자 연

2015학년도 신입학 전형 수시

모의논술

성명		지원 학부·학과		수험 번호									

· 답안지와 문제지에 성명, 지원 학부·학과, 수험 번호를 정확히 기입하시오.

· 답안지에 정답 외에는 어떠한 표시도 하지 마시오.

· 90분 안에 답안을 작성하시오.

· 고사 종료 후 답안지와 문제지, 연습지를 함께 제출하시오.

· 진행을 위한 감독자의 지시에 응하지 않을 퇴실 요구를 받을 수 있습니다.

유의 사항

1. 답안지는 검정색 볼펜으로만 작성하시오.(빨강색이나 파랑색 사용 금지)
2. 답안지 수정 시 가로로 두 줄을 긋고 그 위에 재작성하시오.
3. 본 고사의 답안은 1매 이내에 작성을 해야 하며, 답안지 교체는 가능하나 기존 답안지 제출은 불가합니다.
4. 답안지 교체로 인한 책임(시간 부족 등)은 요청한 수험생에게 있습니다.
5. 다음 경우는 0점 처리됩니다.
   1) 답안을 검정 볼펜으로 작성하지 않은 경우
   2) 자신의 신원을 드러내는 표기나 표현을 한 경우
   3) 수정액이나 수정테이프를 사용한 경우
   4) 답안을 해당 답란에 작성하지 않은 경우

※감독의 지시가 있을 때까지 다음 장으로 넘기지 마시오.

이 면은 여백입니다.

[문제 1] 다음 제시문 <가>~<다>를 읽고 물음에 답하시오.

<가> 계단을 한 번에 두 계단 혹은 한 계단을 오를 수 있다고 하자. 10개의 계단을 연속적으로 두 계단 씩 3번 오른 후 나머지 4개의 계단을 연속적으로 한 계단 씩 4번 사용하여 오르는 방법은 다음과 같은 처음 3개의 항이 2이고 나머지 4개의 항이 1인 길이가 7인 수열과 자연스럽게 대응 할 수 있다.

$$2,2,2,1,1,1,1$$

따라서 10개의 계단을 두 계단 씩 3번 그리고 한 계단 씩 4번 사용하여 오르는 방법의 수는 세 개의 2와 네 개의 1로 이루어진 길이가 7인 수열의 개수와 같다.

<나> n 개의 2와 m 개의 1로 이루어진 길이가 $n+m$인 수열의 개수는 다음과 같다.

$$_{n+m}C_n = {}_{n+m}C_m = \frac{(n+m)!}{n!\,m!}$$

<다> 모 집합 U의 원소의 개수가 n이고 U의 부분집합 A의 원소의 개수가 m일 때, A의 여집합 A^c의 원소의 개수는 $n-m$ 이다.

1-1. 10개의 계단을 두 계단 씩 3번 그리고 한 계단 씩 4번 사용하여 오를 때, 아홉 번째 계단을 밟고 오르는 경우의 수를 구하여라. [10점]

1-2. 10개의 계단을 두 계단 씩 3번 그리고 한 계단 씩 4번 사용하여 오를 때, 네 번째 계단을 밟지 <u>않고</u> 오르는 경우의 수를 구하여라. [10점]

1-3. 10개의 계단을 두 계단 씩 3번 그리고 한 계단 씩 4번 사용하여 오를 때, 여섯 번째 계단을 (반드시) 밟고 오르는 경우의 수를 구하여라. [10점]

[문제 2] 다음 제시문 <가>~<다>를 읽고 물음에 답하시오.

<가> x에 관한 다항식 $f(x)$가 $(x-a)^2$으로 나누어떨어지기 위한 필요충분조건은 $f(a)=0$, $f'(a)=0$ 이다.

<나> 함수 $f(x)$가 어떤 구간에서 미분가능하고 그 구간에서 항상 $f'(x)>0$이면 $f(x)$는 그 구간에서 단조증가한다.

<다> 함수 $f(x)$가 닫힌구간 $[a, b]$에서 연속이고 열린구간 (a, b)에서 미분가능하면

$$\frac{f(b)-f(a)}{b-a}=f'(c) \text{ (단, } a<c<b\text{)}$$

인 c가 적어도 하나 존재한다.

2-1. n을 자연수라고 할 때, 다항식 $f(x)=a_n x^{n+1}+b_n x^n+1$이 $(x-1)^2$으로 나누어떨어지도록 a_n, b_n을 구하여라. [10점]

2-2. 함수 $f(x)=(x+2)e^{-x}$의 도함수 $f'(x)$는 $x>0$에서 단조 증가하는 것을 보이고, 이를 이용하여 $0<a<b$일 때 $-(a+1)e^{-a}<\dfrac{(b+2)e^{-b}-(a+2)e^{-a}}{b-a}<-(b+1)e^{-b}$가 성립함을 증명하여라. [10점]

2-3. 함수 $f(x)=\dfrac{3}{2}x(1-x)$라 하고 수열 $\{a_n\}$에 대하여 $a_1=\dfrac{1}{2}$, $a_{n+1}=f(a_n)$ $(n=1, 2, \ldots)$이고, $\dfrac{1}{3}<a_n<\dfrac{1}{2}$ $(n\geq 2)$이 만족될 때, $\dfrac{3a_{n+1}-1}{3a_n-1}<\dfrac{1}{2}$임을 보여라. [15점]

[문제 3] 다음 제시문 <가>~<다>를 읽고 물음에 답하시오.

<가> 정사각형 행렬 D에 대하여 $DX=E$ 또는 $XD=E$를 만족하는 정사각형 행렬 X가 존재하면, X는 D의 역행렬 $D^{-1}=X$ 이다. (단, E는 D와 같은 꼴인 단위행렬이다.)

<나> 2×1행렬 $A=\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix}$에 대하여 A^*를 1×2 행렬 $A^*=(a_1, a_2)$라 정의한다. $A=\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix}$일 때, 행렬 곱셈의 정의에 의해 $AB^*=\begin{pmatrix} a_1b_1 & a_1b_2 \\ a_2b_1 & a_2b_2 \end{pmatrix}$이고 $A^*B=a_1b_1+a_2b_2$이다.

<다> 행렬 $A=\begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix}$ (단, $pq\neq0$, $p^2+q^2=1$)에 대하여, 좌표평면에서 행렬 $E+AA^*$으로 나타내어지는 일차변환을 f라 하자. 일차변환 f에 의하여 자기 자신으로 옮겨지는 좌표평면위의 직선 l이 존재한다.

3-1. 제시문 <나>에서 $B^*A\neq-1$일 때, 행렬 $E+AB^*$의 역행렬이 $(E+AB^*)^{-1}=E-\dfrac{AB^*}{B^*A+1}$임을 보이시오. [10점]

3-2. 제시문 <다>에서 일차변환 f에 의하여 직선 l : $x+ky=0$이 같은 직선 l로 옮겨질 때, k의 값을 구하시오. (단, $k\neq0$) [15점]

3-3. 제시문 <다>의 일차변환 f과 행렬 $C=\begin{pmatrix} p & q \\ -q & p \end{pmatrix}$으로 나타내어지는 일차변환 g에 대하여, 합성변환 $g\circ f$가 원 $x^2+y^2=1$을 도형 G로 옮길 때, G의 방정식을 구하시오. [10점]

이 면은 여백입니다.