

2015학년도 경북대학교 모의 논술(AAT)
자연계열 I 문제지

시 험 시 간	15:00 ~ 16:40 (100분)	
지원 희망학과(부)	학과(부, 전공)	감독위원 확인
고 교 명	고등학교	Ⓜ
성 명		

감독관의 지시가 있기 전까지 표지를 넘기지 마십시오.

< 수험생 유의 사항 >

1. 문제지와 답안지에 지원 희망학과(부), 고등학교명, 성명을 정확하게 기입할 것
2. 문제지는 6쪽(수학 2쪽, 물리, 화학, 생명 과학, 지구 과학 각 1쪽)으로 구성되어 있으며, 답안지는 4쪽(수학 2쪽, 선택과목 2쪽)으로 구성되어 있음
3. 답안지에 주어진 물음 번호에 맞추어 답안을 작성하되, 반드시 주어진 테두리 안에 답안을 작성할 것(테두리를 벗어난 부분은 채점 대상에서 제외함)
4. 답안의 작성은 반드시 흑색 필기구(볼펜, 연필 등) 중 1가지를 계속 사용할 것
5. 문제지의 빈 공간을 연습지로 사용할 수 있음
6. 과학영역(물리, 화학, 생명 과학, 지구 과학)에서 반드시 2영역을 선택하여, 답안지의 ()에 선택과목명을 기재하여야 함

수 학 (문제 1)

【제시문 1】

무한수열 $\{a_n\}$ 에 대하여, $a_1 + a_2 + \dots + a_n + \dots$ 을 무한급수라 하고 시그마 기호 \sum 를 사용하여 $\sum_{k=1}^{\infty} a_k$ 와 같이 나타낸다. 무한급수 $\sum_{k=1}^{\infty} a_k$ 에서 음이 아닌 정수 n 에 대하여 $S_n = \sum_{k=1}^n a_k$ 를 이 무한급수의 제 n 항까지의 부분합이라고 한다. 이 부분합으로 이루어진 수열 S_1, S_2, \dots 이 일정한 값 S 에 수렴할 때, 즉 $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = S$ 이면 $\sum_{k=1}^{\infty} a_k$ 는 S 에 수렴한다고 하고, $\sum_{k=1}^{\infty} a_k = S$ 로 나타낸다. 무한등비급수 $\sum_{k=1}^{\infty} ar^{k-1} = a + ar + ar^2 + \dots$ ($a \neq 0$)에 대하여 $|r| < 1$ 일 때, 이 무한등비급수는 수렴하고 그 합은 $\frac{a}{1-r}$ 이다.

【제시문 2】

이산확률변수 X 가 취할 수 있는 값이 x_1, x_2, \dots, x_n 이고 X 가 이 값을 취할 확률이 각각

$$P(X=x_i) = p_i \quad (i=1, \dots, n)$$

라고 할 때, x_1, x_2, \dots, x_n 와 p_1, p_2, \dots, p_n 의 대응 관계를 이산확률변수 X 의 확률분포 또는 간단히 이산확률분포라고 한다. 그리고 $P(X=x_i) = p_i$ 를 이산확률변수 X 의 확률질량함수라고 한다. 이 확률질량함수는 다음의 두 가지 확률의 기본성질을 만족한다.

(1) $0 \leq p_i \leq 1$ ($i=1, 2, \dots, n$)

(2) $\sum_{i=1}^n p_i = 1.$

또한, 이산확률변수 X 의 기댓값 $E(X)$ 는 다음과 같이 정의한다.

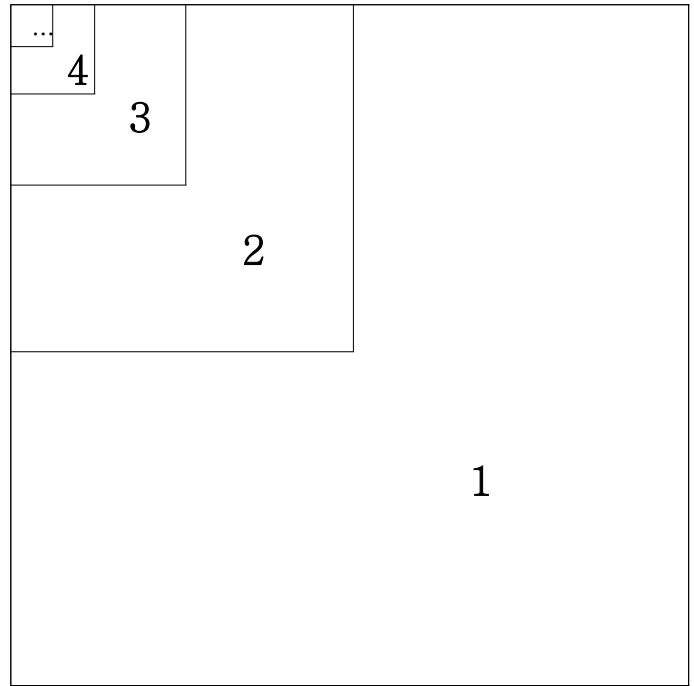
$$E(X) = x_1p_1 + x_2p_2 + \dots + x_np_n = \sum_{i=1}^n x_i p_i$$

【제시문 3】

정사각형 모양의 나무판을 이용하여 다음과 같이 다트판을 만들었다. 먼저 나무판을 넓이가 같도록 m 개의 영역으로 나눈다. 그 중 한 영역을 임의로 선택하여 넓이가 같은 m 개의 작은 영역으로 다시 나눈다. 이러한 과정을 반복하여 나무판을 계속 나누어 간다. 다트판의 점수는 다음과 같은 방법으로 부여한다.

“ k 단계에서 선택되지 않은 영역은 $k-1$ 을 부여”

즉, 첫 단계에서 선택되어지지 않은 영역에는 0점, 두 번째 단계에서 선택되어지지 않은 영역은 1점을 부여하는 식이다.



< $m=4$ 인 경우의 예시>

【물음 1】

【제시문 3】의 다트판에서 철수가 다트를 던져서 숫자 k 가 나올 확률을 a_k 이라고 할 때, a_k 의 일반항은 $a_k = (\text{㉞})^{\text{㉟}} - (\text{㉠})^{\text{㉡}}$ 가 된다. 이 때, $\text{㉞} - \text{㉠} - \text{㉡} + \text{㉢}$ 의 값을 계산하시오. (단, 다트의 화살촉 크기는 무시하고 경계선에 다트가 꽂히는 경우는 없다고 가정한다.) (30점)

【물음 2】

【제시문 1】에 근거하여 【물음 1】에서 얻어진 무한수열 $\{a_k\}$ 에 대한 무한급수 $a_1 + a_2 + a_3 + \dots$ 가 항상 수렴함을 보이고 그 수렴값을 구하시오. (30점)

【물음 3】

【물음 1】에서 얻어진 무한수열 $\{a_k\}$ 에 대하여 유한수열 $\{b_k\}$ ($1 \leq k \leq 10$)을 다음과 같이 정의한다.

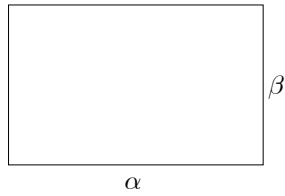
$$b_k = \begin{cases} a_k & (k=1, 2, \dots, 9) \\ \sum_{n=10}^{\infty} a_n & (k=10) \end{cases}$$

【제시문 3】에서 만들어진 다트판에서 10점 이상의 부분을 모두 10점으로 바꾸어 새로운 다트판을 만든다. 예를 들어 11점 부분을 맞추면 10점을 얻는다. 철수가 다트를 던져서 얻은 점수를 X 라 할 때, 그 확률을 $P(X=k) = b_k$ 라고 정의하면 X 는 이산확률변수가 되고 $P(X=k) = b_k$ 는 X 의 확률질량함수가 된다. (단, $k=1, 2, \dots, 10$) 【제시문 2】에 근거하여 확률변수 X^2 의 기댓값 $E(X^2)$ 를 구하시오. (40점)

수 학 (문제 2)

【제시문 1】

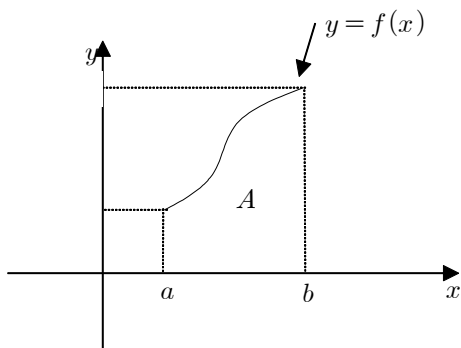
양의 실수 α 와 β 에 대하여, $\alpha\beta$ 는 [그림 a]와 같이 가로, 세로의 길이가 각각 α , β 인 직사각형의 넓이가 된다.



[그림 a]

【제시문 2】

함수 $y=f(x)$ 가 닫힌 구간 $[a, b]$ 에서 연속이고 $f(x) \geq 0$ 이면 정적분 $\int_a^b f(x)dx$ 는 [그림 b]와 같이 A 부분의 넓이가 된다.



[그림 b]

【제시문 3】

일대일 대응인 함수는 역함수를 가진다. 예를 들어, 양수 a 에 대하여 함수 $y=x^a$ 는 구간 $(0, \infty)$ 에서 일대일 대응이므로 역함수를 가지고, 그 역함수는 $y=x^{\frac{1}{a}}$ 이 된다.

【물음 1】

p 는 1보다 큰 실수이고 q 는 식 $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = 1$ 을 만족한다고 하자.

【제시문 3】에 근거하여 함수 $y=x^{p-1}$ 의 역함수는 $y=x^{q-1}$ 임을 설명하시오. (30점)

【물음 2】

실수 p, q 는 [물음 1]의 조건을 만족하고, α 와 β 는 양의 실수라 하자. 정적분 $\int_0^\alpha x^{p-1}dx$ 와 $\int_0^\beta x^{q-1}dx$ 를 계산하고, 부등식

$$\alpha\beta \leq \frac{\alpha^p}{p} + \frac{\beta^q}{q}$$

이 성립함을 【제시문 1】, 【제시문 2】, 【제시문 3】 및 【물음 1】에 근거하여 설명하시오. (30점)

【물음 3】

좌표평면 위의 두 점 $A(a_1, a_2), B(b_1, b_2)$ 에 대하여 $c = \sqrt{a_1^2 + a_2^2}, d = \sqrt{b_1^2 + b_2^2}$ 라고 할 때, 두 점 $\tilde{A}(\frac{a_1}{c}, \frac{a_2}{c})$ 와 $\tilde{B}(\frac{b_1}{d}, \frac{b_2}{d})$ 는 단위원위에 존재한다. 즉, $\frac{a_1^2 + a_2^2}{c^2} = 1, \frac{b_1^2 + b_2^2}{d^2} = 1$ 이다. 이 때, 부등식

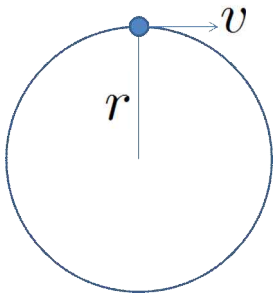
$$|a_1||b_1| + |a_2||b_2| \leq \sqrt{a_1^2 + a_2^2} \sqrt{b_1^2 + b_2^2}$$

이 성립함을 【물음 2】의 부등식을 이용하여 설명하시오. (40점)

물 리

【제시문 1】

그림과 같이 어떤 물체가 반지름 r 인 원궤도를 따라 일정한 속력 v 로 등속 원운동을 하는 경우, 원의 중심 방향으로 구심력이 작용한다. 이때 원의 중심방향으로의 구심 가속도는 $\frac{v^2}{r}$ 로 표현된다.



【제시문 2】

케플러는 티코 브라헤의 천체 관측 결과를 분석하여 태양 주위를 공전하는 행성의 운동에서 세 가지의 규칙성을 발견하였다. 그 중 제 3법칙인 조화 법칙을 정리하면 다음과 같다.
“행성의 공전 주기의 제곱과 행성의 타원 궤도의 긴반지름의 세제곱은 서로 비례한다.” 여기서 공전 주기는 행성 궤도를 한 바퀴 도는 데 걸리는 시간이다.

【제시문 3】

케플러 법칙의 발견은 사람들의 우주관에 큰 영향을 끼쳤다. 하지만 케플러는 행성이 왜 그렇게 움직이는지는 설명하지 못했다. 이후 뉴턴은 케플러의 법칙을 수학적으로 증명해내었고, 이 법칙은 만유인력을 발견하는 데 직접적인 단서가 되었다. 만유인력의 법칙을 정리하면 다음과 같다.
“질량이 있는 두 물체 사이에 서로 잡아당기는 힘인 만유인력은 두 물체의 질량의 곱에 비례하고 두 물체 사이의 거리의 제곱에 반비례한다. 이때의 비례상수를 만유인력 상수 G 라 한다.”

※ 아래 문제에서, 행성은 실제로 타원 운동을 하지만 태양 주위를 가까이 공전하는 행성의 궤도가 거의 원에 가까우므로 행성의 운동을 원운동이라 가정한다. 또한 모든 행성은 균일한 밀도의 구(공)라고 가정한다.

【물음 1】

질량이 m 인 행성이 질량이 M 인 태양 주위를 원 궤도로 공전하고 있다. 행성과 태양 사이의 거리는 r 이다. 【제시문 3】에 근거하여 만유인력의 크기를 표현하시오. (30점)

【물음 2】

【물음 1】에서 행성의 공전 주기는 T 이다. 이 경우에 【제시문 1】과 【제시문 3】에 근거하여 【제시문 2】의 케플러의 법칙이 성립함을 보이시오. (30점)

【물음 3】

어떤 행성 표면에서 중력 가속도를 측정하였더니 지구 표면에서 측정한 중력 가속도의 약 2배였다. 이 행성의 반지름이 지구 반지름의 $\frac{1}{2}$ 이라면, 행성의 밀도는 지구 밀도의 몇 배가 되는지를 구하고 풀이 과정을 서술하시오. (40점)

화 학

【제시문 1】

원자는 원자핵과 전자로 구성되어 있으며, 원자핵과 전자는 서로 끌어당기는 인력이 존재한다. 최외각 전자껍질에 있는 전자는 안쪽 전자껍질에 있는 전자보다 핵전하에 끌리는 효과가 적다. 이것은 안쪽 전자껍질의 전자와 상호작용으로 가려지는 효과가 있기 때문이다. 이와 같이 전자가 실제로 느끼는 핵전하를 유효 핵전하라고 부른다. 주기율표상에서 같은 주기일 경우 전자껍질의 수는 변화가 없으나 양성자 수가 증가하므로 유효 핵전하는 증가한다.

【제시문 2】

원자 내에서 원자핵과 전자사이에 서로 끌어당기는 인력이 존재하므로 전자를 떼어 내려면 에너지가 필요하다. 기체 상태의 원자 1몰로부터 전자 1몰을 떼어 내어 이온으로 만드는 데 필요한 에너지를 제1이온화 에너지(E_1)로 정의한다. 중성 원자에서 2개 이상의 전자를 순차적으로 떼어 낼 때 필요한 에너지는 제2이온화 에너지(E_2), 제3이온화 에너지(E_3) 등이라 하며, 이를 순차적 이온화 에너지라고 한다. 금속은 전자를 내어놓고 양이온이 되려는 성질이 있다. 알칼리 금속(Li, Na, K, Rb, Cs)은 전자를 하나 내어놓고 1가의 양이온으로 쉽게 이온화된다. 알칼리 금속의 제1이온화 에너지는 Li 금속이 가장 크고 족의 아래로 갈수록 감소하는 경향을 보여준다. 이것은 같은 족에서의 이온화 에너지는 유효 핵전하 보다는 원자의 크기가 더 큰 영향을 준다는 것을 의미한다. 이온화 에너지가 작다는 것은 전자를 쉽게 내어놓는 것을 의미하기 때문에 반응성과 연관이 있다. 여러 실험결과로부터 얻은 금속의 반응성을 비교한 결과 다음 순으로 됨을 알 수 있다.

$K > Ca > Na > Mg > Al > Zn > Fe > Ni > Sn > Pb > (H) > Cu > Hg > Ag > Pt > Au$

위의 순서로부터 Ag는 Cu보다 반응성이 작다는 사실을 알 수 있다. 즉, 금속 구리는 Ag^+ 이온에 의해 Cu^{2+} 로 이온화되는 반응이 쉽게 일어나고 Ag^+ 이온은 금속 Ag으로 환원되는 반응이 일어난다. 또한 수소 이온 [$H^+(aq)$]의 경우 외부에서 전자(e^-)를 받으면 수소 기체를 발생시키며 환원 반응이 일어나게 된다 [$2H^+(aq) + 2e^- \rightarrow H_2(g)$].

【물음 1】

등전자 계열(isoelectronic series)이란 동일한 전자를 갖는 모든 이온 그룹을 말한다. 다음은 10개의 전자를 가지며, 각 이온을 원자 번호가 증가하는 순서로 나열한 등전자 계열이다.



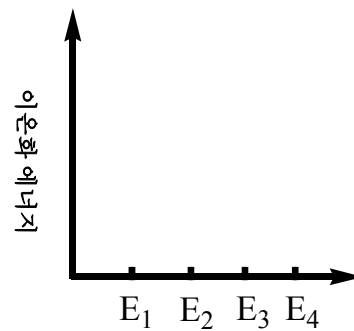
위의 이온들을 이온 반지름이 큰 것부터 차례로 나열하고, 그렇게 나열한 이유를 【제시문 1】을 근거로 설명하시오. (30점)

【물음 2】

세 가지 금속 Zn, Fe, Cu를 각각 일정량을 비이커에 넣고 충분히 많은 양의 6M 염산 수용액에 첨가했을 때 일어나는 현상을 【제시문 2】를 근거로 설명하시오 [단, Zn, Fe, Cu의 세 금속(M)은 양이온으로 이온화될 때, 2가의 양이온을 형성하는 반응만 일어난다고 가정한다 $M(s) \rightarrow M^{2+}(aq) + 2e^-$]. (40점)

【물음 3】

13족인 알루미늄은 전자 배치가 $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^1$ 이다. 중성 원자인 알루미늄의 순차적 이온화 에너지 E_1, E_2, E_3, E_4 의 크기는 어떻게 변화되는지를 제시문을 근거로 아래의 그래프를 이용하여 그 경향을 그림으로 나타내고, 이유를 설명하시오 (가장 급격한 이온화 에너지 변화를 보이는 구간도 언급하여야 함). (30점)



생명 과학

【제시문 1】

생물이 지닌 여러가지 특성을 형질이라 하며, 부모의 형질이 자손에게 전달되는 것을 유전이라고 한다. 멘델은 8년간의 완두 교배 실험을 통해 유전의 기본 원리인 분리의 법칙과 독립의 법칙을 발견하였다. 멘델이 완두를 이용하여 순종의 보라색 꽃과 흰색 꽃을 교배하였을 때 자손(F_1)에서는 보라색 꽃만 나타났다. 멘델은 이와 같이 대립 형질을 가진 순종의 개체끼리 교배했을 때 자손(F_1)에게 나타나는 형질을 우성, F_1 에서 나타나지 않는 형질을 열성이라고 하였다. 멘델은 다시 F_1 을 자가수분하여 자손(F_2)을 얻었는데, F_2 에서는 우성과 열성이 약 3 : 1로 나타났다. 멘델은 완두 교배 실험 결과를 설명하기 위해 다음과 같은 가설을 세웠다.

1. 모든 생물에는 형질을 결정하는 한 쌍의 유전인자가 있으며, 이 유전인자는 부모에게서 자손에게 전달된다.
2. 쌍을 이룬 인자가 서로 다른 인자일 경우 하나의 유전인자만 표현되며, 나머지 인자는 표현되지 않는다.
3. 쌍을 이룬 인자는 생식 세포가 만들어질 때 분리되어 각각 서로 다른 생식세포로 들어간다.

【제시문 2】

멘델이 형질을 결정한다고 생각한 유전인자는 오늘날 유전자에 해당하며, 한 가지 형질을 결정하는 대립유전자는 상동 염색체의 같은 위치에 있다. 완두 씨의 모양에 대한 예로, 둥글게 하는 유전자를 R, 주름지게 하는 유전자를 r이라고 하자. 유전자 R과 r은 상동 염색체의 같은 위치에 있는 대립 유전자로 순종의 둥근 완두는 RR로, 순종의 주름진 완두는 rr로 표시된다. RR, rr와 같이 유전자 구성을 기호로 나타낸 것을 유전자형이라 하며, 둥근 모양이나 주름진 모양과 같이 유전자 구성에 의해 드러난 형질을 표현형이라고 한다. 분리의 법칙은 생식세포를 만들 때, 대립 유전자가 각각의 생식세포로 나누어져 들어가는 현상을 말하며, 독립의 법칙은 두 쌍 이상의 대립 형질이 함께 유전될 때 서로의 유전에 영향을 미치지 않고 분리의 법칙에 따라 각각 독립적으로 유전되는 현상을 말한다.

【제시문 3】

가계도 조사는 특정 유전형질을 가지고 있는 가계에서 형질이 어떻게 유전되는지 알아보는 방법이다. 형질이 한 쌍의 대립 유전자에 의해 결정되어 대립형질이 명확하게 구분되는 유전 현상을 단일인자 유전이라 한다. 주근깨, 쌍꺼풀, 이마선 등은 상염색체에 존재하는 한 쌍의 대립유전자에 의해 멘델의 유전 법칙에 따라 유전되는 형질이다. 성염색체에는 성 결정과 관련된 유전자뿐 아니라 다른 형질을 결정하는 유전자도 있다. 딸은 어머니와 아버지로부터 X 염색체를 하나씩 물려받고, 아들은 어머니로부터 X 염색체를, 아버지로부터 Y 염색체를 물려받는다. 따라서, 성염색체에 의한 유전은 성에 따라 다르게 나타나며, 이처럼 성에 따라 달라지는 유전현상을 반성유전이라고 한다. 대표적인 반성유전의 예로는 혈우병과 색맹을 들 수 있는데, 열성 형질 유전자에 의해 나타난다고 알려져 있다.

【보기】

철수의 외할아버지는 혈우병 환자로, 정상인 철수의 외할머니와 결혼하여 혈우병 증상이 나타나지 않는 철수의 어머니를 낳았다. 철수의 어머니는 정상인 철수의 아버지와 결혼하여 혈우병을 가진 형과 혈우병이 없는 누나, 그리고 다운증후군을 가진 철수를 낳았다. 다운 증후군은 21번 염색체가 3개로 염색체 수 이상으로 생기는 유전병이다.

※ 아래 물음에서 세대를 거듭하는 동안 돌연변이와 여자혈우병은 없다고 가정한다.

【물음 1】

【보기】에서 철수 어머니가 혈우병 증상을 나타내지 않은 이유를 【제시문 1】과 【제시문 2】을 근거로 설명하시오. (30점)

【물음 2】

【보기】에서 철수의 누나가 정상인 남자와 결혼하여 낳은 자녀에게서 나타날 수 있는 유전자형과 표현형을 【제시문 2】와 【제시문 3】을 근거로 설명하고, 낳은 자녀가 혈우병일 확률을 구하시오. (30점)

【물음 3】

【보기】에서 철수의 누나가 혈우병을 가진 남자와 결혼하여 낳은 자녀에게서 나타날 수 있는 유전자형과 표현형을 【제시문 2】와 【제시문 3】을 근거로 제시하고, 낳은 자녀가 혈우병일 확률을 구하시오. (40점)

지구 과학

【제시문 1】

화산폭발은 지구 내부에서 생성된 마그마가 지표 근처로 상승하여 분출되는 현상이다. 마그마는 화학조성의 차이에 따라 현무암질, 안산암질, 그리고 유문암질 마그마로 구분된다. 현무암질 마그마는 SiO₂ 성분이 약 50% 내외이며, 일반적으로 조용히 분출한다. 그리고 점성도가 낮고 유동성이 높아 화산의 사면경사가 완만한 순상화산을 형성한다. 반면에 안산암질과 유문암질 마그마는 SiO₂ 성분이 각각 약 60% 그리고 70% 내외이며, 가스성분이 풍부할 경우 폭발성 분출을 한다. 또한 일반적으로 마그마의 점성도가 높아 사면경사 비교적 급한 성층화산을 형성한다. 화산폭발 시 발생하는 화산가스의 주성분은 수증기, CO₂ 그리고 SO₂이다.

【제시문 2】

대기권은 지표에서 약 50km까지 대류권과 성층권으로 구성된다. 대류권은 고도가 높아짐에 따라 기온이 감소하는 층으로 수증기 함량이 많은 층이다. 반면에 성층권은 고도가 높아짐에 따라 기온이 상승하고 매우 건조한 층이다.

대기 중에 떠 있는 액체상이나 고체상의 물질을 에어로졸이라고 한다. 에어로졸은 태양 복사에너지를 반사시켜 지면에 도달하는 태양복사에너지를 감소시킨다. 특히 SO₂는 수증기와 결합하여 황산입자를 생성하며 이들 황산입자는 반사율이 높아, 태양 빛을 많이 반사한다. 대기 중 에어로졸은 강수에 의해 빠르게 제거되거나, 중력에 의해 대기 중에서 천천히 제거된다.

【제시문 3】

필리핀에 있는 피나투보(Pinatubo) 화산은 1991년 6월에 폭발하였다. 이 화산은 마닐라 해구 서쪽의 유라시아판과 동쪽의 필리핀판 경계부에 발달한 호상열도(화산호) 지역에 위치한다. 피나투보 화산은 주로 안산암, 석영안산암, 화산쇄설암으로 구성되며, 화산폭발에 의해 약 100억 톤의 마그마가 분출되었다. 폭발로 형성된 화산재는 지상에서 40km 높이까지 퍼져 올라갔고, 화산재와 함께 분출된 SO₂의 양은 1,500만~2,000만 톤에 이른다. 이 때 분출된 SO₂는 대기 중의 수증기와 반응하여 약 2개월 동안 황산염을 형성하였다. 이 피나투보 화산 폭발로 인해 그 이듬해인 1992년 지구의 평균온도는 과거 10년 동안의 평균온도보다 약 0.5℃ 내려간 것으로 알려져 있다.

【물음 1】

피나투보 화산의 종류를 【제시문 1】 과 【제시문 3】 을 근거하여 기술하십시오. (30점)

【물음 2】

대류권에 배출된 화산 분출물은 기후에 거의 영향을 미치지 않는다. 반면 【제시문 3】 의 피나투보 화산폭발의 경우, 이듬해에 지구의 평균 온도를 하강시켰다. 그 이유를 【제시문 2】 에 근거하여 기술하십시오. (30점)

【물음 3】

판구조론에서 판 경계의 유형은 크게 발산형 경계, 수렴형 경계, 그리고 보존형 경계로 구분된다. 또한 수렴형 경계는 두 판이 서로 충돌하는 충돌형 경계와 어떤 판이 다른 판 아래로 들어가는 섭입형 경계로 나타난다. 피나투보 화산이 어떤 유형의 판 경계에서 형성되었는지 【제시문 3】 을 근거하여 기술하십시오. (40점)