2017학년도 수시모집 논술시험 자연계열
출제의도 및 제시문 분석

[제시문 1]

(가) 두 집합 X, Y가 주어졌을 때, 집합 X의 원소에 집합 Y의 원소를 짝지어 주는 것을 집합 X에서 Y로의 대응이라고 한다. 또, 집합 X의 원소 x에 집합 Y의 원소 y가 짝지어지면 x에 y가 대응한다고 한다.

(나) 함수 $y=f(x)$에서 x의 값이 a에서 b까지 변할 때의 평균변화율은 $\dfrac{f(b)-f(a)}{b-a}$이다.

(다) 함수 $f(x)$가 어떤 구간에서 미분가능하고, 이 구간의 모든 x에 대하여 $f'(x)>0$이면 $f(x)$는 이 구간에서 증가하고, $f'(x)<0$이면 $f(x)$는 이 구간에서 감소한다.

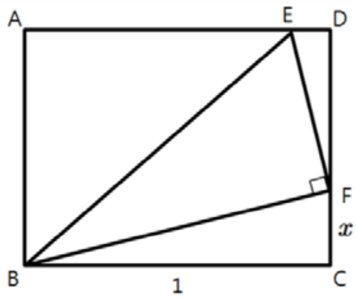
【문제 1】 위 [제시문 1]을 읽고 아래 질문에 답하시오.(60점)

(문제 1-1) 함수란 무엇인가 그 뜻을 쓰시오. 그리고 도함수의 정의를 쓰고 <u>이를 이용하여</u> 함수 $f(x)=x^2-2x$ 의 도함수를 구하시오. (15점)

(문제 1-2) 함수 $y=f(x)$가 $x=a$에서 미분가능하면 $f(x)$는 $x=a$에서 연속임을 보이시오. 그리고 함수 $g(x)=|x|$에 대하여 $x=0$에서의 미분가능성을 조사하시오.(15점)

(문제 1-3) $x>0$일 때, $x>\ln(1+x)$ 이 성립함을 보이시오.(10점)

(문제 1-4) 밑변과 높이의 비 $\dfrac{\overline{\mathrm{BF}}}{\overline{\mathrm{EF}}}$의 값이 2인 직각삼각형 EBF가 오른쪽 그림과 같이 선분 BC의 길이가 1인 직사각형 ABCD에 둘러싸여 있다.(점 E는 선분 AD에, 점 F는 선분 CD에 속한다) 선분 CF의 길이를 x라 할 때 직각삼각형 EBF와 직사각형 ABCD의 넓이의 비($\dfrac{\triangle \mathrm{EBF}}{\square \mathrm{ABCD}}$)를 x에 관한 함수로 나타내고, 그 함수의 최솟값과 최댓값을 구하시오.



【문제1】

1. 출제의도

(문제 1-1) 함수의 뜻을 알고, 또 도함수의 정의를 잘 이해하고 이를 함수에 적용할 수 있는지 측정한다.

(문제 1-2) 미분가능성과 연속성의 관계를 알고 설명할 수 있으며 이를 함수에 적용시킬 수 있는 능력을 측정한다.

(문제 1-3) 도함수의 성질을 잘 이해하고 이를 함수에 적용할 수 있는지 측정한다.

(문제 1-4) 도함수의 성질을 활용하여 최대최소문제를 해결하는 능력을 측정한다

2. 문항분석

(문제 1-1) 함수와 도함수의 정의를 쓰고 다항항수의 도함수를 구하는 문제이다.

(문제 1-2) 미분가능성을 이용하여 함수 $f(x)$가 $x=a$에서 연속임을 보이며, 함수 $g(x)=|x|$에 대하여 $x=0$에서의 미분가능성을 조사한다.

(문제 1-3) 도함수의 성질을 활용하여 부등식이 성립함을 보이는 문제이다.

(문제 1-4) 주어진 조건으로부터 함수식을 세우고 미분을 이용하여 최대최소문제를 해결한다.

[제시문 2]

(가) 평면벡터와 마찬가지로 영벡터가 아닌 두 공간벡터 $\vec{a}$, $\vec{b}$가 이루는 각의 크기가 $\theta(0 \leq \theta \leq \pi)$일 때 $\|\vec{a}\|\|\vec{b}\|\cos\theta$를 $\vec{a}$와 $\vec{b}$의 내적이라 하고, 기호로 $\vec{a} \cdot \vec{b}$와 같이 나타낸다. 이렇게 공간벡터의 내적을 정의하면 좌표공간에서 평면의 방정식과 구의 방정식을 쉽게 구할 수 있다.   (나) 평면 β 밖의 한 점 Q에서 평면 β에 내린 수선의 발 Q'을 점 Q의 평면 β 위로의 정사영이라고 한다. 또 도형 F의 각 점의 평면 β 위로의 정사영으로 이루어진 도형 F'을 도형 F의 평면 β 위로의 정사영이라고 한다.

【문제 2】 좌표공간의 세 점 $A(2,1,1)$, $B(0,3,5)$, $C(0,0,4)$에 대하여, 이 세 점을 지나는 평면 α와 두 점 A,B를 지름의 양 끝점으로 하는 구 S가 있다. 위 [제시문 2]를 참고하여 다음 질문에 풀이 과정과 답을 쓰시오.(40점)

(문제 2-1) 평면 α의 법선벡터 $\vec{n}$을 구하고 이를 이용하여 평면 α의 방정식을 구하시오.

(문제 2-2) 구 S 위의 한 점 $P(x,y,z)$에 대하여 벡터 $\overrightarrow{AP}$와 $\overrightarrow{BP}$의 내적을 구하고, 이를 이용하여 구 S의 방정식을 구하시오.

(문제 2-3) 평면 α와 구 S가 만나서 생기는 단면의 넓이를 구하시오.

(문제2-4) 평면 α와 구 S가 만나서 생기는 단면의 xy평면 위로의 정사영의 넓이를 구하시오.

【문제2】

1. 출제의도

내적의 개념, 정사영, 평면, 구의 정의를 이해하고 활용할 수 있는지를 확인하고자 하는 문제이다.

2. 문항분석

(문제 2-1) 보통 세 점을 지나는 평면의 방정식을 구할 때 세 점으로부터 얻은 연립 1차방정식을 풀어 평면을 나타내는 일차방정식의 계수를 정하지만, 여기서는 법선벡터는 평면 위의 모든 벡터와 수직임을 이용하여 평면의 방정식을 구하는 문제이다.

(문제 2-2) 두 점 A,B를 지름의 양 끝점으로 하는 구는 이미 결정되지만 구 위의 한 점 P를 생각하면 이들 세 점은 한 원 위의 점이므로 각 APB는 원주각이고 $\frac{\pi}{2}$라는 것을 알고 내적을 이용하여 구의 방정식을 구하는 문제이다.

(문제 2-3) 평면 α와 구 S가 세 점을 공유하므로 평면 α와 구 S가 만나고 이 때 생기는 단면은 원인데 방정식을 이용하지 않아도 (문제2-2)에서 구한 구의 방정식에서 원의 반경을 구할하는 문제이다.

(문제 2-4) (문제2-3)의 단면은 평면 α 위에 있고 평면 α가 xy평면과 이루는 각을 (문제2-1)에서 구한 법선벡터를 이용하여 구할 수 있으므로 단면의 정사영의 넓이를 구할 수 있다.