한양대학교 2014학년도 신입학전형 수시 모의 출제 2차

자 연 계	서 술	오 전

수험번호 (   ) 응시번호 (   ) 성명 (   )

수험생 유의사항

1. 90분 안에 [논술 1] ~ [논술 3]의 답안을 작성하시오.
2. 수정 시 검정 볼펜으로 줄을 긋고 다시 쓰시오.
3. 답안지와 문제지를 함께 제출하시오.
4. 다음 경우는 0점 처리됩니다.
   1) 답안을 검정 볼펜으로 작성하지 않은 경우
   2) 자신의 신원을 드러내는 표기나 표현을 한 경우
   3) 수정액이나 수정테이프를 사용한 경우
   4) 답안을 해당 답란에 작성하지 않은 경우

[문제 1] 다음 제시문 <가>~<다>를 읽고 물음에 답하시오.

<가> 함수 $f, g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$가 모든 실수 x에 대해서 $f(g(x)) = g(f(x)) = x$를 만족하면, 함수 g는 함수 f의 역함수이고 함수 f는 함수 g의 역함수라 한다. 이때, 함수 f의 그래프와 함수 g의 그래프는 직선 $y = x$에 대칭이다.

<나> 연속 함수의 그래프는 끊어지지 않고 연속인 선을 이룬다. 그리고 그래프가 끊어지지 않고 연속인 선을 이루는 함수는 연속함수이다.

<다> 연속인 함수 f가 점 a에서 미분가능하면, 점 $(a, f(a))$에서 함수 f의 그래프에 대한 접선이 존재한다. 또한 점 $(a, f(a))$에서 함수 f의 그래프에 대한 y축에 평행하지 않는 접선이 존재하면 함수 f는 점 a에서 미분가능하다.

1. 함수 f가 연속함수이면, f의 역함수 g도 연속함수임을 보여라. [5점]

2. 함수 f가 미분가능 함수이고 모든 실수 x에 대해서 $f'(x) \neq 0$이면 f의 역함수 g도 미분가능 함수임을 보여라. [10점]

3. 함수 f가 미분가능 함수이고 f의 도함수 $f'(x)$의 최소값이 2013이고 최대값이 2014일 때, f의 역함수 g의 도함수 $g'(x)$의 최소값과 최대값을 구하여라. [10점]

[문제 2] 다음 제시문 <가>~<다>를 읽고 물음에 답하시오.

<가> $0<x<1$인 x를 이진법으로 표시하면 다음과 같다.

$$x = 0.b_1b_2b_3\cdots = \sum_{k=1}^{\infty} b_k 2^{-k}$$

이때 $b_k=0$ 또는 1. 이진법으로 표시된 x의 소숫점 이동은 2^m을 곱하여 얻어진다. 예를 들어, $x=0.b_1b_2b_3\cdots$에 대하여

$2^3x = b_1b_2b_3.b_4b_5b_6\cdots$ 이고 $2^{-2}x = 0.00b_1b_2b_3\cdots$ 이다

<나> $0\le x\le 1$인 x에 대하여 증가 함수 f는 다음을 만족한다고 하자.

(1) $f(0)=0,\ f(1)=1$

(2) $f(x)=\begin{cases} \dfrac{f(4x)}{16}, & 0<x<\dfrac{1}{4} \\ \dfrac{5}{16}+\dfrac{f(4x-1)}{16}, & \dfrac{1}{4}\le x<\dfrac{1}{2} \\ \dfrac{5}{8}+\dfrac{f(4x-2)}{16}, & \dfrac{1}{2}\le x<\dfrac{3}{4} \\ \dfrac{15}{16}+\dfrac{f(4x-3)}{16}, & \dfrac{3}{4}\le x<1 \end{cases}$

<다> 위 함수 f의 정적분 $\int_0^1 f(x)dx$가 정의된다.

1. 제시문 <다>의 함수 f에 대하여 $f\left(\dfrac{1}{32}\right)$의 값을 구하시오. [5점]

2. 이진수 $t=0.b_1b_2b_3b_4$에 대하여 제시문 <다>에서 정의한 함수 $f(t)$의 값을 구하시오. [25점]

3. 제시문 <다>의 함수 f에 대하여 정적분 $\int_0^1 f(x)\,dx$를 구하시오. [10점]

[문제 3] 다음 제시문 <가>~<다>를 읽고 물음에 답하시오.

<가> n이 양의 정수일 때, 다항식 $(1+x)^n$의 전개식을 조합의 수를 이용하여 나타내는 방법은 다음과 같다.

$$\begin{aligned}(1+x)^n &= \sum_{k=0}^{n} {}_nC_k x^k \\ &= 1 + {}_nC_1 x + {}_nC_2 x^2 + \cdots + {}_nC_n x^n \\ &= 1 + \sum_{k=1}^{n} {}_nC_k x^k\end{aligned}$$

<나> 사건 α가 일어날 확률이 p인 시행 A를 n회 시행할 때, 사건 α가 k회 일어날 확률은 ${}_nC_k p^k (1-p)^{n-k}$ 이다. 시행 A를 n번, 사건 β가 일어날 확률이 q인 시행 B를 m번 한다. 이 때 사건 α가 일어나는 횟수와 사건 β가 일어나는 횟수와의 합이 r일 확률은 다음과 같다.

$$P(r) = \sum_{k=0}^{r} {}_nC_k p^k (1-p)^{n-k} \times {}_mC_{r-k} q^{r-k} (1-q)^{m-r+k}$$

<다> 제시문 <나>에서 $p=q$인 경우 이는 사건 α가 일어날 확률이 p인 시행 A를 $n+m$회 시행하는 것과 같다. 따라서 이 때 사건 α가 r회 일어날 확률 $P_1(r)$은 ${}_{n+m}C_r p^r (1-p)^{n+m-r}$이다.

1. 제시문 <가>를 이용하여 다음 등식이 성립함을 간략하게 보이시오. [10점]

$$\sum_{k=1}^{n} {}_nC_k x^{k-1} = \sum_{k=0}^{n-1} (1+x)^k$$

2. 제시문 <가>와 $x=0$에서 $x=1$까지의 정적분을 이용하여 다음 합을 구하시오. [15점]

$$\frac{{}_nC_0}{1} + \frac{{}_nC_1}{2} + \cdots + \frac{{}_nC_k}{k+1} + \cdots + \frac{{}_nC_n}{n+1}$$

3. 제시문 <나>와 <다>를 이용하여 다음 등식이 성립함을 간략하게 보이시오. [10점]

$${}_{n+m}C_r = \sum_{k=0}^{r} {}_nC_k \cdot {}_mC_{r-k}$$