한양대학교 2014학년도 신입학전형 수시 모의 출제 1차

자 연 계	**서술형 전공능력 검사**	오 전

수험번호 (　　　　　　　　) 지원학과 (　　　　　　　　) 성명 (　　　　　　)

수험생 유의사항

1. 90분 안에 [논술 1] ~ [논술 4]의 답안을 작성하시오.
2. 수정 시 검정 볼펜으로 줄을 긋고 다시 쓰시오.
3. 답안지와 문제지를 함께 제출하시오.
4. 다음 경우는 0점 처리됩니다.
   1) 답안을 검정 볼펜으로 작성하지 않은 경우
   2) 자신의 신원을 드러내는 표기나 표현을 한 경우
   3) 수정액이나 수정테이프를 사용한 경우
   4) 답안을 해당 답란에 작성하지 않은 경우

[문제 1] 다음 제시문 <가>~<다>를 읽고 물음에 답하시오. [20점]

<가> 함수 $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ 가 모든 실수 x에 대해서 $f(x)=f(-x)$를 만족하면, 함수 $f(x)$는 우함수이고 $f(x)=-f(-x)$를 만족하면 함수 $f(x)$는 기함수이다.

<나> 함수 $f_1,f_2,\ldots,f_n$이 모두 우함수이면 임의의 실수 $a_1,a_2,\ldots,a_n$에 대하여 $a_1f_1+a_2f_2+\cdots+a_nf_n$는 우함수이고, 함수 $f_1,f_2,\ldots,f_n$이 모두 기함수이면 임의의 실수 $a_1,a_2,\ldots,a_n$에 대하여 $a_1f_1+a_2f_2+\cdots+a_nf_n$는 기함수이다.

<다> 임의의 함수 $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$에 대해 함수 $f(x)+f(-x)$는 우함수이고 $f(x)-f(-x)$는 기함수이다.

1. $f(x)=1+x^1+x^2+\cdots+x^{2013}+x^{2014}$일 때, $f(x)=g(x)+h(x)$를 만족하는 우함수 $g(x)$와 기함수 $h(x)$를 구하시오.

2. 임의의 함수 $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$에 대해, $f(x)=g(x)+h(x)$를 만족하는 우함수 $g(x)$와 기함수 $h(x)$가 항상 존재하는가?

3. 함수 $f(x)=e^x$에 대해 $f(x)=g(x)+h(x)$를 만족하는 우함수 $g(x)$와 기함수 $h(x)$를 구하시오.

[문제 2] 다음 제시문 <가>~<다>를 읽고 물음에 답하시오. [30점]

<가> 좌표평면 $\mathbb{R}^2 = \{(x,y) \mid x, y$는 실수$\}$ 위의 두 벡터 $\vec{a}$, $\vec{b}$ ($\vec{a}$, $\vec{b} \neq \vec{0}$)에 대하여 다음과 같이 정의 한다.

$$\vec{a} \vee \vec{b} = |\vec{a}|\,|\vec{b}|\sin\theta$$

(단, θ는 $\vec{a}$를 기준으로 반 시계방향으로 $\vec{b}$에 이르는 각의 크기)

<나> 임의의 평면 벡터 $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$와 스칼라 k에 대하여 다음 등식이 성립한다.

(i) $(k\vec{a}) \vee \vec{b} = k(\vec{a} \vee \vec{b})$

(ii) $\vec{a} \vee (\vec{b} + \vec{c}) = (\vec{a} \vee \vec{b}) + (\vec{a} \vee \vec{c})$

<다> 평행이 아닌 두 벡터 $\vec{a}$, $\vec{b}$ ($\vec{a}$, $\vec{b} \neq \vec{0}$)에 대하여, 모든 평면 벡터 $\vec{c}$는 다음과 같이 표현된다.

$$\vec{c} = \frac{\vec{c} \vee \vec{b}}{\vec{a} \vee \vec{b}}\vec{a} + \frac{\vec{c} \vee \vec{a}}{\vec{b} \vee \vec{a}}\vec{b}$$

1. 제시문 <가>, <나>를 근거로 하여 임의 두 벡터 $\vec{a} = (a_1, a_2)$, $\vec{b} = (b_1, b_2)$에 대해, $\vec{a} \vee \vec{b} = a_1b_2 - a_2b_1$이 성립함을 보이시오.

2. 위치 벡터 $\vec{p}$를 지나고 방향 벡터 $\vec{a}$를 갖는 직선을 L_1, 위치 벡터 $\vec{q}$를 지나고 방향 벡터 $\vec{b}$를 갖는 직선을 L_2라 할 때, L_1과 L_2의 교점의 위치벡터 $\vec{x}$는 다음과 같이 구해진다.

$$\vec{x} = \frac{k_1}{\vec{a} \vee \vec{b}}\vec{a} + \frac{k_2}{\vec{b} \vee \vec{a}}\vec{b}$$

제시문 <가>~<나>를 근거로 k_1과 k_2를 구하시오.(단, $\vec{a}$와 $\vec{b}$ ($\vec{a}$, $\vec{b} \neq \vec{0}$)는 평행하지 않음)

3. $|\vec{a}| = 1$인 벡터 $\vec{a}$에 대하여 함수 f와 g를 다음과 같이 정의할 때,

$$f(\vec{a}) = (1 + \vec{a} \vee \vec{e})^2, \qquad g(\vec{a}) = \frac{\vec{e} \vee \vec{a}}{2}$$

$f(\vec{a}) = g(\vec{a})$를 만족하는 $\vec{a}$를 모두 구하시오. (단, $\vec{e} = (1, 0)$)

[문제 3] 다음 제시문 <가>~<다>를 읽고 물음에 답하시오. [20점]

<가> 함수 f가 다음 조건을 만족하면 함수 f의 그래프가 위로 볼록하다.

(조건 1) 함수 f는 두 번 미분가능한 함수이고 정의역 위의 모든 실수 x에 대하여 다음을 만족한다.

$$f''(x) < 0$$

(조건 2) 함수 f는 정의역 위의 모든 실수 x, y에 대하여 다음을 만족한다.

$$tf(x) + (1-t)f(y) \le f(tx + (1-t)y) \quad (0 \le t \le 1)$$

(조건 3) 함수 f는 미분가능한 함수이고 정의역 위의 모든 실수 x, y에 대하여 다음을 만족한다.

$$f(y) - f(x) \le (y-x)f'(x)$$

<나> 함수 f가 (조건 1)을 만족하면, 함수 f는 (조건 2)도 만족한다.

<다> 함수 f가 미분가능하고 (조건 2)를 만족하면, 함수 f는 (조건 3)도 만족한다.

1. $f(x) = \sqrt[3]{x} \quad (x > 0)$ **이고** $x, y > 0$**일 때 다음이 성립함을 보이시오.**

$$tf(x) + (1-t)f(y) \le f(tx + (1-t)y) \quad (0 \le t \le 1)$$

2. 제시문 <나>를 이용하여 다음 합보다 큰 정수 중 최솟값을 구하시오.

$$S = \frac{1}{\sqrt[3]{2^2}} + \frac{1}{\sqrt[3]{3^2}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt[3]{1000^2}}$$

[문제 4] 다음 제시문 <가>~<다>를 읽고 물음에 답하시오. [30점]

<가> n이 양의 정수일 때, 다항식 $(a+b)^n$의 전개식을 조합의 수를 이용하여 나타내는 방법은 다음과 같다.

$$(a+b)^n = {}_nC_0a^n + {}_nC_1a^{n-1}b + \cdots + {}_nC_ra^{n-r}b^r + \cdots + {}_nC_nb^n$$
$$= \sum_{r=0}^{n} {}_nC_r a^{n-r}b^r$$

<나> 사건 A가 일어날 확률이 p인 시행을 독립적으로 계속할 때 n회 시행에서 사건 A가 r회 일어날 확률은 ${}_nC_rp^rq^{n-r}$ $(q=1-p)$이다.

<다> 제시문 <나>에서 사건 A가 일어날 확률 p는 $0 < p < 1$을 만족한다.

1. 사건 A가 일어날 확률이 p인 시행을 A가 r회 일어날 때까지 독립적으로 계속할 때 n회 시행에서 끝나게 될 확률이 다음과 같다.

$${}_{n-1}C_{r-1}p^r(1-p)^{n-r}$$

이를 제시문 <나>를 이용하여 간략하게 보이시오.

2. 사건 A가 일어날 확률이 p인 시행을 독립적으로 n회 시행했을 때, 사건 A가 짝수회 일어날 확률을 P_n이라 하자. 제시문 <가>와 <나>를 이용하여 $P_n = \dfrac{1+(1-2p)^n}{2}$를 보이시오.

3. 사건 A가 일어날 확률이 p인 시행을 독립적으로 n회 시행했을 때, 사건 A가 짝수회 일어날 확률을 P_n이라 하자. 이 때 $\lim\limits_{n\to\infty} P_n = \dfrac{1}{2}$임을 보이시오.