2019학년도 일반논술 전형 의예과(수학)

==

【문제 1】 아래 제시문을 읽고 문제에 답하시오.(30점)

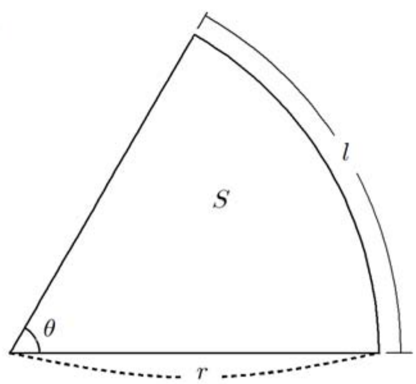
(가) 좌표평면 위에서 x, y에 대한 어떤 부등식을 만족하는 점 (x, y) 전체를 그 부등식의 영역이라고 한다. 예를 들어 부등식 $y > x+1$의 영역은 직선 $y = x+1$의 윗부분이고 부등식 $y < x+1$의 영역은 직선 $y = x+1$의 아랫부분이다.

(나) 각의 크기를 재는 단위인 도($^{\circ}$)는 원주를 360등분한 것이다. 360등분이라는 인위적인 분할을 사용한 도($^{\circ}$)를 대신할 더 자연스러운 단위를 정하려는 시도가 여러 가지 있었는데 그 가운데 성공적인 단위가 라디안이었다.

(문제 1-1) 연수네 반 학생들은 이웃돕기 성금마련을 위해 초콜릿 560개, 비스켓 600개를 구입하여 A, B 두 종류의 봉지에 넣어 판매하기로 하였다. 각 봉지에 들어가는 초콜릿과 비스켓의 개수와 각 봉지의 판매 가격은 다음 표와 같다. 총 판매금액을 최대로 하려고 할 때, A 봉지, B 봉지의 개수와 총 판매금액을 구하시오.

봉지	초콜릿	비스켓	판매가격(원)
A	4	8	900
B	7	4	1200

(문제 1-2) 호도법이란 무엇인가 설명하고, 호도법을 이용하여 반지름의 길이가 r, 중심각의 크기가 θ인 부채꼴의 호의 길이 l과 넓이 S를 구하시오. 그리고 넓이가 20cm^2인 부채꼴의 둘레의 길이의 최솟값을 구하고, 이때의 중심각의 크기를 호도법으로 나타내시오.



[그림 1]

[문항해설]

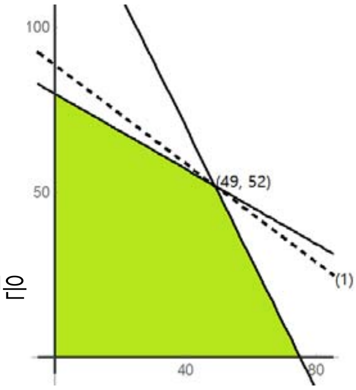
(문제 1-1) 주어진 연립부등식의 영역을 좌표평면으로 나타내고, 원하는 값을 $f(x,y)=k$의 꼴로 나타내어 k의 최댓값을 구한다.

(문제 1-2) 호도법의 개념을 설명하고, 부채꼴의 호의 길이와 넓이의 식을 비례식을 이용하여 구한다. 그리고 부채꼴의 넓이가 일정할 때, 둘레의 길이의 최대가 되는 값을 구한다.

[예시답안]

(문제 1-1)

A 봉지와 B 봉지의 개수를 각각 x, y라고 하면 $x \geqq 0, y \geqq 0$,
초콜릿이 560개 있으므로 $4x+7y \leqq 560$, 비스켓이 600개 있으므로 $8x+4y \leqq 600$를 얻고,
두 방정식 $4x+7y=560$, $8x+4y=600$을 연립으로 풀면 $(x,y)=(49,52)$이고, 위의 네 부등식을 모두 만족하는 영역은 오른쪽 그림의 색칠한 부분과 같다.



A 봉지와 B 봉지의 판매가격이 각각 900원, 1200원이므로 총 판매금액은 $900x+1200y$이다.

$900x+1200y=k$ (k는 상수)로 놓으면 $y=-\dfrac{3}{4}x+\dfrac{k}{1200}$ -----(1)

k의 값은 직선 (1)이 점$(49,52)$를 지날 때 최대이다.
따라서 판매금액을 최대로 하려고 할 때, A 봉지는 49개, B 봉지는 52개,
총 판매금액은 $900\times49+1{,}200\times52=106{,}500$원이다.

(문제 1-2)

(i) 반지름의 길이와 호의 길이가 같은 부채꼴의 중심각의 크기는 반지름의 길이에 관계없이 일정하다. 이와 같이 반지름의 길이와 호의 길이가 같은 부채꼴의 중심각의 크기를 1라디안이라 하고, 라디안을 단위로 각의 크기를 나타내는 방법을 호도법이라고 한다.

(ii) 반지름이 r인 원과 오른쪽 부채꼴에서 비례식을 세우면

$$2\pi r : l = 2\pi : \theta \;\Rightarrow\; l = r\theta$$

$$\pi r^2 : S = 2\pi : \theta \Rightarrow S = \frac{r^2\theta}{2} = \frac{rl}{2}$$

(iii) 넓이가 20인 부채꼴은

$$20 = S = \frac{rl}{2} \;\Rightarrow\; l = \frac{40}{r}$$

부채꼴의 둘레 $L = 2r + l = 2r + \dfrac{40}{r} \geqq 2\sqrt{(2r)(\dfrac{40}{r})} = 2\sqrt{80} = 8\sqrt{5}$ 이므로

부채꼴의 둘레의 최솟값은 $L=8\sqrt{5}$ 이다.

이 때, $l = 8\sqrt{5}-2r$ 이므로

$$20 = S = \frac{1}{2}r(8\sqrt{5}-2r) = 4\sqrt{5}-r^2 \;\Rightarrow r^2 - 4\sqrt{5}r + 20 = (r-2\sqrt{5})^2 = 0$$

따라서 $r=2\sqrt{5}, l=4\sqrt{5}$ 일 때 부채꼴의 둘레는 최솟값 $L=8\sqrt{5}$ 을 갖고

이 때, 중심각 θ는 $\theta=\dfrac{l}{r}=2$ 라디안이다.

(iii) **(두번째 방법)** 넓이가 20인 부채꼴은

$$20=S=\frac{rl}{2} \Rightarrow l=\frac{40}{r}$$

부채꼴의 둘레 $L=2r+l=2r+\dfrac{40}{r}$의 최솟값을 구한다.

이를 위해 $L'=2-\dfrac{40}{r^2}=\dfrac{2(r^2-20)}{r^2}=0$에서 $r^2=20$,

즉, $r=\pm\sqrt{20}=\pm 2\sqrt{5}$이고, 반지름 r은 양수이므로 $r=2\sqrt{5}$ 를 얻는다.

오른쪽 표로부터 L은 $r=2\sqrt{5}$에서 최솟값

$L=2(2\sqrt{5})+\dfrac{40}{2\sqrt{5}}=4\sqrt{5}+4\sqrt{5}=8\sqrt{5}$

r		$2\sqrt{5}$	
L'	−		+
L	↘		↗

을 얻고, 이 때 중심각은 $\theta=\dfrac{2S}{r^2}=\dfrac{40}{20}=2$라디안이다.

【문제 2】 아래 제시문을 읽고 문제에 답하시오.(30점)

(가) 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t에서의 속도가 $v(t)$이고, 시각 $t=a$에서의 위치 $f(a)$를 알 때, 시각 $t=b$에서의 위치 $f(b)$는

$$f(b)=f(a)+\int_a^b v(t)dt$$

이다. 이때, 속도 $v(t)$가 양수이면 점 P는 수직선의 양의 방향으로 움직이고, $v(t)$가 음수이면 점 P는 수직선의 음의 방향으로 움직인다.

(나) 두 함수 $f(x)$, $g(x)$가 모두 구간 $[a, b]$에서 연속일 때, 두 곡선 $y=f(x)$, $y=g(x)$ 및 두 직선 $x=a$, $x=b$로 둘러싸인 도형의 넓이 S는

$$S=\int_a^b |f(x)-g(x)|\,dx$$

이다.

(문제 2-1) 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t에서의 속도 $v(t)$가

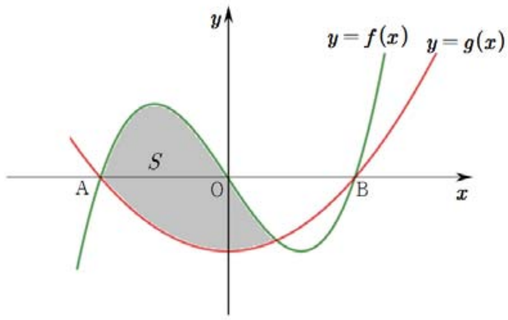
$$v(t)=t^2\sin(\pi t)$$

일 때, 점 P가 시각 $t=0$에서 $t=2$까지 움직인 거리를 구하시오.

(문제 2-2) 좌표평면 위의 두 점 $\mathrm{A}(-3\sqrt{3}, 0)$, $\mathrm{B}(3\sqrt{3}, 0)$과 원점 O에 대하여 삼차함수 $y=f(x)$와 이차함수 $y=g(x)$가 다음 조건을 만족한다.

(가) 삼차함수 $y=f(x)$의 그래프는 세 점 A, B, O를 지나고, 극댓값은 3이다.
(나) 이차함수 $y=g(x)$의 그래프는 두 점 A, B를 지나고, 극솟값은 -3이다.

$f(x)$와 $g(x)$의 식을 각각 구하고, [그림 2]의 어두운 영역 S의 넓이를 구하시오.



[그림 2]

[문항해설]

(문제 2-1) 속도 함수가 삼각함수와 다항함수의 곱으로 주어졌을 때, 점의 움직인 거리를 구한다

(문제 2-2) 조건에 맞는 두 곡선의 식을 찾고, 그 사이의 넓이를 구한다.

[예시답안]

(문제 2-1) 점 P의 시각 t에서의 속도 $v(t)$가 $v(t)=t^2\sin(\pi t)$일 때, 점 P가 시각 $t=0$에서 $t=2$까지 움직인 거리는 $S=\int_0^2 |v(t)|dt$이다.

속도함수 $v(t)$의 부호는 구간 [0,1]에서 $v(t) \geqq 0$, 구간 [1,2]에서 $v(t) \leqq 0$

따라서 $S=\int_0^2 |v(t)|dt=\int_0^1 v(t)dt-\int_1^2 v(t)dt$ 이다.

$$\int_0^1 t^2\sin\pi t\,dt=\left[-\frac{t^2}{\pi}\cos\pi t\right]_0^1-\frac{-2}{\pi}\int_0^1 t\cos\pi t\,dt$$

$$=\frac{1}{\pi}+\frac{2}{\pi}\left\{\left[-\frac{\mathrm{t}}{\pi}\sin\pi t\right]_0^1-\frac{1}{\pi}\int_0^1 \sin\pi t\,dt\right\}$$

$$=\frac{1}{\pi}+\frac{2}{\pi}\left\{0+\frac{1}{\pi}\left[\frac{1}{\pi}\cos\pi t\right]_0^1\right\}$$

$$=\frac{1}{\pi}+\frac{2}{\pi}\left\{\frac{1}{\pi}\left(-\frac{1}{\pi}-\frac{1}{\pi}\right)\right\}\} =\frac{1}{\pi}+\frac{-4}{\pi^3}=\frac{\pi^2-4}{\pi^3}$$

$$\int_1^2 t^2\sin\pi t\,dt=\left[-\frac{t^2}{\pi}\cos\pi t\right]_1^2-\frac{-2}{\pi}\int_1^2 t\cos\pi t\,dt$$

$$=-\frac{4}{\pi}-\frac{1}{\pi}+\frac{2}{\pi}\left\{\left[\frac{\mathrm{t}}{\pi}\sin\pi t\right]_1^2-\frac{1}{\pi}\int_1^2 \sin\pi t\,dt\right\}$$

$$=-\frac{5}{\pi}+\frac{2}{\pi}\left\{0+\frac{1}{\pi}\left[\frac{1}{\pi}\cos\pi t\right]_1^2\right\}$$

$$=-\frac{5}{\pi}+\frac{2}{\pi^3}(1-(-1))=\frac{-5\pi^2+4}{\pi^3}$$

$$S=\int_0^2 |v(t)|dt=\frac{\pi^2-4}{\pi^3}-\left(\frac{-5\pi^2+4}{\pi^3}\right)=\frac{6\pi^2-8}{\pi^3}$$

(문제 2-2)

$y=f(x)$의 그래프는 세 점 $\mathrm{A, B, O}$를 지나므로

$f(x) = \alpha x(x+3\sqrt{3})(x-3\sqrt{3}) = \alpha(x^3-27x)$라 놓는다.

$\Rightarrow f'(x) = \alpha(3x^2-27) = 0$에서 근 $x = \pm 3$을 얻는다.

$f(x)$의 극댓값은 3이므로 $3 = f(-3) = \alpha(-27+27\times 3) = 54\alpha$에서

$\alpha = \dfrac{3}{54} = \dfrac{1}{18}$를 얻는다.

$y = g(x)$의 그래프는 두 점 A, B를 지나고 $x=0$에서 극솟값 -3을 가지므로

$g(x) = \beta(x+3\sqrt{3})(x-3\sqrt{3}) = \beta(x^2-27)$, $g(0) = \beta(-27) = -3 \Rightarrow \beta = \dfrac{1}{9}$

정리하면 $f(x) = \dfrac{1}{18}(x^3-27x)$, $\quad g(x) = \dfrac{1}{9}(x^2-27)$

교점을 구하기 위해 $f(x) = g(x) \Rightarrow x^3-27x = 2x^2-54 \Rightarrow (x^2-27)(x-2) = 0$

따라서 남은 한 교점의 x값은 2이고, 두 곡선 사이의 넓이는

$$S = \int_{-3\sqrt{3}}^{2} f(x)-g(x)\,dx = \int_{-3\sqrt{3}}^{2} \frac{1}{18}(x^3-27x) - \frac{x^2-27}{9}\,dx$$

$$= \cdots = \frac{2819}{216} + 6\sqrt{3}$$

2019학년도 일반논술 전형 의예과(물리)

==

【문제 1】 아래의 제시문을 읽고 다음 질문에 답하시오.(30점)

(가) 운동하는 물체의 질량(m)과 속도(v)에 비례하는 물리량을 운동량(p)이라 하고, 물체의 질량(m)과 속도(v)의 곱 ($p=mv$)으로 나타낸다. 여러 물체 사이에 생기는 다양한 상호작용 (탄성충돌, 비탄성충돌 등)이 발생해도 알짜힘이 0일 때, 운동량의 합은 항상 보존이 되며 이것을 운동량 보존 법칙이라고 한다. 이때 물체가 받은 충격량은 물체의 운동량의 변화량과 같다.

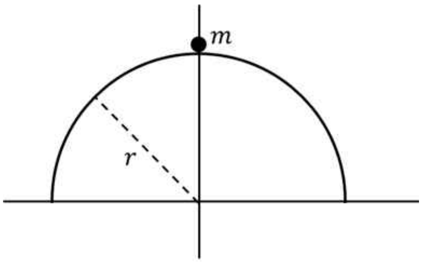
(나) 물체에 일을 하면 물체는 운동을 하거나 위치가 바뀐다. 물체가 운동함으로써 운동 에너지를 가지며, 물체의 위치가 달라짐으로써 퍼텐셜 에너지가 달라진다. 역학적 에너지는 운동 에너지와 퍼텐셜 에너지의 합으로 정의된다. 운동 에너지와 퍼텐셜 에너지는 운동하는 동안 서로 전환된다. 그러나 그 합, 즉 역학적 에너지는 늘 일정하다. 이것을 역학적 에너지 보존 법칙이라고 한다.

(다) 물체가 원운동을 할 때 원의 중심방향으로 구심 가속도가 생긴다. 원운동 하는 물체에서 구심 가속도가 생기게 하는 힘을 구심력이라고 한다. 뉴턴의 운동 제2법칙에 따르면, 가속도는 물체에 가해지는 힘과 같은 방향으로 작용한다. 따라서 구심력의 방향은 구심 가속도의 방향과 같고, 구심력의 크기 F 는 뉴턴의 운동 제2법칙에 따라 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$F=m\frac{v^2}{r}$, m 은 원운동 하는 물체의 질량, r 은 원운동의 반지름, v 는 속도

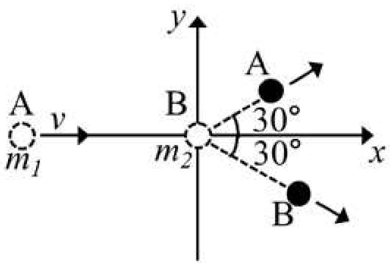
※ 아래 문제에서 중력가속도는 g 이고, 공기의 저항은 무시한다.

(문제 1-1) <그림 1>과 같이 질량이 m인 물체가 중력에 의해 반지름이 r인 균일한 반구의 꼭대기에 정지되어 있다가 움직이기 시작하고 반구를 따라 내려오다가 어느 순간 반구를 이탈하게 된다. 물체가 이탈하는 순간부터 땅에 떨어질 때 까지 걸린 시간을 구하여라. (단, 반구는 고정되어있고 두 물체 사이의 마찰력은 존재하지 않는다. 또한 질량 m인 물체는 회전하지 않으며 크기는 무시한다.)

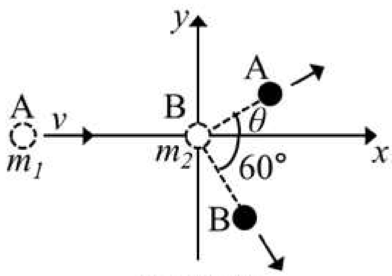


<그림 1>

(문제 1-2) <그림 2>와 <그림 3>은 마찰이 없는 xy평면에서 일정한 속력 v로 $+x$방향으로 운동하던 질량 m_1인 물체 A가 원점에 정지해 있던 질량 m_2인 물체 B와 탄성 충돌한 것을 나타낸 것이다. <그림 2>에서는 충돌 후 A, B가 x축과 각각 30°의 각을 이루며 운동하였고, <그림 3>에서는 충돌 후 A, B가 x축과 각각 $\theta, 60^\circ$의 각을 이루며 운동하였다면 충돌 후 물체 A의 운동량의 크기를 m_1과 충돌 전 속도 v로 표현하라. (단, 물체의 크기는 무시한다.)



<그림 2>



<그림 3>

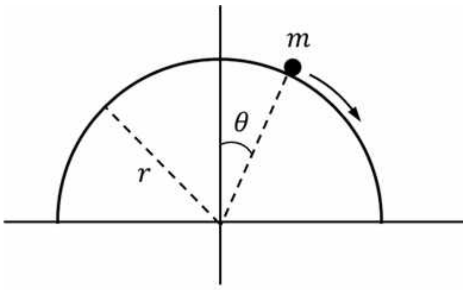
[문항해설]

1-1. 원 운동하는 물체에 대해 구심력의 역할을 누가 하는지, 중력장 내에서 등가속도 운동에 관한 식을 적용할 수 있는지를 묻는 문제임.

1-2. 운동량 보존 법칙을 성분별로 적용시키는 부분과 에너지 보존 법칙을 이용하는 문제임. 운동량 보존 법칙과 에너지 보존 법칙에 의해 도출된 식을 정확하게 연립하여 계산할 수 있는지를 묻는 문제임.

[예시답안]

(문제 1-1) (15점)



질량 m에 작용하는 중력의 반구 중심방향의 크기는 다음과 같다. $F_g = mgcos\theta$

회전운동을 위해 필요한 구심력은 질량 m의 속도를 v라고 할 때 다음과 같다. $F_c = \frac{mv^2}{r}$

이때 질량 m의 속도 v는 다음과 같이 역학적 에너지 보존 법칙으로 구할 수 있다.

$$mgr = \frac{1}{2}mv^2 + mgrcos\theta, \quad v^2 = 2gr(1-\cos\theta)$$

따라서

$$F_c = \frac{mv^2}{r} = 2mg(1-\cos\theta)$$

결국 물체가 탈출하는 순간은

$F_g = mgcos\theta = F_c = 2mg(1-\cos\theta)$ 일 때 이다.

따라서 이때 $mgcos\theta = 2mg(1-\cos\theta)$, $3mgcos\theta = 2mg$ 이고

$\cos\theta = \frac{2}{3}$이고 높이는 $r \cdot \cos\theta = \frac{2}{3}r$. 이다.

이렇게 이탈할 때 속도 $v = \sqrt{\frac{2}{3}gr}$ 가 되고,

그중에서 y 방향 속도 $v_y = -v \cdot \sin\theta = -\sqrt{\frac{2}{3}gr} \cdot \frac{\sqrt{5}}{3} = -\frac{1}{3}\sqrt{\frac{10}{3}gr}$ 가 된다.

물체가 이탈할 때 높이 $h = r \cdot \cos\theta = \frac{2}{3}r$ 가 된다.

따라서 시간 t와 물체의 높이 y의 방정식은 $y = \frac{2}{3}r - \frac{1}{3}\sqrt{\frac{10}{3}rg}\,t - \frac{1}{2}gt^2$ 이 되고 $y=0$ 인 시간 t는 근의 공식을 이용하여 풀면 아래와 같다.

$$t = \frac{-\sqrt{\frac{10}{3}rg} + \sqrt{\frac{46}{3}rg}}{3g} = \frac{\sqrt{r}(\sqrt{46}-\sqrt{10})}{3\sqrt{3g}} = (\frac{\sqrt{46}-\sqrt{10}}{3\sqrt{3}})\sqrt{\frac{r}{g}}$$

(문제 1-2) (15점)

〈그림 2〉에서 충돌 후 A, B의 속력을 각각 v_A, v_B라 하고 운동량 보존을 적용하면, x 성분 : $m_1 v = \frac{\sqrt{3}}{2}(m_1 v_A + m_2 v_B)$, y 성분 : $m_1 v_A = m_2 v_B$ 이므로 $v_A = \frac{1}{\sqrt{3}}v$ 이다.

운동 에너지 보존 법칙을 적용하면, $\frac{1}{2}m_1 v^2 = \frac{1}{2}m_1 v_A^2 + \frac{1}{2}m_2 v_B^2$ 에서 $v_B = \frac{2}{\sqrt{3}}v$ 이므로 $m_1 = 2m_2$ 이다.

〈그림 3〉에서 충돌 전 A의 운동량의 크기를 $m_1 v = p_0$, 충돌 후 A, B 의 운동량의 크기를 각각 p_A, p_B 라 하자. 운동량 보존을 적용하면 x 성분 : $p_0 = p_A\cos\theta + \frac{1}{2}p_B$, y 성분 : $p_A\sin\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}p_B$ 이다.

위식을 변형하면 $p_A\cos\theta = p_0 - \frac{1}{2}p_B$ 와 $p_A\sin\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}p_B$ 를 구할 수 있고, 두 식을 제곱해서 더하면 $p_A^2 = p_0^2 - p_0 p_B + p_B^2$ 이 된다.

또한 운동 에너지 보존을 적용하면 $\frac{p_0^2}{2m_1} = \frac{p_A^2}{2m_1} + \frac{p_B^2}{2m_2}$ 에서 $m_1 = 2m_2$ 이므로 $p_0^2 = p_A^2 + 2p_B^2$ 이다.

따라서 $p_0^2 = p_0^2 - p_0 p_B + p_B^2 + 2p_B^2$ 이고, 정리하면 $0 = -p_0 p_B + 3p_B^2 = 3p_B - p_0$ 이므로 $p_B = \frac{1}{3}p_0$ 이다.

충돌 후 A의 운동량의 x 성분은 $p_A\cos\theta = p_0 - \frac{1}{6}p_0 = \frac{5}{6}p_0$ 이고, y 성분은 $p_A\sin\theta = \frac{\sqrt{3}}{6}p_0$ 이다.

충돌 후 A의 운동량의 크기 $p_A = \frac{\sqrt{7}}{3}p_0 = \frac{\sqrt{7}}{3}m_1 v$

【문제 2】 아래 제시문을 읽고 문제에 답하시오.(10점)

(가) 슈뢰딩거는 1차원에서 질량 m인 입자가 퍼텐셜 에너지 V를 가질 때, 이 입자의 물질파가 만족시키는 방정식을 다음과 같이 제시하였다. 이 방정식은 양자 역학의 발전에 매우 중요한 기여를 하였다.

$$i\hbar\frac{\partial\Psi}{\partial t}=-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2\Psi}{\partial x^2}+V\Psi$$

이 방정식을 시간에 의존하는 슈뢰딩거 방정식이라고 하며 Ψ를 파동 함수라고 한다. 퍼텐셜 에너지 V가 시간에 무관한 경우 슈뢰딩거 방정식은 다음과 같은 해를 가진다.

$$\Psi(x,t)=\Psi(x)e^{-iEt/\hbar}$$

이때 E는 입자가 가진 에너지이다. 이 해를 슈뢰딩거 방정식에 대입하면 다음과 같은 슈뢰딩거 방정식을 얻을 수 있다.

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2\Psi}{\partial x^2}+V\Psi=E\Psi$$

이 방정식을 시간에 의존하지 않는 슈뢰딩거 방정식이라고 한다.

(나) 길이가 L인 1차원 상자에 질량 m인 입자가 있을 때 이 입자가 만족하는 슈뢰딩거 방정식을 생각해보자. 상자 속의 입자는 상자 외부에서는 존재할 수 없으므로 상자 외부의 퍼텐셜 에너지는 무한대로 놓을 수 있다. 슈뢰딩거 방정식을 풀면 입자의 에너지는 다음과 같이 연속적인 값이 아니라 띄엄띄엄 떨어진 값만 가능하다.

$$E_n=\frac{n^2h^2}{8mL^2}\qquad (n=1,2,3,......)$$

(다) 입자가 특정 에너지 상태에 있을 때 에너지를 얻거나 잃으면 다른 상태로 이동할 수 있다. 이때 두 상태의 에너지 차이와 똑같은 크기의 에너지를 흡수하거나 방출해야만 한다. 예를 들어 1차원 상자에 갇힌 전자가 빛을 흡수 또는 방출하여 에너지 E_m 상태에서 에너지 E_n 상태로 이동한다고 하자. 이때 흡수하거나 방출한 빛의 진동수를 f라고 하면 다음의 관계를 만족해야 한다.

$$E_n-E_m=hf$$

※ 아래 문제에서 플랑크상수는 $h=6.63\times10^{-34}J\cdot s$이고 전자의 질량은 $m_e=9.1\times10^{-31}kg$이고 빛의 속도는 $c=3.0\times10^8m/s$ 이다.

(문제 2-1) 길이가 L이고 상자 외부의 퍼텐셜 에너지가 무한대인 1차원 상자에 갇힌 전자가 $n=2$에서 $n=1$인 상태로 이동할 때 방출하는 빛의 파장이 $1.1\mu m$라면 상자의 길이 L을 구하시오.

(문제 2-2) (문제 2-1)의 상자에 갇힌 전자가 $n=3$에서 $n=1$인 상태로 이동할 때 방출하는 빛의 파장은 얼마인가?

[문항해설]

2-1. 슈뢰딩거 방정식의 해인 입자의 에너지 식에 주어진 조건을 대입해서 계산하는 문제임. 슈뢰딩거 방정식을 이해하는 지 묻는 문제임.

2-2. 1차원 상자에 갇힌 전자의 전이에 따라 방출될 수 있는 빛의 파장을 이해하는 지 묻는 문제임.

[예시답안]

(문제 2-1) (5점)

$$\Delta E = E_2 - E_1 = \frac{3h^2}{8m_e L^2}$$

$$\lambda = \frac{hc}{\Delta E}$$

$$L^2 = \frac{3h\lambda}{8m_e c} = 1.00179 \times 10^{-18} \approx 1.0 \times 10^{-18}$$

$$L \approx 1.0 \times 10^{-9} = 1.0\,nm$$

(문제 2-2) (5점)

$$\Delta E_{3\to1} = E_3 - E_1 = \frac{8h^2}{8m_e L^2}$$

$$\Delta E_{2\to1} = E_2 - E_1 = \frac{3h^2}{8m_e L^2}$$

$$\frac{\Delta E_{3\to1}}{\Delta E_{2\to1}} = \frac{8}{3}\ ,\ \frac{\lambda_{3\to1}}{\lambda_{2\to1}} = \frac{\Delta E_{2\to1}}{\Delta E_{3\to1}} = \frac{3}{8}, \lambda_{3\to1} = \frac{3}{8}\lambda_{2\to1} = \frac{3}{8}nm$$

2019학년도 일반논술전형 의예과(화학)

==

【문제 2】 아래의 제시문을 읽고 다음 질문에 답하시오.(20점)

(가) 대부분의 주요한 원소들은 네온이나 아르곤처럼 바깥 전자껍질에 8개의 전자를 가지면서 안정해지려고 한다. 이렇게 원소들이 전자를 잃거나 얻어서 비활성 기체와 같이 가장 바깥 전자껍질에 8개의 전자를 가짐으로써 안정해지려는 화학 결합의 원리를 옥텟 규칙이라 한다.

(나) 공유 결합을 형성하는 원자들은 중심 원자와 180°, 120°, 109.5°등 일정한 각을 이룬다. 이러한 결합각은 전자쌍 사이의 반발로 쉽게 설명할 수 있다. 이 원리는 1940년에 영국 화학자 시지윅(Sidgwick, N. V.)에 의해서 제안된 것으로, 한 분자 내에서 중심 원자를 둘러싸고 있는 전자쌍끼리는 서로의 정전기적 반발력이 작용하여 가능하면 멀리 떨어져 있으려고 한다는 이론이다. 이 이론을 전자쌍 반발 원리라고 한다.

(다) 결합이나 분자의 극성을 나타낼 때에는 쌍극자 모멘트라는 양을 사용한다. 공유 결합 분자 내에서 전기 음성도가 큰 원자는 부분적인 (−)전하(δ^-)를 띠고, 상대적으로 전기 음성도가 작은 원자는 부분적인 (+)전하(δ^+)를 띠는데, 이처럼 일정한 거리에 떨어져 부분적인 전하를 띠는 것을 쌍극자라고 한다. 일반적으로 극성 분자에서 극성의 크기는 쌍극자 모멘트(μ)로 나타내며, 이는 두 원자가 가진 전하량(q)과 두 전하 사이의 거리(r)를 곱한 벡터량을 의미한다. 극성 분자들이 서로 끄는 힘을 쌍극자−쌍극자 힘이라고 한다.

(라) 무거운 원자핵과 가벼운 전자가 움직이는 속도가 서로 다르기 때문에 순간적으로 전자가 분자의 한쪽으로 치우침이 일어나서 일시적인 쌍극자가 만들어질 수 있다. 쌍극자가 만들어지는 현상을 편극이라 하는데 일시적인 편극에 의해 만들어진 쌍극자는 가까이에 있는 다른 분자에 영향을 주어 약한 유도 쌍극자를 만들어 낼 수 있다. 이러한 경우에 분자 사이에 작용하는 힘을 분산력이라고 한다.

(마) N, O, F처럼 원자의 크기가 작지만 전기 음성도가 큰 원소들이 수소와 공유 결합하면서 분자 내에 (−)부분 전하(δ^-)와 (+)부분 전하(δ^+)가 생겨 이들 분자 사이에 생기는 강한 분자 간 인력을 수소결합이라 한다.

(바) 원자 내의 전자들은 핵에 의해 끌어 당겨지고 있으므로, 중성 원자에서 전자를 떼어내려면 외부에서 에너지를 가해 주어야 한다. 기체 상태의 원자 1몰로부터 전자 1몰을 떼어 내는 데 필요한 에너지를 이온화 에너지라고 하며, 기체 상태의 중성 원자(M)에 대한 이온화 에너지는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$M(g) + E \rightarrow M^+(g) + e^- \quad (E\text{: 이온화 에너지})$$

다음 표는 어떤 원소 M의 순차적인 이온화 에너지를 나타낸 것이다. (여기서 M은 임의의 원소 기호이다.)

	E_1	E_2	E_3	E_4
순차적 이온화 에너지 (kJ/mol)	580	1815	2740	11600

(문제 1-1) 15족 원소 A와 16족 원소 B로 조성된 분자 HAB_2가 극성 분자인지 무극성 분자인지 추론하시오. (여기서 A와 B는 임의의 원소 기호이다.)

(문제 1-2) 아래 화합물들을 분자 간에 작용하는 힘이 큰 순서로 나열하고, 그 이유를 추론하시오.

$CH_3OCH_2CH_3$ $CH_3CH_2CH_2OH$ $CH_3CH(CH_3)CH_3$ $CH_3CH_2CH_2CH_3$

(문제 1-3) 제시문 (바)의 고체 원소 M을 5 g 취하여 과량의 액체 브로민 (Br_2)과 반응시킬 때 얻어지는 고체 생성물의 질량을 추론하시오. (여기서 원소 M의 화학식량은 25이고, 브로민 (Br_2)의 화학식량은 160으로 가정한다.)

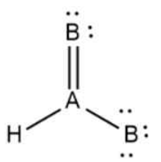
[문항해설]

(문제 1-1) 루이스 구조를 통한 공유 결합의 성질, 쌍극자 모멘트와 관련된 결합의 극성 및 전자쌍 반발 이론을 통한 분자의 구조에 대한 이해도를 평가한다.
(문제 1-2) 분자 간 상호 작용 및 분자 간 상호 작용의 크기에 대한 이해도를 평가한다.
(문제 1-3) 이온화 에너지, 화학 반응을 화학 반응식으로 표현하기 및 화학 반응식에서 반응물과 생성물의 양적 관계에 대한 이해도를 평가한다.

[예시답안]

(문제 1-1)
아래 예시와 같은 분자 모양 제시 (아래 예시 외에 옥텟 규칙 및 전자쌍 반발 이론에 맞는 분자 구조 점수 부여).
예시:

A
B BH



H
A
B B

분자의 쌍극자 모멘트가 0이 아님. 따라서 극성 분자임.

(문제 1-2)
$CH_3CH_2CH_2OH$는 분자간 수소 결합 형성.
$CH_3OCH_2CH_3$는 극성분자로 분자간의 힘은 쌍극자-쌍극자임.
$CH_3CH_2CH_2CH_3$는 $CH_3CH(CH_3)CH_3$에 비하여 표면적이 더 넓어서 분산력이 더 큼.
분자간의 힘의 크기순은 $CH_3CH_2CH_2OH$ 〉 $CH_3OCH_2CH_3$ 〉 $CH_3CH_2CH_2CH_3$ 〉 $CH_3CH(CH_3)CH_3$

(문제 1-3)
M은 3가 양이온(M^{3+})을 생성 함.
원소 M과 Br_2의 반응식: $2M(s) + 3Br_2(l) \rightarrow 2MBr_3(s)$
MBr_3의 생성 질량 계산:
사용한 M의 몰수 = 5/25 = 0.2 몰
MBr_3의 생성 몰수 = 사용한 M의 몰수 = 0.2 몰
MBr_3의 화학식량은 265, MBr_3의 생성 질량 = 0.2 x 265 = 53 g

【문제 2】 아래 제시문을 읽고 문제에 답하시오.(20점)

(가) 반응 물질과 생성 물질의 농도가 변하지 않고 일정하게 유지되는 상태를 화학 평형 상태라고 한다. 화학 평형에서는 반응 물질이 생성 물질로 변화하는 정반응의 속도와 생성 물질이 반응 물질로 변화하는 역반응의 속도가 같은데 이러한 상태를 동적 평형이라 한다. 1884년 프랑스의 르샤트리에(Le Chatelier, H. L.)가 발표한 르샤트리에 원리에 따르면, 외부 변화에 의해서 계의 평형이 깨지면 그 변화를 감소시키는 방향으로 평형이 이동하여 새로운 평형에 도달한다.

(나) 산과 염기를 반응시키면 산의 음이온과 염기의 양이온이 만나 염을 생성하고, H^+과 OH^-이 만나 물을 만드는데 이 반응을 중화 반응이라고 한다. 중화 반응을 완결시키려면 산과 염기의 농도가 같아야 하는 것이 아니라 H^+과 OH^-의 몰수가 같아야 한다. 산 한 분자가 내놓는 H^+의 개수를 n, 염기 한 분자가 내놓는 OH^-의 개수를 n'이라고 하면, 몰 농도가 M인 산 V mL와 완전히 중화 반응을 하는 농도 M'인 염기 V' mL 사이에는 다음과 같은 관계식이 항상 성립된다.

$$nMV = n'M'V'$$

이 관계식을 이용하여 실제 실험으로 농도를 모르는 산이나 염기의 농도를 결정하는 방법을 중화 적정이라 한다. 중화 적정에 사용된 산이나 염기의 부피에 따라 용액의 pH 변화를 나타낸 것을 중화적정 곡선이라 한다.

(다) 수용액 중에 산이나 염기를 가해도 pH가 크게 변하지 않는 성질을 보이는 용액을 완충 용액이라 한다.

(라) H^+를 주고받아 산과 염기로 되는 한 쌍의 물질을 짝산−짝염기라고 한다. 약산은 수용액에서 일부만 이온화되고 짝염기와 평형을 이룬다. 이 때 K_a를 HA의 이온화 상수라고 한다.

$$HA(aq) + H_2O(l) \rightleftarrows A^-(aq) + H_3O^+(aq)$$

$$K_a = \frac{[A^-][H_3O^+]}{[HA]}$$

(마) 물에 녹였을 때 이온이 되는 물질을 전해질이라 하고, 그렇지 않은 물질을 비전해질이라 한다. 전해질을 물에 녹였을 때, 이온화되는 전해질의 몰수의 비율을 이온화도라고 한다. 이온화도가 큰 물질을 강전해질, 이온화도가 작은 물질을 약전해질이라고 부른다.

$$\text{이온화도}(a) = \frac{\text{이온화된 전해질의 몰수}}{\text{용해된 전해질의 전체 몰수}}$$

(바) 약산이나 약염기 수용액에 공통이온이 존재하게 되면 그 산이나 염기의 이온화도는 감소하게 되는데, 이를 공통 이온 효과라고 한다.

(사) 몰농도는 용액 1 L 속에 녹아 있는 용질의 몰수로, 단위는 M 또는 mol/L를 사용한다.

$$\text{몰 농도(M)} = \frac{\text{용질의 몰수(mol)}}{\text{용액의 부피(L)}}$$

(문제 2-1) 0.1 M HCl 수용액 10 mL를 0.1 M NH_3 (K_b = 1.8 x 10^{-5}) 수용액으로 적정할 때의 중화 적정 곡선을 중화점 및 완충 용액으로 작용할 수 있는 영역을 포함하여 제시하고, 완충 용액으로 작용할 수 있는 영역에서 산 및 염기에 대한 완충 효과를 나타내는 이유를 설명하시오.

(문제 2-2) 60 mg의 약한 산 HA가 녹아 있는 수용액 100 mL와 0.05 M HCl 수용액을 사용하여 제시문 (바)를 증명하시오. (여기서 HA의 화학식량은 60, K_a = 4.0 x 10^{-6}이고 HCl의 이온화도는 1로 가정한다.)

[문항해설]

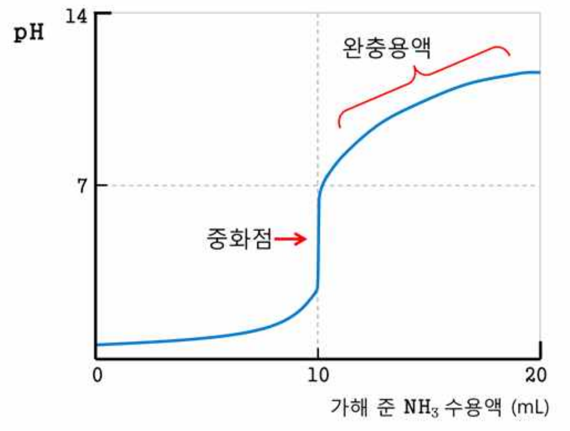
(문제 2-1) 산-염기 중화 반응에서의 양적 관계 및 공통 이온 효과에 의해 만들어진 용액의 특성에 대한 이해도를 평가한다.

(문제 2-2) 공통 이온 효과에 의해 만들어진 용액의 이온화도에 대한 이해도를 평가한다.

[예시답안]

(문제 2-1)
중화 적정 곡선 제시:
x축: 가해준 NH_3수용액 (mL)
y축: pH 혹은 $[OH^-]$
중화점과 완충 용액 영역 표시

중화 적정 곡선 예시:



NH_3와 NH_4Cl이 같이 녹아 있는 용액에서는 약염기인 NH_3와 그 짝산인 NH_4^+이 평형을 이루며 존재한다. 이 용액에 산(H^+)을 가하면 NH_3와 반응해서 NH_4^+을, 염기(OH^-)를 가하면 NH_4^+와 반응하여 NH_3를 만든다. 어느 경우에나 르샤틀리에 원리에 따라 가해준 산이나 염기의 작용이 억제되어 용액의 pH는 유지된다.

(문제 2-2)
HA만 존재할 때의 이온화도:

	HA	$\leftrightarrows$	H^+	+	A^-
초기 상태	0.01		0		0
변화량	−x		+x		+x
평형상태	0.01−x		x		x

$K_a = \frac{x^2}{0.01-x} = \frac{x^2}{0.01} = 4.0 \times 10^{-6}$, $x = 2 \times 10^{-4}$

이온화도(α) = $\frac{2\times10^{-4}}{0.01} = 2 \times 10^{-2}$

0.05 M HCl 수용액 100 mL를 사용한 경우:
(0.05 M HCl 수용액의 부피는 임의로 취할 수 있으며, 각 경우에 있어서 HA와 HCl의 농도 변화를 고려하여 평형농도를 계산할 수 있음)

용액의 부피는 2배로 증가하며, HA와 0.05 M HCl 수용액의 농도는 2배로 묽어짐.

	HA	$\leftrightarrows$	H^+	+	A^-
초기 상태	0.005		0.025		0
변화량	−x		+x		+x
평형상태	0.005−x		0.025+x		x

$K_a = \frac{(0.025+x)x}{0.005-x} = \frac{0.025x}{0.005} = 4.0 \times 10^{-6}$, $x = 8 \times 10^{-7}$

이온화도(α) = $\frac{8\times10^{-7}}{0.005} = 1.6 \times 10^{-4}$

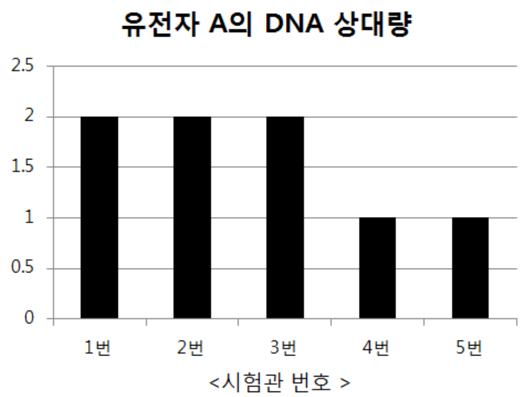
2019학년도 일반논술전형 의예과(생명과학)

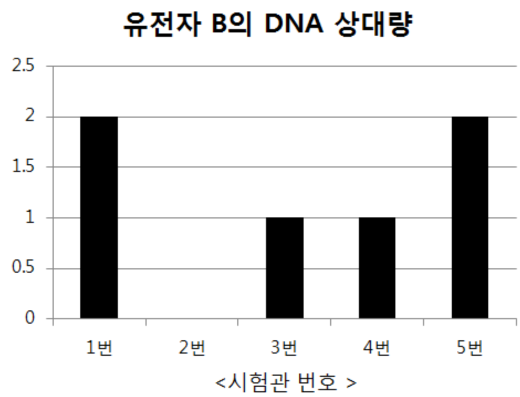
==

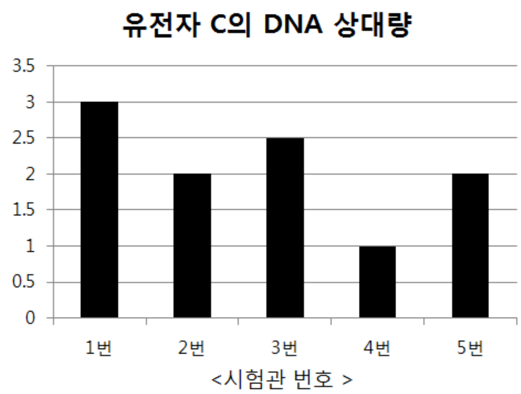
【문제 1】 아래의 제시문을 읽고 다음 질문에 답하시오.(40점)

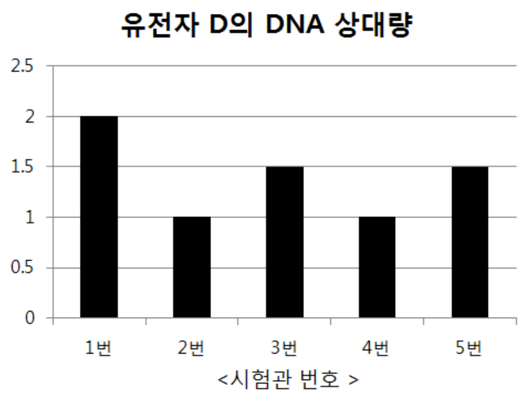
(가) DNA는 세포의 핵 속에 존재하며, DNA의 특정한 부위는 세포가 필요한 단백질을 만드는데 필요한 정보를 포함하고 있다. DNA의 이 특정한 부위를 유전자라고 하며, 유전자는 생물의 형질을 만들어 내는 역할을 한다. DNA는 히스톤 단백질을 휘감아 뉴클레오솜을 형성하고 뉴클레오솜은 핵 안에 실처럼 풀어져 있는데, 이것을 염색사라고 한다. 한편, DNA를 갖고 있는 염색사는 매우 길고 복잡하여 세포가 분열하기 시작하면 응축하면서 점차 굵어져 막대 모양의 염색체가 된다.

(나) 어떤 사람의 몸에서 여러 종류의 세포들을 얻었다. 이 세포들을 분석하기 위해 여러 개의 작은 시험관에 세포들을 넣었는데, 각 시험관마다 두 개의 세포들이 들어갔다. 그 중 다섯 개의 시험관 1번~5번에서 각각 유전자 A, B, C, D의 DNA 상대량을 측정하여 아래와 같은 그래프를 얻었다. 유전자 A, B, C, D는 서로 다른 곳에 위치하는 유전자이고, 이 사람에게서 염색체 수 이상이나 결실은 발견되지 않았으며, 분석에 사용한 세포들은 분열이 완료된 직후의 세포들이다. (단, 유전자의 DNA 상대량은 0이 아닌 가장 작은 값을 기준값 1로 하여 계산한 값이고, 동일 유전자 1개당 DNA 양은 같으며, 유전자의 개수는 정수로 나타낸다.)









(문제 1-1) 제시문 (나)의 실험 결과를 잘 설명할 수 있도록 염색체들과 각 유전자들의 위치를 그림으로 그리고 설명하시오.

(문제 1-2) 시험관 1번~5번에 들어간 2개의 세포들의 A, B, C, D 유전자의 개수를 각각 분석해서 표로 나타내시오.

[문항해설]

문제 1-1은 체세포와 생식세포에서 염색체 수와 DNA 양이 바뀌는 것을 이해하고 있는 지를 묻는 질문이고, 유전자 중복 사항을 넣어서 학생들이 염색체 구조 돌연변이를 이해하고 있는지 물었음

문제 1-2는 염색체와 유전자 수의 개념을 정확히 이해하고 응용할 수 있는지를 평가하는 문제로 제시문 (나)에 나온 내용을 제대로 해석하고 분석해야함

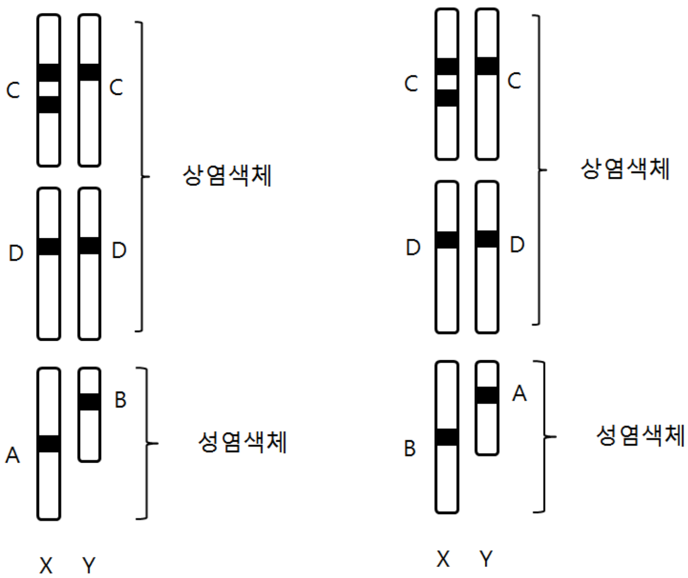
[예시답안]

[1-1]

문항 해설에 나와 있는 것처럼 유추과정을 논술하고, 아래와 같은 답을 작성한다.

A, B 유전자는 성염색체에 있으며 X, Y에 위치하는 것이 2가지 경우가 가능하다.

C, D 유전자는 상염색체에 있으며 C유전자는 한곳에 중복되어 있다.



[1–2]

유전자의 수를 정리해서 아래와 같이 표로 나타낸다.

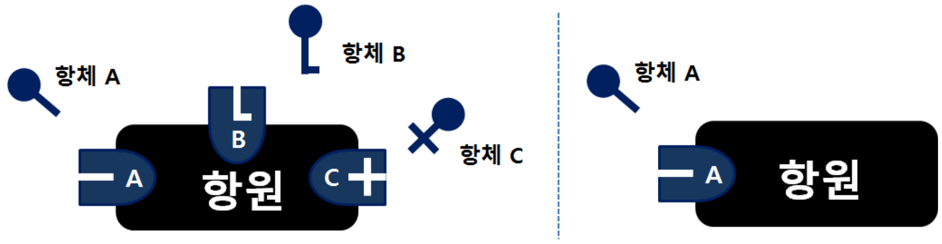
순서는 바뀌어도 문제가 없다.

	세포 1				세포 1			
	A	B	C	D	A	B	C	D
#1	1	1	3	2	1	1	3	2
#2	1	0	2	1	1	0	2	1
#3	1	1	3	2	1	0	2	1
#4	1	0	1	1	0	1	1	1
#5	1	1	3	2	0	1	1	1

【문제 2】 아래 제시문을 읽고 문제에 답하시오.(20점)

(가) 항체는 여러 개의 폴리펩타이드로 구성된 큰 단백질이다. 하나의 항원에는 항원의 특성을 결정짓는 여러 부위가 있다. 이 때문에 항원을 쥐에 주사하여 얻은 혈청에는 여러 종류의 항체가 혼합되어 있다. 여러 종류의 항체 중 한 종류의 항체만을 생산하기 위해서 하나의 클론으로부터 얻은 항체를 단일 클론 항체라고 한다. 단일 클론 항체는 특정 항원을 인식하는 특이성이 매우 높아 병의 진단과 치료에 많이 이용되고 있다.

(나) 아래 그림과 같이 가상의 유전자에 의해서 만들어지는 단백질 항원이 있다고 하자. 이 항원은 여러 종류가 있으며, 단일 클론 항체 A, B, C 중 적어도 한 종류 이상의 항체가 결합할 수 있는 부분을 가지고 있다. <그림 1>은 이 항원에 항체 A, 항체 B, 항체 C가 결합할 수 있는 부분을 모두 표시한 것이다. <그림 2>처럼 단일클론 항체 A와 결합하지만 항체 B, 항체 C와 결합하지 않는 항원을 Ⓐ항원이라고 하자. 각 개체가 가지는 표현형을 표시할 때 개체가 가지고 있는 항원에 따라서 항체 A와 결합하면 Ⓐ라고 표시하고 항체 A와 결합하지 못하면 그냥 A라고 하자. 따라서 어떤 개체가 가지는 항원들에 항체 A만이 결합하면, 개체의 표현형은 ⒶBC로 표시하고, 개체의 항원들에 항체 A와 항체 C가 결합하면 개체의 표현형은 ⒶBⒸ가 된다. (단, 각 개체는 한 쌍의 항원 유전자를 가지고 있다.)



<그림 1> <그림 2>

<그림 1>은 한 항원에 항체 A, 항체 B, 항체 C가 결합할 수 있는 부분을 모두 표시한 것이고, <그림 2>는 항체 A와 결합하지만, 항체 B, 항체 C와 결합하지 못하는 Ⓐ항원의 그림이다.

(다) 다양한 표현형을 가지는 개체들 간의 교배를 통해서 아래와 같은 자손들의 표현형 결과를 얻었다. (단, 아래의 교배 에는 각각 한 개체가 사용되었다.)

- ⒶBC 개체와 ⒶBC 개체 교배 결과 -> 모두 ⒶBC
- ABⒸ 개체와 ABⒸ 개체 교배 결과 -> 모두 ABⒸ
- ⒶBC 개체와 AⒷⒸ 개체 교배 결과 -> ⒶⒷⒸ : ⒶBⒸ = 1 : 1
- ⒶⒷⒸ 개체와 AⒷⒸ 개체 교배 결과 -> ⒶⒷⒸ : ⒶBⒸ : AⒷⒸ = 1 : 1 : 2
- ⒶBⒸ 개체와 ⒶBⒸ 개체 교배 결과 -> ⒶBC : ⒶBⒸ : ABⒸ = 1 : 2 : 1
- AⒷⒸ 개체와 AⒷⒸ 개체 교배 결과 -> AⒷⒸ : ABⒸ = 3 : 1

(문제 2-1) 단일 클론 항체를 얻기 위해서 쥐에 병원체인 항원을 주입하였다. 이후 단일 클론 항체를 얻을 때까지의 과정에 대해, 이 과정에 관여하는 세포들을 중심으로 논술하시오.
(문제 2-2) 제시문 (나)와 (다)의 결과를 바탕으로 <u>1) ⒶⒷⒸ개체와 ⒶⒷⒸ개체를 교배할 때, 2) AⒷⒸ개체와 ⒶBⒸ개체를 교배할 때</u> 나올 수 있는 자손의 표현형 비를 각각 설명하시오. (단, 자손은 표현형 비를 구할 수 있을 만큼 충분히 많이 나온다고 가정하자.)

[문항해설]

문제 2-1은 단일 클론 항체를 생산하기 위한 전 과정을 이해하고 있는 지 묻는 질문으로 항체 형성과정과 단일 클론 항체 형성 과정을 모두 이해하고 있어야 설명할 수 있다.

문제 2-2는 제시문 (다)의 결과를 유전형으로 표현할 수 있으면, 표현형의 유전형을 유추하면 해결할 수 있는 문제이다.

[예시답안]

[2-1]

대식세포(혹은 백혈구)가 항원을 분해해서 보조 T림프구에 전달하여 보조 T림프구를 활성화시키고, 보조 T림프구는 B 림프구를 활성화 시켜서 항체를 만들게 한다. 그 후에 B 림프구와 암세포(종양세포, 골수암 세포)의 융합을 통해서 B림프구의 수명을 연장시켜서 한 종류의 잡종세포에서 항체를 얻는다.

[2-2]

위 교배결과를 분석하면 다음과 같은 사실을 알 수 있다.

ⒶBC, ABⒸ는 순종으로 각각 A 항체와 C 항체와 반응한다.

이들의 유전형을 각각 A와 C라 하자.

반면에 B항체에 반응하는 것은 ⒶⒷC, AⒷC의 표현형은 없고, 늘 AⒷⒸ의 표현형에서 더 나누어지지 않기 때문에 이것을 편의상 $\frac{B}{C}$라고 하자(다른 임의의 방식으로 BC 혹은 D 등으로 표현해도 가능함).

즉 $\frac{B}{C}$는 B 항체와 C 항체에 동시에 반응한다.

ⒶBC 개체와 ⒶBC 개체 교배 결과 : 모두 ⒶBC

AA + AA —〉 AA

ABⒸ 개체와 ABⒸ 개체 교배 결과 : 모두 ABⒸ

CC + CC —〉 CC

ⒶBC 개체와 AⒷⒸ 개체 교배 결과 : ⒶⒷⒸ : ⒶBⒸ = 1 : 1

AA + $\frac{B}{C}$C —〉 A$\frac{B}{C}$: AC = 1 : 1

ⒶⒷⒸ 개체와 AⒷⒸ 개체 교배 결과 : ⒶⒷⒸ : ⒶBⒸ : AⒷⒸ = 1 : 1 : 2

A$\frac{B}{C}$ + $\frac{B}{C}$C —〉 A$\frac{B}{C}$, AC, $\frac{B}{C}\frac{B}{C}$, $\frac{B}{C}$C

ⒶBⒸ 개체와 ⒶBⒸ 개체 교배 결과 : ⒶBC : ⒶBⒸ : ABⒸ = 1 : 2 : 1

AC + AC —〉 AA, AC, AC, CC

AⒷⒸ 개체와 AⒷⒸ 개체 교배 결과 : AⒷⒸ : ABⒸ = 3 : 1

$\frac{B}{C}$C + $\frac{B}{C}$C —〉 $\frac{B}{C}\frac{B}{C}$, $\frac{B}{C}$C, $\frac{B}{C}$C, CC

따라서 문제에 있는

1) ⒶⒷⒸ개체와 ⒶⒷⒸ개체와의 교배는

A$\frac{B}{C}$ + A$\frac{B}{C}$ —〉 AA, A$\frac{B}{C}$, A$\frac{B}{C}$, $\frac{B}{C}\frac{B}{C}$ 이기 때문에

ⒶBC : ⒶⒷⒸ : AⒷⒸ = 1 : 2 : 1로 나타남

2) AⒷⒸ개체와 ⒶBⒸ개체와의 교배

두가지 경우가 가능함

$\frac{B}{C}\frac{B}{C}$+ AC —〉 A$\frac{B}{C}$: $\frac{B}{C}$C = 1 : 1

ⒶⒷⒸ : AⒷⒸ = 1 : 1 **혹은**

$\frac{B}{C}$C+ AC —〉 A$\frac{B}{C}$: $\frac{B}{C}$C : AC : CC = 1 : 1 : 1 : 1

ⒶⒷⒸ : AⒷⒸ : ⒶBⒸ : ABⒸ = 1 : 1 : 1 : 1