2. 출제의도 및 제시문 설명

수리 또는 과학적인 자료나 모델에 대하여, 첫째 기본적인 정보를 이해하는 능력, 둘째 주어진 정보를 분석하는 능력, 셋째 논리적인 추론을 통하여 주어진 문제를 해결하는 종합적인 능력을 측정할 수 있도록 하였다. 또한 문제에 따라서 논리적인 분석과 추론을 통하여 여러 가지 형태의 답안이 가능하도록 하였다.

고등학교 수학 I, II(미적분학 포함) 교과과정에 들어있는 기본적인 개념과 원리를 알아보았다. 특히,

【문제 1】

변화율(미분)의 개념을 이용하여 입체공간에서의 최적화 문제에 대처하는 능력을 측정하였다.

【문제 2】

주어진 표를 분석하고 논리적으로 추론하는 계산과정((순)보험료)의 능력을 측정하였다.

【문제 3】

확률과 통계 영역 중 가장 중요한 부분을 차지하는 정규분포와 표본평균의 분포에 관한 기본 원리와 개념을 이해하고 이를 응용하여 실제 경우에 적용할 수 있는지를 측정하였다.

3. 평가기준 및 예시답안

【문제 1】

【1-1】

부피의 시간에 대한 변화율이 일정함을 이용하여 (가)와 (나)를 구할 수 있다.

【1-2】

반구모양의 가스의 부피는 $V_1 = \frac{2}{3}\pi r^3$ 이므로 부피의 반지름에 대한 변화율은

$\frac{dV_1}{dr} = 2\pi r^2$ 이다. 따라서 이 식을 이용하면 문제해결이 가능하다.

【1-3】

반지름 r인 반구에 내접하는 최대 원기둥의 부피를 알아보면, 원기둥의 반지름이 $\frac{\sqrt{6}}{3}r$이고 높이가 $\frac{\sqrt{3}}{3}r$일 때 원기둥의 부피가 최대임을 알 수 있다.(논리적인 설명 필요

함, 설명이 틀리거나 없으면 감점.) 따라서 이 내용을 이용하여 문제해결이 가능하다.

【문제 2】

【2-1】

일시불 투자금액을 X 라고 하자. 그러면

$X \times (1+0.03)^5 =$ 1,000,000 원이 성립한다. 따라서 이 식을 이용하면 X를 구할 수 있다.

【2-2】

방법 ① : 연납 투자금액을 P 라고 하자. 그러면

$P \times \{(1+0.03)^5+(1+0.03)^4+(1+0.03)^3+(1+0.03)^2+(1+0.03)\} =$ 1,000,000원 이므로, 이 식을 이용하면 P를 구할 수 있다.

방법 ② :

$$P \times \left\{1+\frac{1}{(1+0.03)}+\frac{1}{(1+0.03)^2}+\frac{1}{(1+0.03)^3}+\frac{1}{(1+0.03)^4}\right\} = 863{,}000$$ 원이므로,

이 식을 이용하면 P를 구할 수 있다.

【2-3】 보험금 지불시점에 따라서 다양한 답이 나올 수 있다.

방법 ① :

(지출) 보험금 연말에 지급

1차년도 : $1{,}000{,}000 \times 250 \times \frac{1}{(1+0.03)}$

2차년도 : $1{,}000{,}000 \times 250 \times \frac{1}{(1+0.03)^2}$

3차년도 : $1{,}000{,}000 \times 300 \times \frac{1}{(1+0.03)^3}$

(수입) 연납 순보험료를 P 라고 하자.

1차년도 : $P \times 6{,}000 \times 1.000 = 6{,}000 \times P$

2차년도 : $P \times 5{,}750 \times 0.971 = 5{,}583 \times P$

3차년도 : $P \times 5{,}500 \times 0.942 = 5{,}181 \times P$

따라서, 어떠한 이윤도 없으므로, (지출총액) = (수입총액)을 이용하면 P를 구할 수 있다.

방법 ② :

(지출) 보험금 연 중앙에 지급

1차년도 : $1{,}000{,}000 \times 250 \times \dfrac{1}{(1+0.03)^{1/2}}$

2차년도 : $1{,}000{,}000 \times 250 \times \dfrac{1}{(1+0.03)^{3/2}}$

3차년도 : $1{,}000{,}000 \times 300 \times \dfrac{1}{(1+0.03)^{5/2}}$

(수입) 연납 순보험료를 P 라고 하자.

1차년도 : $\mathrm{P} \times 6{,}000 \times 1.000 = 6{,}000 \times \mathrm{P}$

2차년도 : $\mathrm{P} \times 5{,}750 \times 0.971 = 5{,}583 \times \mathrm{P}$

3차년도 : $\mathrm{P} \times 5{,}500 \times 0.942 = 5{,}181 \times \mathrm{P}$

따라서, 어떠한 이윤도 없으므로, (지출총액) = (수입총액)을 이용하면 P를 구할 수 있다.

방법 ③ : 보험금 지불시점에 따라서 다른 답안이 가능함.

【문제 3】

【3-1】

실제로 생산 기계가 정상적으로 작동하고 있다면 $\overline{X}$는 정규분포 $N(50, \frac{10^2}{4} = 5^2)$을 따르게 된다. 이를 이용하여 기계가 정상적으로 작동하고 있다고 올바르게 판단하게 될 확률을 정규분포 확률변수의 표준화를 통해 제안된 두 가지 안에 대해 각각 구할 수 있다.

【3-2】

실제로 생산 기계가 비정상적으로 작동하고 있다면 $\overline{X}$는 정규분포 $N(37.5, \frac{10^2}{4} = 5^2)$을 따르거나(확률=0.7), 정규분포 $N(62.5, \frac{10^2}{4} = 5^2)$을 따르게 된다(확률=0.3). 이를 이용하여 기계가 비정상적으로 작동하고 있다고 올바르게 판단하게 될 확률을 정규분포 확률변수의 표준화를 통해 제안된 두 가지 안에 대해 각각 구할 수 있다.

【3-3】

【3-1】의 결과로부터, 실제로 기계가 정상적으로 작동하고 있을 때 기계가 정상적으로 작동하고 있다고 올바르게 판단하게 될 확률은 두 안이 같은 값을 갖는다. 그리고, 【3-2】의 결과로부터, 실제로 기계가 비정상적으로 작동하고 있을 때 각 안이 기계가 비정상적으로 작동하고 있다고 올바르게 판단하게 될 확률의 크기는 A안 $>$ B안 임을 알 수 있다. 따라서, A안 을 채택하는 것이 좋다고 생각된다.