho g A x}{3}$ (5점); F_b가 x에 비례함을 논리적으로 설명 (10점); 그래프 면적을 구하면 (5점);	40

7. 예시 답안

【1−1】
피스톤이 정지해 있으므로 피스톤에 작용하는 힘은 평형상태이고 다음과 같다.

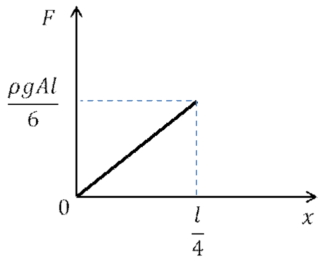
$$P_1A = P_0A + Mg,\ \ P_1 = P_0 + \frac{Mg}{A}$$

왼쪽 액체의 윗면과 오른쪽 액체의 윗면의 높이 차이를 h라 하면 제시문 (가)에 의해 압력차이는 ρgh이다.

$$P_1 - P_0 = \frac{Mg}{A} = \rho gh,\ h = \frac{M}{\rho A}$$

【1−2】
피스톤이 자유롭게 이동하므로, 기체의 압력은 $P_1 = P_0 + \dfrac{Mg}{A}$으로 고정된다. P_1과 P_0의 압력차이도 일정하므로, 원기둥 물체에 힘을 작용하여 눌러도 왼쪽과 오른쪽 관의 액체 면의 높이 차이는 일정하다. 그러므로 원기둥 물체에 힘을 작용하여 눌러주면, 왼쪽 관과 오른쪽 관 모두 액체 면이 y만큼 올라간다.
원기둥의 밑면이 휩쓸고 지나간 부피는 액체 면이 휩쓸고 지나간 부피와 같다. $\dfrac{l}{4}\dfrac{A}{2} = y\dfrac{A}{2} + yA$,
$y = \dfrac{l}{4}\dfrac{1}{2}\dfrac{2}{3} = \dfrac{l}{12}$

【1−3】
원기둥의 길이가 x만큼 내려가면, 액체 면이 $\dfrac{x}{3}$만큼 올라가므로, 원기둥이 더 잠긴 길이는 $\dfrac{4x}{3}$가 된다. 이때 부력은 다음과 같다. $F_b = \rho g\dfrac{A}{2}(x + \dfrac{x}{3}) = \dfrac{2\rho gAx}{3}$
원기둥이 $\dfrac{l}{4}$만큼 이동했을 때 부력은 $F_b = \rho g\dfrac{A}{2}(\dfrac{l}{4} + \dfrac{l}{12}) = \dfrac{\rho gAl}{6}$이다.
그래프로 그리면 다음과 같다.



외부 힘이 한 일의 양은 그래프 아래 면적과 같으므로 $W = F_b\dfrac{l}{4}\dfrac{1}{2} = F_b\dfrac{l}{8} = \dfrac{\rho gAl^2}{48}$이다.

[생명과학]

1. 일반정보

유형	☑ 논술고사 □ 면접 및 구술고사	
전형명	논술(AAT) 전형	
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	자연계열2 (생명과학) / 문항 (1-1)~(1-3)번	
모집요강에 제시한 출제 범위(과목명)	생명과학 I	
출제 범위	과학과 교육과정 과목명	생명과학 I
	핵심개념 및 용어	신경계, 뉴런, 근수축, 혈액형
예상 소요 시간	전체 시험시간 100분 중 25분	

2. 문항 및 제시문

[제시문]

(가) 신경계를 이루는 기본 단위는 뉴런이라고 하는 신경 세포이다. 뉴런은 자극을 받아들이고 전달하는 기능을 수행하기에 알맞은 구조를 갖추고 있다. 대부분의 뉴런은 형태적으로 신경 세포체, 가지돌기, 축삭돌기를 가진다. 신경 세포체에는 핵과 대부분의 세포질이 모여 있으며, 가지돌기는 신경 세포체 주위에 나뭇가지 모양으로 여러 개가 돋아 있어서 다른 뉴런으로부터 신호를 전달받는다. 그리고 축삭돌기는 자극을 다른 뉴런이나 작용기 세포로 전달하는 역할을 한다.

뉴런이 자극을 받으면 세포막의 전기적 특성이 변하는데 이러한 현상을 흥분이라고 한다. 자극을 통해 발생한 흥분의 정도가 역치 전위에 도달하면 활동 전위가 발생하고 발생된 활동 전위는 축삭돌기를 따라 이동한다. 이 때 두 가지 이온 통로가 중요한 역할을 한다. 축삭돌기 말단으로 이동된 흥분은 신경 전달 물질의 방출을 유도하고 시냅스를 통해 연결된 다른 뉴런의 흥분 혹은 억제를 유도할 수 있다.

(나) 우리 몸은 골격근의 수축 혹은 이완으로 다양한 동작을 할 수 있는데, 하나의 골격근은 수천 개의 근육 섬유로 구성되어 있다. 각각의 근육 섬유는 더 가느다란 근육 원섬유로 되어 있고, 근육 원섬유는 두 가지 필라멘트로 구성되어 있다. 근육 원섬유의 한 마디(근절)는 근수축의 기본 단위이다.

하나의 운동 뉴런은 그 말단이 근육 섬유막과 좁은 간격을 두고 접해 있다. 운동 뉴런의 흥분 신호가 축삭돌기 말단에 이르면 아세틸콜린이 분비되어 근육 섬유막으로 확산된다. 이어서 근육 섬유막에 발생된 활동 전위가 근육 원섬유에 전달되면 근수축이 일어난다.

(다) 사고나 수술로 인해 피를 많이 흘린 경우 수혈로 혈액을 보충해 주어야 하는데, 이 때 혈액형은 매우 중요하다. 왜냐하면, 사람의 적혈구에는 항원으로 작용하는 응집원이 있고 혈장에는 응집원에 대해 항체로 작용하는 응집소가 있기 때문이다. ABO식 혈액형은 적혈구 막에 있는 응집원의 종류에 따라 A형, B형, AB형, O형의 네 가지로 구분된다. ABO식 혈액형 외에도 수혈 시 유의해야 하는 혈액형으로 Rh식 혈액형이 있다.

다른 응집원에 노출된 적이 없는 두 사람의 혈액형을 판정한 결과, 한 명은 Rh^-형이면서 O형(Rh^- O형)이었고 다른 한 명은 Rh^+형이면서 B형(Rh^+ B형)이었다. 이들의 응집원과 응집소를 고려하면 상호간 수혈 가능성을 알 수 있다.

[문항]

【1-1】 제시문 (가)를 참고하여 다음 물음에 서술로 답하시오. <u>(단, 그림이나 그래프는 사용하지 마시오.)</u>

(1) 신경계에서 일어나는 현상 중 흥분의 전도와 흥분의 전달을 각각 정의하고, 흥분 이동 원리의 차이점을 설명하시오. (15점)

(2) 일반적으로 뉴런의 축삭돌기 시작 부위에서 발생된 활동 전위는 축삭돌기 말단으로 이동한다. 두 가지 이온 통로의 열림과 닫힘을 모두 고려하여 축삭돌기에서 나타나는 활동 전위의 이동 과정을 특정 이온의 이동 방향과 막전위 변화로 설명하시오. (20점)

【1-2】 제시문 **(나)**를 참고하여 다음 물음에 서술로 답하시오. **(단, 그림이나 그래프는 사용하지 마시오.)**

(1) 근육 원섬유 마디(근절)는 두 가지 필라멘트 분포 차이에 따라 세 영역으로 나눌 수 있다. 세 영역의 이름을 쓰고, 각 영역별 필라멘트의 분포 차이를 설명하시오. (15점)

(2) 활주설(활주 필라멘트 모델)에 근거한 근수축의 원리를 설명하고, 이에 따른 근수축 시 **【1-2】** (1)에서 언급된 세 영역의 길이 변화를 쓰시오. (20점)

【1-3】 제시문 **(다)**를 참고하여 다음 물음에 답하시오.

(1) 두 사람의 Rh식과 ABO식 혈액형에 대한 각각의 응집원과 응집소를 아래 표의 번호 순서대로 답하시오. (단, Rh식 혈액형의 응집원과 응집소 유무는 각각 "+"와 "−"로 표시하고, ABO식 혈액형에서 응집원과 응집소가 없는 경우는 "**없음**"으로 쓰시오.) (15점)

혈액형	Rh^- O형	Rh^+ B형
응집원	①	③
응집소	②	④

(2) 수혈 시 혈액형이 중요한 이유를 설명하시오. 또한, Rh^- O형과 Rh^+ B형인 두 사람의 응집원과 응집소를 고려하여 두 사람 사이에서 첫 번째 수혈 시 수혈을 받을 수 없는 사람의 혈액형을 쓰고, 그 이유를 설명하시오. (15점)

3. 출제 의도

- 신경계 활동, 근육 운동, 우리 몸의 혈액형은 생명 현상 유지에 필수적인 생리학적 현상으로 고등학교 생명과학 I 의 '항상성과 건강' 단원의 핵심 내용임.
- 생명 과학 수업을 통해 알게 된 지식을 바탕으로 생명 현상의 이해와 함께 체내 신경계, 근육 운동 및 혈액형과 관련된 내용을 얼마나 통합적으로 이해하고 적용할 수 있는가를 파악하고자 함.
- 특히, 신경계의 흥분, 근육의 수축, 수혈 가능성 유무와 관련된 배양 지식을 통하여 생명 현상과 직결되는 생체 내 활동의 중요성을 논리적으로 잘 표현할 수 있는지를 평가하고자 함.

4. 출제 근거

가) 교육과정 근거

적용 교육과정	1. 교육과학기술부 고시 제2011-361호[별책 9] "과학과 교육과정" 2. 교육과학기술부 고시 제2009-41호 "고교 과학과 교육과정 해설서"
성취기준 / 영역별 내용	1. 교육과정 문서 (나) 항상성과 몸의 조절 (106쪽) ② 흥분의 전도와 전달을 이해한다. ③ 근수축 운동의 원리를 이해한다. (다) 방어 작용 (106쪽) ③ 항원-항체 반응에 의한 면역 작용을 이해한다. 2. 교육과정 해설서 (나) 항상성과 몸의 조절 (127쪽)

	② 흥분의 전도와 전달을 이해한다. 뉴런에서의 흥분 전도, 유수 신경과 무수 신경의 차이, 시냅스에서의 흥분 전달 등을 다룬다. 흥분 전도 과정에서는 Na^{+}-K^{+} 펌프와 이온채널의 역할을 포함한다. * 뉴런에서 발생된 활동 전위의 특징을 이해하고 관련된 핵심 이온 통로의 기능을 설명할 수 있다. ③ 근수축 운동의 원리를 이해한다. 신경에 의한 반응과 관련하여 골격근의 구조와 근수축 기작을 다룬다. 근수축이 일어나는 과정을 활주설과 관련해서 알게 한다. * 근육 원섬유 구조를 이해하고, 근육 원섬유 수축 원리를 활주설에 근거하여 설명할 수 있다. (다) 방어 작용 (129쪽) ③ 항원-항체 반응에 의한 면역 작용을 이해한다. 병원체에 대항하는 우리 몸의 2차 방어 작용을 이해하게 한다. 이를 위해 항원, 항체, 항원 항체 반응 등의 개념과 혈액과 림프에서 일어나는 특이적 면역 작용을 다룬다. * 우리 몸의 방어 작용에서 혈액형과 관련된 응집원과 응집소의 상호작용을 이해하고 사람의 수혈과 관련된 혈액형의 특징을 설명할 수 있다.

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행 연도	쪽수
고등학교 교과서	생명과학 I	이준규 외	천재교육	2017	125-143, 166-174
	생명과학 I	박희송 외	교학사	2017	154-164, 176-191
	생명과학 I	이길재 외	상상아카데미	2017	133-151, 172-178
	생명과학 I	심규철 외	비상교육	2017	141-150, 190-197
	생명과학 I	권혁빈 외	교학사	2017	136-151, 170-179

5. 문항 해설

【1-1】 본 문항은 (가)에 제시된 내용의 이해 및 교과 과정관련 배경 지식을 바탕으로 생명 현상 유지와 관련된 신경계의 중요성을 이해하고 신경계에서 발생되는 흥분의 전도와 전달의 차이점을 비교 설명할 수 있는지를 알아보고자 함. 또한, 축삭돌기의 흥분의 전도에 관여하는 두 가지 핵심 이온 통로의 특징을 설명할 수 있는지를 알아보고자 함.
【1-2】 본 문항은 (나)에 제시된 내용의 이해 및 교과 과정관련 배경 지식을 바탕으로 운동 뉴런의 자극으로 발생되는 근수축의 원리를 근육 원섬유 수준에서 이해하고 근수축 시 나타나는 근육 원섬유 마디의 변화를 설명할 수 있는지를 알아보고자 함.
【1-3】 본 문항은 (다)에 제시된 내용의 이해 및 교과 과정관련 배경 지식을 바탕으로 사람의 혈액형 특징을 이해하고 수혈 시 발생될 수 있는 문제점을 설명할 수 있는지 알아보고자 함.

6. 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
【1-1】 (1)	해당내용 모두 표기 시 [① 흥분의 전도는 한 뉴런 내에서 흥분이 이동, ② 흥분의 전달은 한 뉴런에서 다른 뉴런으로 흥분이 이동하며, ③ 흥분의 전도는 전기적 신호(활동 전위 혹은 이온 변화)의 이동, 흥분의 전달은 시냅스에서 화학적 신호(신경 전달 물질)에 의해 전달] 15점; 각 정답 항목 당 5점; 틀린 내용 서술은 0점	15

【1-1】 (2)	해당내용 모두 표기 시 [① Na^+(나트륨) 통로가 먼저 열려 세포(축삭돌기) 밖에서 안으로 Na^+ 들어와 탈분극 유도, ② 탈분극 유도에 의한 주변(분극상태 부위)의 Na^+(나트륨) 통로 열림(탈분극 발생으로 옆으로 탈분극 확산), ③ 활동 전위가 지나온 부위(탈분극이 일어난 부위)에서는 Na^+ 통로는 닫히고 K^+(칼륨)통로는 열려서 세포 안에서 밖으로 K^+(칼륨)이 빠져 나감, ④ 이로 인해 지나온 부위(탈분극이 일어난 부위)에 재분극이 발생(역방향으로의 흥분의 이동/전도는 일어나지 않음)] 20점; 각 정답 항목 당 5점; 틀린 내용 서술은 0점 Note: ①, ③ 답안에서 위 내용에 대한 서술은 있으나 Na^+ 통로의 먼저 열림 내용 및 탈분극, 재분극 용어가 없거나 틀리면 각 해당 항목은 틀린 것으로 간주.	20
【1-2】 (1)	해당내용 ①, ② 모두 표기 시 ① 세 영역 A대, H대, I대, ② A대에는 액틴 필라멘트(액틴 혹은 가는 필라멘트)와 마이오신 필라멘트(마이오신 혹은 굵은 필라멘트) 두 가지 모두 있고, H대에는 마이오신 필라멘트(마이오신)만 있고 I대는 액틴 필라멘트로만 구성이 되어 있음 15점; 한 가지 항목만 정답 5점; 틀린 내용 서술은 0점 Note: 각 항목 ①, ②에서 세 가지 영역 모두 언급해야 정답 처리함. 항목 별 부분 점수 없음.	15
【1-2】 (2)	해당내용 모두 표기 시 [① 근수축의 기본단위는 근육 원섬유 마디(근절), ② 근육 원섬유 마디를 구성하고 있는 마이오신과 액틴의 결합(마이오신 필라멘트와 액틴 필라멘트의 결합), ③ 액틴(가는) 필라멘트가 마이오신 사이로 미끄러져 들어감; 액틴(가는) 필라멘트와 마이오신(굵은) 필라멘트가 서로 미끄러져 들어감; 혹은 에너지(ATP) 소모를 통한 근육 수축, ④ I대와 H대의 길이는 감소하지만 A대의 길이는 변화 없음] 20점; 각 정답 항목 당 5점; 틀린 내용 서술은 0점	20
【1-3】 (1)	해당내용 모두 표기 시 [① −, 없음, ② −, α, β(응집소 α, β), ③ +, B(응집원 B), ④ −, α(응집소 α),] 15점; 부분 점수 적용 시 각 정답 항목 당 3점; 틀린 내용 서술은 0점	15
【1-3】 (2)	해당내용 모두 표기 시 [① 서로 다른 두 혈액을 섞었을 때 일종의 항원-항체 반응인 "응집 반응"이 일어날 수 있기 때문, ② Rh^- O형인 사람은 Rh^+ B형인 사람으로부터 수혈을 받을 수 없음, ③ (Rh^+ B형의) 응집원 B(B)와 (Rh^- O형의) 응집소 β(β)의 응집 반응(생명이 위험)이 생김] 15점; 각 정답 항목 당 5점; ① 답안으로 "응집원-응집소 반응"만 있으면 오답 처리; ③ 답안으로 "Rh식 혈액형의 응집원-응집소에 의한 응집 반응 내용"은 오답 처리; 틀린 내용 서술은 0점	15

7. 예시 답안

【1-1】

(1) 흥분의 전도는 뉴런에서 발생된 활동 전위가 한 뉴런 내에서 이동하는 것을 의미하며, 흥분의 전달은 뉴런과 뉴런 사이에 형성되는 시냅스를 통해 신호를 전달하는 것을 말한다. 흥분의 전도는 한 뉴런 내에서 전기적 신호를 통해 흥분이 이동하고, 흥분의 전달은 신경 전달 물질을 통해 한 뉴런에서 다른 뉴런으로 신호를 전달하는 것을 의미한다.

(2) 뉴런에서 발생된 활동 전위는 Na^+ 통로와 K^+ 통로의 닫힘과 열림의 차이로 한 방향으로 이동된다. 먼저 Na^+ 통로의 열림을 통해 세포 밖에 분포된 Na^+ 이온이 축삭돌기 내부로 들어와서 탈분극을 유도한다. 발생된 탈분극은 휴지기 (또는 분극 상태)의 옆 막에 있는 다른 Na^+ 통로의 열림을 발생시키고 탈분극을 유도하는데, 이 현상은 축삭돌기 말단까지 일어난다. 활동 전위가 지나온 부위(탈분극이 일어난 부분)에서는 Na^+ 통로는 닫히고 K^+ 통로는 열려서 세포 안에서 밖으로 K^+ 이온이 나가서 재분극이 일어나고 이로 인해 역방향으로 흥분의 전도는 일어나지 않게 된다.

【1-2】

(1) 마이오신과 액틴 필라멘트 분포에 따른 세 영역은 A대, H대, I대로 나눌 수 있다. A대는 액틴 필라멘트와 마이오신 필라멘트로 구성되어 있으나, H대는 마이오신 필라멘트, I대는 액틴 필라멘트로만 구성된다.

(2) 뉴런의 자극을 통해 근육으로 신호가 전달되면 근수축의 기본 단위인 근육 원섬유 마디에 분포된 굵은 필라멘트의 마이오신이 액틴과 결합한 다음 액틴 필라멘트가 마이오신 사이로 미끄러져 들어가 근육 원섬유 마디의 길이가 줄어드는 현상을 근육의 수축과 관련된 활주설이라 한다. 그러므로, 근육 수축 시 각 영역별 길이의 변화로 I대와 H대의 길이는 감소하지만 A대의 길이는 변화가 없다.

【1-3】

(1)

혈액형	Rh^- O형	Rh^+ B형
응집원	① −, 없음	③ +, B
응집소	② −, α, β	④ −, α

(2) 혈액을 공급 받는 사람은 가지고 있는 응집소 유무에 따라서 제공되는 혈액의 응집원에 반응하여 혈액의 응집 반응이 일어날 수 있고 심한 경우 생명이 위험해질 수 있다. 문항에 언급된 두 사람의 수혈 관계에서 Rh^- O형인 사람은 Rh^+ B형인 사람으로부터 수혈을 받을 수 없다. 혈액을 공급해 준 Rh^+ B형인 사람은 응집원 +, B를 가지고 있고, 혈액의 공급을 받는 Rh^- O형인 사람은 응집소 α, β를 가지고 있다. 따라서, Rh^- O형인 사람이 Rh^+ B형인 사람으로부터 수혈을 받게 된다면 Rh 응집원−응집소에 의한 응집 반응은 없지만, 응집원 B와 응집소 β의 반응으로 응집 현상이 생겨 생명이 위험해 질 수 있다. 그리고, Rh^- O형의 사람이 Rh^+형의 사람으로부터 이전에 수혈 경험이 있었다면 Rh 응집원−응집소에 의한 응집 반응으로 문제가 발생할 수 있으나, 문제에서 첫 번째의 수혈로 정의하고 있어 ABO식 혈액형만 고려하면 된다.

[지구과학]

1. 일반정보

유형	☑ 논술고사 □ 면접 및 구술고사	
전형명	논술(AAT) 전형	
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	자연계열2 (지구과학) / 문항 (1-1)~(1-3)번	
모집요강에 제시한 출제 범위(과목명)	지구과학 I	
출제 범위	과학과 교육과정 과목명	지구 과학 I
	핵심개념 및 용어	기후 변화, 빙하기, 간빙기, 산소 동위원소 비, 빙하, 해수면
예상 소요 시간	전체 시험시간 100분 중 25분	

2. 문항 및 제시문

[제시문]

(가) 기후 변화의 원인은 복사 에너지 균형(열수지)의 변화이다. 지구로 유입되는 태양 복사 에너지양, 태양 에너지 반사량 및 우주로 재방출되는 에너지양이 변화할 때 기후 변화가 일어날 수 있다. 지구 표면에 존재하는 대부분의 빙하는 북반구 고위도 지역에 위치하므로, 북반구 여름의 일사량 변화가 빙하기와 간빙기 등 장기간 기후 변화를 일으키는 주된 원인으로 추정된다. 일사량이 감소하면 겨울에 내린 눈이 여름에 녹아 없어지지 않고, 쌓인 눈으로 인해 얼음이 성장하여 빙하기가 유도될 수 있다.

(나) 행성의 운동에 대한 케플러의 첫 번째 법칙은 행성의 공전 궤도가 태양을 두 개의 초점 중 하나에 둔 타원이라는 것이다. 타원의 두 초점 사이의 거리를 긴반지름의 두 배로 나눈 값을 이심률이라고 한다. 지구의 공전은 태양 외에도 다른 행성, 달 등의 영향을 끊임없이 받기 때문에, 공전 궤도의 이심률은 계속해서 달라진다. 그러나 공전 궤도의 긴반지름은 일정하게 유지된다. 북반구의 계절이 여름일 때 지구의 공전 궤도상 위치는 지구의 세차 운동 때문에 변한다. 공전 궤도면에 대한 자전축의 기울기 역시 22~24.5도 범위 내에서 변한다. 현재 지구 자전축의 기울기는 23.5도이며, 지구는 북반구가 여름일 때 공전 궤도상 원일점 부근에 위치한다.

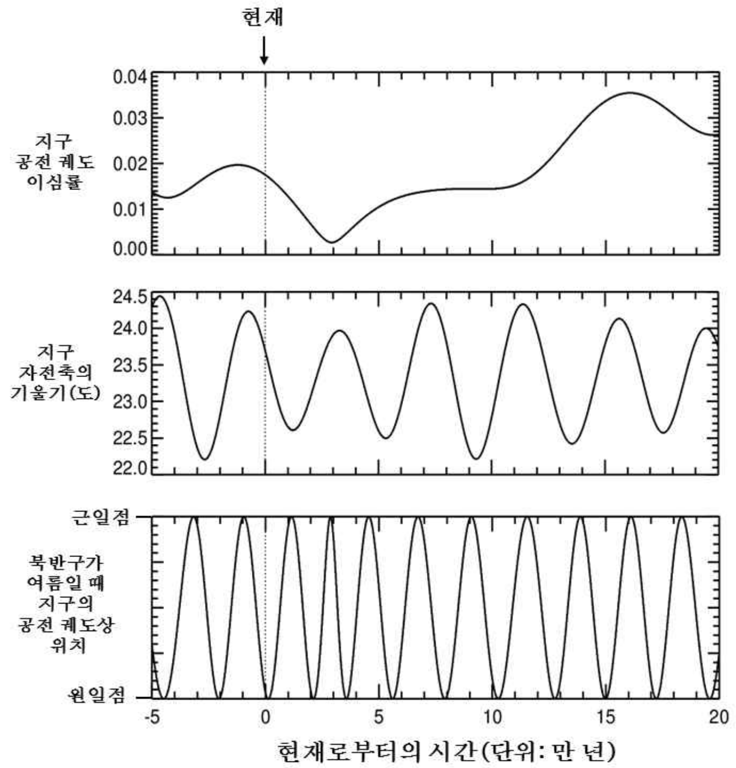
(다) 세르비아의 밀란코비치는 지구 기후 변화를 지구 공전 궤도 이심률의 변화, 지구 자전축의 기울기 변화, 세차 운동의 복합적인 요인으로 설명할 수 있다고 하였다. 이들 변화는 천천히 일어나지만 예측이 가능하며, 이러한 변화로 인해 특정 위도의 지표에 도달하는 태양 복사 에너지양이 장기적으로는 약 10% 정도 달라질 수 있다. 지구의 기온은 주기적으로 상승과 하강을 거듭함으로써 해수면을 끊임없이 변화시키고 있다. 최근에는 지구의 기온 상승과 함께 해수면 상승이 대표적인 환경 문제이다. 지난 몇백 년의 관측 기록을 통해 과거의 기후와 미래의 기후 변화를 예측하기는 매우 어려운 일이다. 과거 지질 시대의 기후를 추정할 때에는 기본적으로 빙하의 흔적과 퇴적물의 구조, 지층에서 산출되는 화석 등을 이용한다. 과학자들은 주로 빙하의 얼음 연구를 통해 과거의 지구 기온과 대기 성분에 대해 많은 것을 알아낸다. 현재 일반적으로 빙하의 얼음을 구성하는 물 분자들 속에서 산소 중 99.8%는 ^{16}O로 구성되어 있고, 0.2%는 ^{18}O로 구성되어 있다.

[문항]

【1-1】 현재를 기준으로 ㉠ 지구 자전축의 기울기는 감소 중이며, ㉡ 공전 궤도는 원에 가까워지고 있다. 제시문 **(가)**와 **(나)**를 참고하여 ㉠과 ㉡ 현상이 지구의 반사율에 각각 어떠한 영향을 줄 것인지 설명하시오. (단, 북반구가 여름일 때 지구의 공전 궤도상 위치는 변하지 않는다고 가정함) (30점)

【1-2】 북극 빙하의 얼음을 채취한 시료에서 ^{16}O가 99.7%, ^{18}O가 0.3%로 측정되었다. 제시문 **(다)**를 참고하여 이 시료는 간빙기와 빙하기 중 어떤 시기에 형성되었는지 답하고, 그렇게 답한 이유를 제시하시오. 또한, 이 시기의 해수면의 높이를 현재와 비교하여 설명하시오. (30점)

【1-3】 제시문 **(가)**, **(나)**, **(다)**와 **아래 그림**을 참고하여 17만 년 후의 북반구 해수 내 $^{18}O/^{16}O$의 변화를 현재와 비교하여 설명하시오. 그리고 빙하의 면적 증감에 관해 설명하시오. (단, 인간의 활동에 의한 지구 기후 변화는 배제함) (40점)



3. 출제 의도

지구의 기후 변화는 단기간, 장기간에 걸쳐 현재도 계속되고 있다. 기후 변화의 여러 요인 중 지구 외적 요인인 지구 자전축, 공전 궤도 등의 특성 변화가 지구에 어떤 영향을 줄 것인지에 대한 문항을 통해 응시자들의 기본적인 지구 과학 핵심 개념에 대한 이해도를 평가하고자 하였다. 더불어 간빙기와 빙하기에 각각 해수 및 빙하 내 산소 동위원소 비의 증감을 명확하게 이해하고, 장기 기후 변화와 산소 동위원소 비 사이의 관계를 체계적이고 과학적으로 파악하고 있는지를 평가한다. 기후 변화 가설에 대해 이해하고 관측적 증거에 대한 해석을 통해 과학적 논증을 구성할 수 있는지를 보고자 하였다.

4. 출제 근거

가) 교육과정 근거

적용 교육과정	교육과학기술부 고시 제 2011-361호 [별책 9] “과학과 교육과정”
성취기준 / 영역별 내용	(3) 위기의 지구 (124쪽) (나) 기후 변화 ① 지구의 역사를 통하여 기후가 어떻게 변해 왔는지를 알고, 고기후 연구 방법을 설명할 수 있다.
	(3) 위기의 지구 (124쪽) (나) 기후 변화 ② 기후 변화의 원인을 설명하는 여러 가지 가설을 이해한다.
	(3) 위기의 지구 (124쪽) (나) 기후 변화 ③ 지구 온난화를 지구 열수지와 관련지어 이해한다.
	(3) 위기의 지구 (124쪽) (나) 기후 변화 ④ 엘니뇨, 해수면 상승, 오존 홀, 사막화, 황사 등과 같은 현상이 지구 환경에 미치는 영향을 설명할 수 있다.

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행 연도	쪽수
고등학교 교과서	지구 과학 I	이태욱 외 6명 저	교학사	2011	pp. 176-187 pp. 230-231
	지구 과학 I	최변각 외 7명 저	천재교육	2011	pp. 192-201 pp. 253-255

5. 문항 해설

1-1. 지구 공전 궤도의 변화, 지구 자전축 기울기의 변화로부터 빙하의 면적 변화를 추론해 내고, 빙하의 면적 증가/감소에 따른 지구 반사율 변화를 서술할 수 있는지 확인하는 문항임

1-2. 산소 동위원소 비와 과거 기후 변화 사이의 관계를 명확하게 이해하고, 해수면 상승과 연관하여 논리적으로 설명하는 문항임

1-3. 지구 기후 변화를 일으키는 지구 외적 요인들과 기후 변화 사이의 관계를 산소 동위원소 비를 이용하여 논리적으로 예측하고, 빙하의 면적 증감과 관련해서 체계적으로 설명하는 문항임

6. 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
1-1	1) 두 현상이 각각 반사율에 줄 영향을 바르게 판정, 각각에 대한 근거 제시 (30점) 2) 두 현상이 각각 반사율에 줄 영향을 바르게 판정, 하나에 대한 근거만 제시 (20점) 3) 하나의 현상이 반사율에 줄 영향을 바르게 판정, 하나에 대한 근거를 제시 (15점) 4) 두 현상이 각각 반사율에 줄 영향을 바르게 판정, 근거가 없음 (10점) 5) 하나의 현상이 반사율에 줄 영향을 바르게 판정, 근거가 없음 (5점)	30
1-2	① 간빙기이다 ② 측정 결과 $^{18}O/^{16}O$비가 높기 때문이다 ③ 빙하가 녹아 바다로 유입 ④ 해수의 열팽창 ⑤ 해수면 상승 1) 위 내용 5가지를 모두 바르게 제시한 경우 (30점) 2) 위 내용 4가지를 바르게 제시한 경우 (20점) 3) 위 내용 3가지를 바르게 제시한 경우 (15점) 4) 위 내용 2가지를 바르게 제시한 경우 (10점) 5) 위 내용 1가지를 바르게 제시한 경우 (5점)	30
1-3	① 지구 공전 궤도 이심률의 증가 ② 지구 자전축 기울기의 감소 ③ 지구 공전 궤도상의 위치가 원일점에 가까워짐 ④ 북반구 여름의 일사량 감소로 빙하기 도래 ⑤ 해수 내 $^{18}O/^{16}O$비의 증가 ⑥ 빙하의 면적 증가 1) 위 내용 6가지를 모두 바르게 제시한 경우 (40점) 2) ①~③ 모두 바르게 설명하고 ④를 제시하며, ⑤와 ⑥ 중 1가지를 바르게 제시한 경우 (30점) 3) ①~③ 모두 바르게 설명하고 ④를 제시한 경우 (20점) 4) ①~③ 중 2가지만 바르게 설명하고 ④만 제시한 경우 (15점) 5) ①~③ 중 1가지만 바르게 설명하고 ④만 제시한 경우 (10점) 6) ④만 제시한 경우 (5점)	40

7. 예시 답안

1-1. 지구 자전축의 기울기가 감소하면 여름과 겨울의 태양 고도 차이가 감소, 여름과 겨울에 받는 태양 복사 에너지양의 차이가 줄어들어 여름의 일사량이 감소한다. 즉, ㉠ 현상은 빙하 면적을 증가시켜 반사율을 높일 것이다. 공전 궤도 이심률이 감소하면 북반구가 여름일 때(지구가 원일점에 있을 때) 태양-지구 사이의 거리가 줄어들고, 여름의 일사량이 늘어난다. 따라서 ㉡ 현상은 빙하 면적을 감소시켜 반사율을 낮출 것이다.

1-2. 측정 결과 $^{18}O/^{16}O$비가 일반적인 상태보다 높으므로 간빙기에 형성된 시료이다. 간빙기에는 빙하가 녹아 바다로 유입되는 양이 늘어나고, 해수의 열팽창에 의해 해수면은 현재에 비해 상승한다.

1-3. 그림에서 17만 년 후는 지구 공전 궤도 이심률의 증가, 지구 자전축의 기울기 감소, 북반구의 여름에 지구의 공전 궤도상 위치가 원일점에 가깝기 때문에 북반구에서 여름의 일사량 감소로 인해 빙하기라고 할 수 있다. 결국, 해수 내 $^{18}O/^{16}O$비와 빙하의 면적은 현재에 비해 증가한다.

[화학]

1. 일반정보

<table>
<tr><td>유형</td><td colspan="2">☑ 논술고사 □ 면접 및 구술고사</td></tr>
<tr><td>전형명</td><td colspan="2">논술(AAT) 전형</td></tr>
<tr><td>해당 대학의 계열(과목) / 문항번호</td><td colspan="2">자연계열2 (화학 Ⅰ)/ 문항 (1-1)~(1-3)</td></tr>
<tr><td>모집요강에 제시한 출제 범위(과목명)</td><td colspan="2">화학 Ⅰ</td></tr>
<tr><td rowspan="2">출제 범위</td><td>과학과 교육과정 과목명</td><td>화학 Ⅰ</td></tr>
<tr><td>핵심개념 및 용어</td><td>화학 반응식, 동위 원소, 산화-환원 반응</td></tr>
<tr><td>예상 소요 시간</td><td colspan="2">전체 시험시간 100분 중 25분</td></tr>
</table>

2. 문항 및 제시문

[1] 다음 글을 읽고 물음에 답하시오.

[제시문]

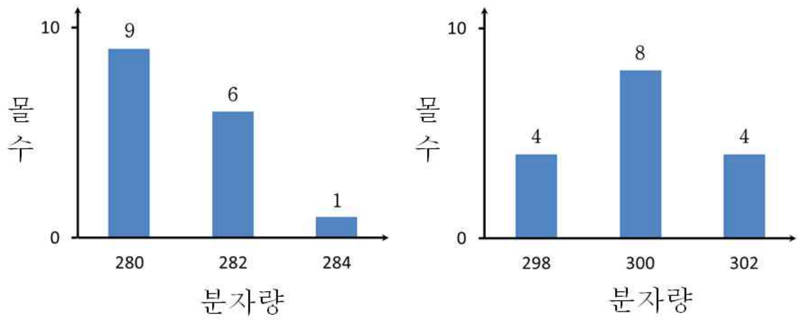
(가) 두 종류의 화합물 $C_xH_yBr_2$와 $C_mH_nCl_2$을 <표 1>과 같이 다양한 몰 비율로 섞은 뒤 충분한 양의 O_2와 반응시켰을 때 모든 C가 CO_2로 산화되었다. 각각의 혼합물에 대하여 생성된 CO_2 부피의 상대 비율을 아래의 표에 제시하였다. 상대 비율은 혼합물 A에서 생성된 CO_2 부피를 100%로 하여 계산하였다. (단, CO_2 부피는 0℃, 1기압에서 측정하였고, Br과 Cl는 주어진 조건에서 C와 반응하지 않는다.)

	$C_xH_yBr_2$	$C_mH_nCl_2$	CO_2 부피 상대 비율(%)
혼합물 A	1 몰	1 몰	100
혼합물 B	2 몰	1 몰	140
혼합물 C	2 몰	3 몰	㉠

<표 1>

(나) 원자 번호가 같지만 질량수가 다른 원소를 동위 원소라고 한다. 동위 원소는 특정한 비율로 자연에 존재한다. 미량으로 존재하거나 불안정한 동위 원소를 무시했을 때 ^{79}Br과 ^{81}Br은 1 : 1 의 비율로 존재하고, ^{35}Cl와 ^{37}Cl는 3 : 1 의 비율로 존재한다.

(다) (가)에 제시된 두 종류의 화합물 $C_xH_yBr_2$와 $C_mH_nCl_2$이 표지가 없는 두 개의 밀폐된 용기에 각각 16 몰씩 담겨져 있다. 화합물을 확인하고 원소조성을 결정하기 위하여 각각의 용기에 있는 화합물의 분자량과 그에 해당하는 몰수를 측정하였고, 그 결과는 <그림 1>과 같다. Br과 Cl의 동위 원소 때문에 각각의 화합물로부터 한 가지 이상의 분자량이 측정되었다. (단, C와 H는 ^{12}C와 ^{1}H만 고려하며 $y \le 2x+2$, $n \le 2m+2$이다.)



<그림 1>

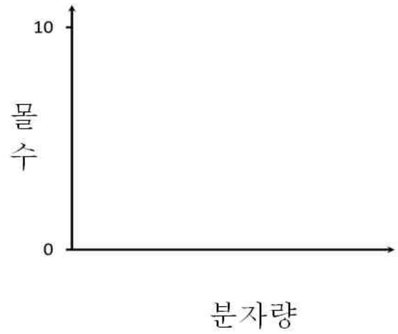
[문항]

【1-1】

제시문 (가)에 근거하여 <표 1>의 ㉠에 들어갈 값을 구하시오. (15점)

【1-2】

밀폐된 용기에 C_5H_8BrCl이 16 몰 들어 있을 때, 제시문 (나)와 (다)에 근거하여 C_5H_8BrCl의 분자량과 그에 해당하는 몰수를 모두 구하시오. 그리고 아래 그래프를 답안지에 완성하시오. (단, C와 H는 ^{12}C와 ^{1}H만 고려한다.) (25점)



【1-3】 제시문 (가), (나), (다)에 근거하여 다음 물음에 답하시오.

(1) $C_mH_nCl_2$의 분자식을 구하시오. (40점)

(2) 밀폐된 용기 안에 1 몰의 C_xH_y와 50 몰의 O_2를 넣고 완전 연소하였을 때 CO_2와 H_2O이 생성되었다. 이 반응의 화학 반응식을 상태 표시 없이 쓰고, 반응 후에 남은 O_2의 몰수를 구하시오. (20점)

3. 출제 의도

- 화학의 기본개념인 화학반응식, 동위원소, 산화-환원 반응의 원리에 대한 이해와 자료를 분석하여 문제를 종합적으로 해결하는 능력을 평가한다.

4. 출제 근거

가) 교육과정 근거

<table>
<tr><td>적용 교육과정</td><td>(고시번호)
1. 교육과학기술부 고시 제2011-361호[별책9] “과학과 교육과정”
2. 교육과학기술부 고시 제2009-41호 “고교 과학과 교육과정 해설서”</td></tr>
<tr><td>성취기준 / 영역별 내용</td><td>1. 교육과정 문서
(1) 화학의 언어 (88쪽)
㈒ 여러 가지 화학 반응을 화학 반응식으로 나타낼 수 있고, 원자량과 분자량 등을 이용해서 화학 반응에서의 양적 관계를 알 수 있다.
(2) 개성 있는 원소 (88쪽)
㈏ 원소의 기원, 핵 반응 및 방사성 동위원소의 특성을 이해한다.
(4) 닮은꼴 화학반응 (90쪽)
㈎ 광합성과 호흡, 철광석의 제련과 철의 부식이 산소에 의한 화학적 산화·환원 반응임을 이해한다.

2. 교육과정 해설서
⑴ 화학의 언어 (95쪽)
⑤ 여러 가지 화학 반응을 화학 반응식으로 나타낼 수 있고, 원자량과 분자량 등을 이용해서 화학 반응에서의 양적 관계를 알 수 있다.
화학 반응을 화학 반응식으로 표현하는 방법을 다루고, 화학 반응식에 포함된 의미를 이해하게 한다. 화학 반응식을 통하여 반응물질과 생성물질의 종류를 알고, 몰-질량, 몰-부피, 질량-부피 등의 양적 관계를 다룬다.
(2) 개성 있는 원소 (97쪽)
② 원소의 기원, 핵 반응 및 방사성 동위원소의 특성을 이해한다.
빅뱅 우주로부터 최초로 만들어진 원소가 수소이며, 수소에는 동위원소가 있음을 설명한다. 빅뱅 우주에서 양성자와 중성자가 핵융합을 통하여 헬륨이 되며, 나중에 별의 내부에서 차츰 무거운 여러 가지 원소들이 만들어졌음을 다룬다. 핵반응을 다룰 때는 빅뱅 우주로부터 양성자와 중성자가 생성되고 중성자를 매개로 양성자 간의 핵융합이 일어나 헬륨 등의 여러 가지 원소들이 만들어졌음을 설명하는 수준으로 다룬다. 무거운 원소들이 만들어지는 과정에서 생성된 방사성 동위원소를 소개하고, 그 특성을 이해하게 한다. 단 방사능 동위원소에 대해서는 그 특성을 간단히 소개하는 수준으로 다룬다. 또한 원자핵이 먼저 만들어지고 나중에 전자가 결합하여 중성 원자를 만드는 것을 설명한다.
(4) 닮은꼴 화학 반응 (102쪽)
① 광합성과 호흡, 철광석의 제련과 철의 부식이 산소에 의한 화학적 산화 환원 반응임을 이해한다.
광합성과 호흡, 철광석의 제련과 철의 부식 등의 화학 반응에 산소가 공통적으로 관여하고 있음을 설명하여, 산소에 관련된 산화환원 반응을 이해하게 한다.</td></tr>
</table>

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행 연도	쪽수
고등학교 교과서	화학 Ⅰ	류해일 외	비상교육	2011	31-41, 63-75, 191-196
	화학 Ⅰ	박종석 외	교학사	2011	38-41, 64-69, 206-212
	화학 Ⅰ	김희준 외	상상 아카데미	2011	46-51, 60-67, 170-175
	화학 Ⅰ	노태희 외	천재교육	2011	41-50, 59-69, 183-189

5. 문항 해설

제시문의 내용은 화학의 기본 개념인 화학 반응식, 동위 원소, 산화-환원 반응과 관련된 내용을 기술하는 것으로 고등학교 화학 Ⅰ에서 다뤄지고 있는 교육과정 범위에 포함되어 있다. 제시문은 화학 기본 원리에 대한 이해와 논리적 사고를 통해 문항에 제시된 자료를 해석하는 능력을 요구하는 문항이다. 문항 1-1은 탄소화합물의 완전연소 반응식에 대한 내용이다. 문항 1-2와 1-3은 동위원소의 존재비율에 따른 분자의 종류와 존재 비, 분자량을 구하고 탄소화합물의 완전연소 반응식을 이용하여 반응 후 남은 물질의 양을 계산하는 문제이다.

6. 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
【1-1】	연립방정식을 사용해 풀이과정 명시함 5점 정답 260을 구함 10점	15
【1-2】	4가지 동위 원소 조합의 분자량을 계산함 5점 4가지 동위 원소 조합의 몰수를 구하고 풀이과정을 명시함 5점 그래프를 완벽히 그림 15점 -그래프의 x축에 182, 184, 186이 표기되지 않았거나 잘못 표기됨 -7점 -막대그래프의 y값을 6, 8, 2 로 표기되지 않았거나 잘못 표기됨 -8점	25
【1-3】 (1)	C_xH_y의 분자량이 140 혹은 C_mH_n의 분자량이 210 임을 계산함 10점 같은 몰 수의 $C_xH_yBr_2$와 $C_mH_nCl_2$를 완전연소 시켰을 때 생성된 CO_2 의 부피 비가 2 : 3임을 이용하여 $x : m = 2 : 3$ 를 표기함. 【1-1】에서 명시한 경우도 포함 10점 $C_xH_yBr_2$에서 가능한 x와 y의 조합이 (10, 20) 혹은 $C_mH_nCl_2$에서 가능한 m과 n의 조합이 (15, 30)을 구하여 $C_{15}H_{30}Cl_2$을 명시함 20점	40
【1-3】 (2)	완전연소 화학 반응식 $C_{10}H_{20} + 15O_2 \rightarrow 10CO_2 + 10H_2O$ 을 작성함 10점 50 몰의 O_2와 반응한 뒤 남은 O_2의 몰수가 35 몰임을 명시함 10점	20

7. 예시 답안

【1-1】

$C_xH_yBr_2$에서 생성되는 CO_2 부피의 상대 비율을 a, $C_mH_nCl_2$에서 생성되는 CO_2 부피의 상대 비율을 b로 둔다.

$a + b = 100\%$

$2a + b = 140\%$

$a = 40\%, b = 60\%$

혼합물 C에서 생성되는 CO_2 부피의 상대 비율은 $2a + 3b = 260\%$ 이다.

<u>정답은 260 이다.</u>

【1-2】

C_5H_8BrCl의 가능한 동위 원소 조합과 분자량은 다음과 같다.

$C_5H_8{}^{79}Br^{35}Cl$의 분자량 = 182

$C_5H_8{}^{79}Br^{37}Cl$의 분자량 = 184

$C_5H_8{}^{81}Br^{35}Cl$의 분자량 = 184

$C_5H_8{}^{81}Br^{37}Cl$의 분자량 = 186

C_5H_8BrCl의 가능한 동위원소 조합의 몰수는 다음과 같다.

$C_5H_8{}^{79}Br^{35}Cl$의 몰수 = $\frac{1}{2} \times \frac{3}{4} \times 16 = 6$

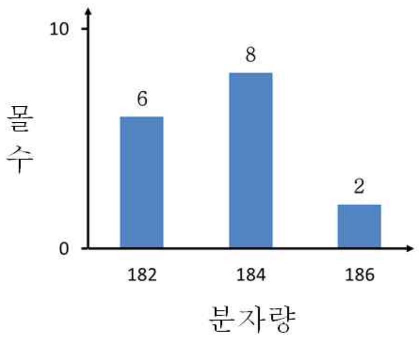
$C_5H_8{}^{79}Br^{37}Cl$의 몰수 = $\frac{1}{2} \times \frac{1}{4} \times 16 = 2$

$C_5H_8{}^{81}Br^{35}Cl$의 몰수 = $\frac{1}{2} \times \frac{3}{4} \times 16 = 6$

$C_5H_8{}^{81}Br^{37}Cl$의 몰수 = $\frac{1}{2} \times \frac{1}{4} \times 16 = 2$

그러므로 182, 184, 186의 분자량을 가지는 각각의 화합물의 몰수는 6, 8, 2 몰이다.

<u>정답은 아래의 그래프이다.</u>



【1-3】

(1) $C_mH_nCl_2$는 <그림 1>의 왼쪽 그래프에 해당한다.

$C_mH_nCl_2$에서 ^{35}Cl 동위 원소만 포함하는 경우에 해당하는 분자량이 280 이므로, C_mH_n의 질량은 210 이다.

$C_mH_nCl_2$에서 가능한 m과 n의 조합은 (17, 6), (16, 18), (15, 30) 이다.

위와 같은 방법으로 $C_xH_yBr_2$의 경우에는 가능한 x와 y의 조합이 (11, 8), (10, 20) 이다.

【1-1】 에서 $C_xH_yBr_2$와 $C_mH_nCl_2$의 $a : b = x : m = 2 : 3$ 이므로, 이 비율을 만족하는 $C_xH_yBr_2$은 $C_{10}H_{20}Br_2$ 이고, $C_mH_nCl_2$는 $C_{15}H_{30}Cl_2$ 이다.

정답은 $C_{15}H_{30}Cl_2$ 이다.

(2) 위에서 $C_xH_yBr_2$은 $C_{10}H_{20}Br_2$ 이므로, $x = 10$, $y = 20$ 이다.

완전연소 화학 반응식은 $C_{10}H_{20} + 15O_2 \rightarrow 10CO_2 + 10H_2O$ 이므로 1 몰의 $C_{10}H_{20}$와 반응하는 O_2의 몰수는 15 몰이다.

50 몰의 O_2와 반응하고 남은 O_2의 몰수는 35 몰이다.

정답은 35 이다.