

2012학년도 연세대학교(원주) 논술시험 자연계열 문제지

지원전형		모집단위		수험번호		성명		응시좌석번호		감독확인인	
------	--	------	--	------	--	----	--	--------	--	-------	--

【문제 1】 다음 제시문을 읽고 아래 질문에 답하시오. (35점)

생명표란 어떤 생물학적 종의 출생에서 사망까지의 소멸과정을 나타내는 표이다. 이것은 그 종의 역사와 미래를 예측하는데 중요한 역할을 한다.

$p(x,t)$ 는 출생 후 x 년 동안 산 개체가 그 후 t 년 동안 생존할 확률을 뜻하며, $q(x,t)$ 는 x 년 동안 산 개체가 그 후 t 년 안에 사망할 확률을 뜻한다 ($q(x,t) = 1 - p(x,t)$). 또한 $L(x)$ 는 신생 개체 50,000개 중 x 년까지 살아있는 개체의 수를 나타내고, $E(x)$ 는 출생하여 x 년까지 산 개체가 이후 생존하는 기간(년) 즉 잔여수명을 나타내며 $E(x) = \sum_{t=1}^{\infty} p(x,t)$ (년)으로 정의한다.

[1-1] 다음 표는 어떤 종의 생명표의 일부를 보인 것이다. (단, 주어진 종의 최대 수명은 50년이다.)

x (년)	44	45	46	47	48	49	50
$L(x)$ (개)	1,132	500	347	201	85	17	0

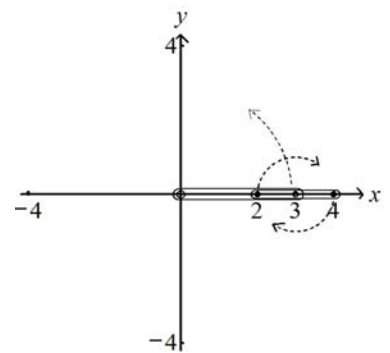
이 표를 이용하여 출생 후 개체가 45년 동안 생존할 확률과, 출생 후 45년을 산 개체가 3년 안에 사망할 확률을 구하시오. (15점)

[1-2] 위의 표와 다르게, 어느 종의 개체수가 $L(x) = 50000 - 1000x$ ($0 \leq x \leq 50$)로 주어졌다고 가정하자. 잔여수명이 $E(x) = 11$ (년)일 때 그 개체의 나이 x 를 추정하시오. (20점)

【문제 2】 다음 제시문을 읽고 아래 질문에 답하시오. (30점)

놀이공원에서 볼 수 있는 오른쪽 <그림 1>과 같은 스크램블러(scrambler)는 회전하는 두 팔로 구성되어 있다. 길이가 3 m인 안쪽 팔은 반시계방향으로 회전한다. 이 경우 각속도가 1 rad/sec 라고 가정하면 안쪽 팔 끝점의 위치는 매개변수방정식 $x = 3\cos t$, $y = 3\sin t$ 로 나타낼 수 있다. 안쪽 팔 끝에서는 한 쪽의 길이가 1 m인 바깥쪽 팔이 시계방향으로 회전한다. 바깥쪽 팔의 회전 속도는 안쪽 팔 회전 속도의 세 배이다. <그림 1>의 바깥쪽 팔의 오른쪽 끝점에 타고 있는 사람의 위치는 매개변수 시간 t 를 사용하여 다음과 같이 표현된다.

$$x(t) = 3\cos t + \cos 3t, \quad y(t) = 3\sin t - \sin 3t$$



<그림 1> 스크램블러

[2-1] 위 제시문의 매개변수방정식을 사용하여, 스크램블러의 안쪽 팔이 한 바퀴 회전하는 동안에 타고 있는 사람의 위치를 나타내는 곡선의 그래프, 즉 움직이는 점 $(x(t), y(t))$ 의 자취를 좌표평면에 그리시오. (10점)

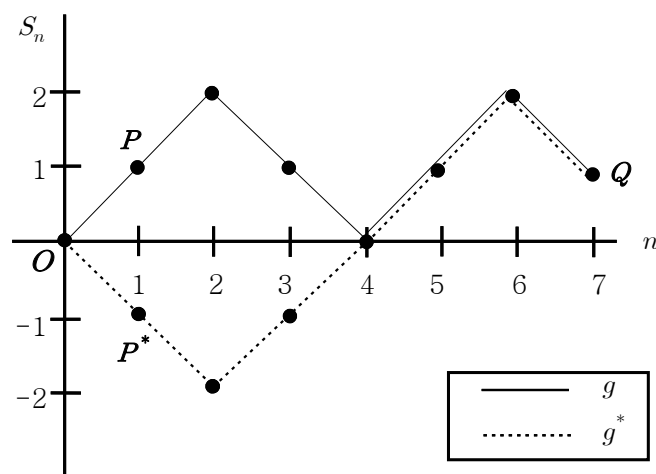
[2-2] 위 제시문의 스크램블러에 타고 있는 사람의 속력을 나타내는 식과 그 값이 0인 시각을 구하시오.

그리고 문제 [2-1]에서 그린 곡선의 길이, 즉 스크램블러의 안쪽 팔이 한 바퀴 회전하는 동안에 타고 있는 사람이 실제로 움직인 거리를 구하시오. (20점) (뒷면에 계속)

2012학년도 연세대학교(원주) 논술시험 자연계열 문제지

【문제 3】 다음 제시문을 읽고 아래 질문에 답하시오. (35점)

동전을 던져서 앞면(H)과 뒷면(T)이 나올 확률을 각각 0.5라 하자. 동전을 7번 던져서 앞면이 나온 수가 뒷면이 나온 수보다 한 번 많았다. n 번 동전을 던져서 앞면이 나온 수에서 뒷면이 나온 수를 뺀 수를 $S_n(n=1, \dots, 7)$ 이라고 하고, 점 (n, S_n) 을 연결한 그래프를 고려하자. 예를 들어 7번 동전을 던진 결과가 {H,H,T,T,H,H,T}인 경우를 $O(0,0) \rightarrow Q(7,1)$ 에 이르는 그래프로 나타내면 <그림 2>의 g 와 같다.



<그림 2> $O(0,0) \rightarrow Q(7,1)$ 에 이르는 그래프의 예

[3-1] 조건부확률 $P(S_6 = 2 | S_7 = 1)$ 을 구하시오. (10점)

[3-2] $Q(7,1)$ 에 이르는 동안 처음부터 계속해서 $S_n > 0$ 이 될 확률을 구하려고 한다. 먼저 $P(1,1) \rightarrow Q(7,1)$, $P^*(1,-1) \rightarrow Q(7,1)$ 에 이르는 가능한 그래프의 수를 각각 구하시오. 그리고 아래 조건 ①과 ②를 이용하여 $O(0,0) \rightarrow Q(7,1)$ 에 이르는 그래프 중에서 한 번도 x 축을 만나지 않는 경우의 수를 구한 후, 앞에서 구한 값들을 이용하여 확률을 구하시오.

(25점)

- ① 처음부터 앞면이 나온 수가 많으려면 그래프는 반드시 점 P 를 통과해야 한다.
- ② x 축을 만나는 어떤 그래프 $g: P \rightarrow Q$ 에 대해서도 그래프 g 가 처음 x 축과 만나는 점까지는 x 축에 대해 대칭이고 이 후는 일치하는 그래프 $g^*: P^* \rightarrow Q$ 가 존재한다. 역으로 어떤 그래프 $g^*: P^* \rightarrow Q$ 는 반드시 x 축을 만나야 하므로, 그래프 g^* 가 처음 x 축과 만나는 점까지는 x 축에 대해 대칭이고 이후는 일치하는 그래프 $g: P \rightarrow Q$ 가 존재한다. 따라서, 그래프 $g: P \rightarrow Q$ 와 $g^*: P^* \rightarrow Q$ 는 일대일 대응이 성립한다. (<그림 2> 참조)