자 연 (오후)

2014학년도 신입학 전형 수시

서술형 전공 능력 검사

성명		지원 학부·학과		수험 번호	

- 답안지와 문제지에 성명, 지원 학부·학과, 수험 번호를 정확히 기입하시오.
- 답안지에 정답 외에는 어떠한 표시도 하지 마시오.
- 90분 안에 답안을 작성하시오.
- 고사 종료 후 답안지와 문제지, 연습지를 함께 제출하시오.
- 감독자의 지시에 응하지 않을 경우 퇴실 요구를 할 수 있습니다.

유의 사항

1. 답안지는 검정색 볼펜으로만 작성하시오.(빨강색이나 파랑색 사용 금지)
2. 답안지 수정 시 가로로 두 줄을 긋고 그 위에 재작성하시오.
3. 본 고사의 답안은 1부만 제출해야 하며, 답안지 교체는 가능하나 기존 답안지 제출은 불가합니다.
4. 답안지 교체로 인한 책임(시간 부족 등)은 요청한 수험생에게 있습니다.
5. 다음 경우는 0점 처리될 수 있습니다.
   1) 답안을 검정 볼펜으로 작성하지 않은 경우
   2) 자신의 신원을 드러내는 표기나 표현을 한 경우
   3) 수정액이나 수정테이프를 사용한 경우
   4) 답안을 해당 답란에 작성하지 않은 경우

※감독의 지시가 있을 때까지 다음 장으로 넘기지 마시오.

[문제 1~3] 다음 제시문을 읽고 물음에 답하시오.

<가> 함수 $f:\mathbb{R}\rightarrow\mathbb{R}$가 어떤 양의 상수 p와 임의의 실수 x에 대하여 $f(x+p)=f(x)$를 만족하면, 함수 $f(x)$를 주기함수라고 한다.

<나> 상수함수가 아닌 주기함수는 임의의 실수 x에 대하여 $f(x+p)=f(x)$를 만족하는 양의 실수 p 중 최소의 양의 실수가 존재하는데, 이를 함수 $f(x)$의 주기라고 한다.

<다> 함수 $f:\mathbb{R}\rightarrow\mathbb{R}$가 p의 주기를 갖는 주기함수이면, 임의의 정수 $k\in\{\cdots,-2,-1,0,1,2,\cdots\}$와 임의의 실수 x에 대하여 $f(x+kp)=f(x)$를 만족한다. 또한 임의의 실수 x와 어떤 양의 실수 q에 대하여 $f(x+q)=f(x)$를 만족하면, $q=np$인 양의 정수 n이 존재한다.

(1) 함수 $f:\mathbb{R}\rightarrow\mathbb{R}$가 미분가능함수이고 a는 양의 상수라고 하자. 이때 임의의 실수 x에 대하여 $f(x+a)=f(x)$를 만족하면, 임의의 실수 x에 대하여 $f'(x+a)=f'(x)$도 만족함을 보이시오. [20점]

(2) 함수 $f:\mathbb{R}\rightarrow\mathbb{R}$는 연속함수라고 하자. 함수 f가 양의 실수 a와 임의의 실수 x에 대하여 $\int_x^{x+a} f(t)\,dt=0$을 만족하면, 임의의 실수 x에 대하여 $f(x+a)=f(x)$를 만족함을 보이시오. [30점]

(3) 함수 $f:\mathbb{R}\rightarrow\mathbb{R}$는 미분가능함수라고 하자. 함수 f가 a의 주기를 갖는 주기함수라고 하면, 제시문 <다>를 이용하여 도함수 f'도 주기가 a인 주기함수임을 보이시오. [30점]

[문제 4~6] 다음 제시문을 읽고 물음에 답하시오.

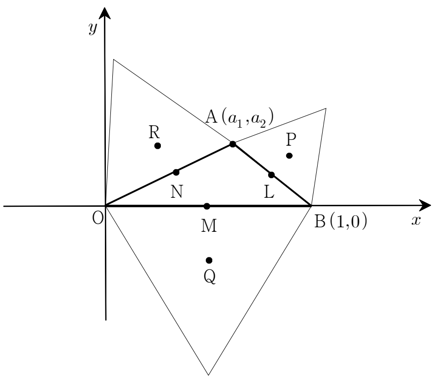
<가> 어떤 평면벡터 $\overrightarrow{OX}$를 시점 O를 중심으로 각 θ만큼 회전한 벡터를 $\overrightarrow{OX}^{\theta}$라 하자. 좌표평면에서 벡터 $\overrightarrow{OX}$를 $\overrightarrow{OX}=(x_1,\, x_2)$로 나타낼 때, 벡터 $\overrightarrow{OX}^{\theta}$는 다음과 같이 나타난다.

$$\overrightarrow{OX}^{\theta}=(x_1\cos\theta-x_2\sin\theta,\ x_1\sin\theta+x_2\cos\theta)$$

또한 실수 k와 벡터 $\overrightarrow{OX}$의 곱은 $k\overrightarrow{OX}$로 쓰며 다음과 같이 나타난다.

$$k\overrightarrow{OX}=(kx_1,\, kx_2)$$

<나> 삼각형 OAB의 각 변을 한 변으로 하는 정삼각형을 아래 그림과 같이 그리고, 정삼각형들의 중점을 P, Q, R이라 하자. 그림에서 L은 변 AB의 중점, M은 변 OB의 중점, 그리고 N은 변 OA의 중점이다. a_1은 임의의 실수이고 a_2는 양의 실수이다.



<다> 벡터 $\overrightarrow{CD}$를 시점 C를 중심으로 $\dfrac{\pi}{3}$만큼 회전시킨 벡터 $\overrightarrow{CD}^{\frac{\pi}{3}}$를 벡터 $\overrightarrow{CE}$라고 놓을 때($\overrightarrow{CE}=\overrightarrow{CD}^{\frac{\pi}{3}}$), 삼각형 CDE는 정삼각형이다.

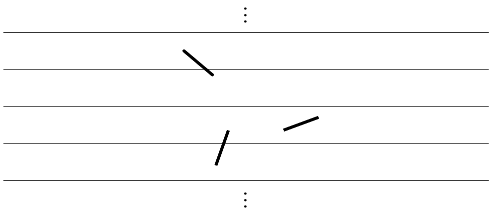
(4) 벡터 $\overrightarrow{MQ}$를 벡터 $\overrightarrow{OB}$의 회전변환 및 실수 곱으로 표시하는 식 $\overrightarrow{MQ}=k\overrightarrow{OB}^{\theta}$에서 양의 실수 k와 각도 θ를 구하고, 중점 Q의 위치벡터 $\overrightarrow{OQ}$를 $\overrightarrow{OQ}=\overrightarrow{OM}+\overrightarrow{MQ}$임을 이용하여 구하시오. [25점]

(5) 제시문 <나>의 다른 중점 P, R에 대응하는 위치벡터 $\overrightarrow{OP}$와 $\overrightarrow{OR}$을 제시문 <가>와 벡터의 덧셈의 정의를 이용하여 각각 구하시오. [40점]

(6) 세 중점을 연결한 삼각형 PQR에서 두 벡터 $\overrightarrow{QP}$와 $\overrightarrow{QR}$을 (4), (5)의 결과로부터 구하고, 제시문 <다>를 이용하여 삼각형 PQR이 정삼각형이 됨을 보이시오. [35점]

[문제 7~8] 다음 제시문을 읽고 물음에 답하시오.

아래 그림과 같이 마루에 1cm 간격으로 평행선이 그려져 있다.



마루에 1cm의 바늘을 떨어뜨릴 때 바늘을 연장한 직선과 평행선이 이루는 두 각 중 작은 각을 θ라 하자. 이 경우 θ의 범위는 $[0, \frac{\pi}{2}]$이고, $\theta = \theta_1$일 때 바늘이 평행선과 만날 확률은 $\sin\theta_1$이다. 따라서 임의로 떨어뜨린 바늘이 평행선과 만났을 때 바늘을 연장한 직선과 평행선이 이루는 두 각 중 작은 각을 확률변수 Θ라 하면, Θ는 $[0, \frac{\pi}{2}]$ 안의 모든 값을 가지며 Θ의 확률밀도함수 $f(\theta)$는 $\sin\theta$가 된다.

(7) 위 제시문을 참조하여, 바늘이 평행선과 만났을 때 확률변수 Θ의 기댓값을 구하시오. [30점]

(8) 길이가 2cm인 바늘을 위 제시문에 주어진 마루에 떨어뜨릴 때 바늘이 평행선과 만날 확률을 구하시오. [30점]