

2017학년도 수시모집 논술시험 의예과(수학)

출제의도 및 제시문 분석

【문제 1】 아래의 제시문을 읽고 다음 질문에 답하시오. (60점)

(가) 두 집합 X, Y 가 주어졌을 때, 집합 X 의 원소에 집합 Y 의 원소를 짝지어 주는 것을 집합 X 에서 Y 로의 대응이라고 한다. 또, 집합 X 의 원소 x 에 집합 Y 의 원소 y 가 짝지어지면 x 에 y 가 대응한다고 한다.

(나) 함수 $y=f(x)$ 에서 x 의 값이 a 에서 b 까지 변할 때의 평균변화율은 $\frac{f(b)-f(a)}{b-a}$ 이다.

(다) 함수 $f(x)$ 가 어떤 구간에 속하는 임의의 두 수 x_1, x_2 에 대하여 $x_1 < x_2$ 일 때, $f(x_1) < f(x_2)$ 가 성립하면 $f(x)$ 는 이 구간에서 증가한다고 한다.

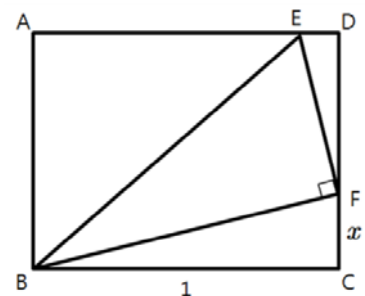
(문제 1-1) 함수란 무엇인가 그 뜻을 쓰시오. 그리고 도함수의 정의를 쓰고 이를 이용하여 로그함수 $y = \ln x$ ($x > 0$)의 도함수를 구하시오. (10점)

(문제 1-2) 함수 $y=f(x)$ 가 $x=a$ 에서 미분가능하면 $f(x)$ 는 $x=a$ 에서 연속임을 보이시오. 그리고 함수 $g(x) = |x|$ 에 대하여 $x=0$ 에서의 연속성과 미분가능성을 조사하시오.(10점)

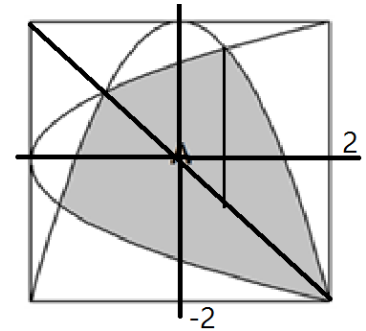
(문제 1-3) 함수 $f(x)$ 가 열린 구간 (a, b) 에서 미분가능할 때, 구간 (a, b) 의 모든 x 에 대하여 $f'(x) > 0$ 이면 함수 $f(x)$ 는 열린 구간 (a, b) 에서 증가함을 보이시오.(5점)

(문제 1-4) $x > 0$ 일 때, $\ln(1+x) > x - \frac{2}{3}x^2$ 이 성립함을 보이시오.(5점)

(문제 1-5) 밑변과 높이의 비 $\frac{\overline{BF}}{\overline{EF}}$ 의 값이 2인 직각삼각형 EBF가 오른쪽 그림과 같이 선분 BC의 길이가 1인 직사각형 ABCD에 둘러싸여 있다.(점 E는 선분 AD에, 점 F는 선분 CD에 속한다) 선분 CF의 길이를 x 라 할 때 직각삼각형 EBF와 직사각형 ABCD의 넓이의 비 $(\frac{\triangle EBF}{\square ABCD})$ 를 x 에 관한 함수로 나타내고, 그 함수의 최솟값과 최댓값을 구하시오.(15점)



(문제 1-6) 한 변의 길이가 4인 정사각형의 내부에 오른쪽 그림과 같이 두 포물선이 그려져 있다. (두 포물선은 각각 정사각형의 좌변과 상변의 중점에 접해있다) 좌표축을 설정하여 두 포물선의 교점의 좌표를 모두 구하고, 영역 A의 넓이를 구하시오. (15점)



1. 출제의도

함수, 도함수, 미분가능, 증가함수 등의 기본개념을 잘 이해하고, 미분적분이론을 증가함수에 관한 증명문제, 최대최소문제와 곡선으로 둘러싸인 영역의 넓이를 구하는 문제 등에 적절히 응용해서 문제를 해결하는 능력을 측정하도록 하였다.

2. 문항분석

(문제1-1) 함수와 도함수의 정의를 쓰고, 로그함수의 도함수를 구하는 문제이다.

(문제1-2) 미분가능성을 이용하여 함수 $f(x)$ 가 $x=a$ 에서 연속임을 보이고, 함수 $g(x)=|x|$ 에 대하여 $x=0$ 에서의 연속성과 미분가능성을 조사하는 문제이다.

(문제1-3) 평균값정리를 이용하여 구간에서 도함수의 부호와 함수의 증감이 연관됨을 보인다.

(문제1-4) 도함수의 성질을 활용하여 부등식이 성립함을 보인다.

(문제1-5) 도함수의 성질을 활용하여 최대최소문제를 해결하는 능력을 측정한다.

(문제1-6) 두 포물선으로 구분지어진 영역의 넓이를 계산한다.