한양대학교

답안지 (자연계)

답안지 바코드

지원학과	
성　　명	
수험번호	
생년월일 (예:980301)	

수험생 유의사항
1. 답안지는 검정색 펜(볼펜, 연필, 샤프)으로 작성하십시오. (빨강색이나 파랑색 사용금지)
2. 답안지를 수정할 경우 지우개(연필, 샤프 사용 시)를 사용하거나 두 줄을 긋고(볼펜 사용 시) 그 위에 재 작성하십시오.
3. 답안과 관련 없는 표현이나 표시를 한 답안지는 "0"점 처리 됩니다.
4. 본 고사는 답안지 1장 이내에 답안을 작성하여야 합니다. 답안지 교체는 가능하지만 기존 답안지 제출은 불가합니다.

문제 1번 (반드시 해당문제와 일치하여야 함)

1. $y^2-2y-4x+13=0$을 정리하면 $(y-1)^2=4(x-3)$이다
이는 포물선인 $y^2=4x$를 x축 방향으로 3, y축 방향으로 1만큼 평행이동 시킨 포물선의 방정식이다.
여기서 $y^2=4x$에 두 개의 접선을 그을 수 있고 두 접선이 수직으로 만나는 점을 $P(\alpha,\beta)$라 하자.
그러면 $(\alpha+3,\ \beta+1)=(a,b)$이다.
P를 지나는 임의의 직선을 $y=m(x-\alpha)+\beta$라 하자.
이 직선과 $y^2=4x$를 연립하여 정리하면
$m^2x^2+2(m\beta-m^2\alpha-2)x+(\beta-m\alpha)^2=0$ 이다.
이 직선이 $y^2=4x$에 접할때 위 이차방정식이 중근을가지므로
판별식 $D/4=(m\beta-m^2\alpha-2)^2-m^2(\beta-m\alpha)^2=0$ 이다
정리하면 $m\beta-m^2\alpha-2=\pm(m\beta-m^2\alpha)$이고
$m\beta-m^2\alpha-2=m\beta-m^2\alpha$ 는 불능이므로
$m\beta-m^2\alpha-2=-m\beta+m^2\alpha$ 이다.
따라서 $2m^2\alpha-2m\beta+2=0$ 이고, 두 접선이 수직으로 만나야 하므로 m의 두근이 곱이 -1이다.
따라서 $\frac{2}{2\alpha}=-1$, $\alpha=-1$ 이다. β는 모든 실수이다.
그러므로 $a=\alpha+3=2$ 이고, $b=\beta+1$ 이므로 모든 실수이다.
$\therefore (a,b)\in\{(a,b)\mid a=2,\ b\in R\}$ (단, R은 실수)

2. $(-2,5)$를 지나는 직선을 $y=m(x+2)+5$라 하자.
이 직선과 $x^2+\frac{y^2}{9}=1$을 연립하여 정리하면
$$x^2+\frac{\{m(x+2)+5\}^2}{9}=1$$
$$x^2+\frac{1}{9}\{m^2x^2+2m(2m+5)x+(2m+5)^2\}-1=0$$
$$\left(1+\frac{m^2}{9}\right)x^2+\frac{2}{9}m(2m+5)x+\left\{\frac{1}{9}(2m+5)^2-1\right\}=0 \text{ 이다.}$$
직선이 $x^2+\frac{y^2}{9}=1$에 접할때 위 식이 중근을 가지므로
$$D/4=\left\{\frac{1}{9}m(2m+5)\right\}^2-\left(1+\frac{m^2}{9}\right)\left\{\frac{1}{9}(2m+5)^2-1\right\}=0 \text{ 이다.}$$
정리하면 $3m^2+4sm+(s^2-9)=0$ 이고 이때 두 근을 $m_1, m_2\ (m_1>m_2)$ 라고 하고, $m_1=\tan\alpha$, $m_2=\tan\beta$라하자.
이때 $m_1+m_2=-\frac{4}{3}s$, $m_1m_2=\frac{1}{3}(s^2-9)$이고,
$m_1-m_2=\sqrt{(m_1+m_2)^2-4m_1m_2}=\sqrt{\frac{16}{9}s^2-\frac{4}{3}(s^2-9)}=\sqrt{\frac{4}{9}s^2+12}$ 이다.
여기서 $\tan\theta=\left|\frac{\tan\alpha-\tan\beta}{1+\tan\alpha\tan\beta}\right|=\left|\frac{m_1-m_2}{1+m_1m_2}\right|$
$$=\left|\frac{\sqrt{\frac{4}{9}s^2+12}}{1+\frac{1}{3}(s^2-9)}\right|=\frac{\sqrt{4s^2+108}}{s^2-6} \text{ 이다. } (\because s>\sqrt{6})$$

3. $x^2-\frac{y^2}{9}=1$ 위의 점 (x_1,y_1)에서의 접선은
$x_1x-\frac{y_1}{9}y=1$ 이다. 즉 $y=\frac{9x_1}{y_1}x-\frac{9}{y_1}$ 이다
이때 이 직선이 $(t,6)$을 지나므로
$6=\frac{9x_1}{y_1}t-\frac{9}{y_1}$이다. 정리하면 $6y_1=9tx_1-9$ 이다.
이식의 양변을 제곱하면 $36y_1^2=(9tx_1-9)^2$이다. (①)
이때, $x_1^2-\frac{y_1^2}{9}=1$을 만족하므로 $y_1^2=9x_1^2-9$ 이다
이를 ①에 대입하여 정리하면
$(t^2-4)x_1^2-2tx_1+5=0$ 이다(②) 이때 접선이 두개이므로 접점도 두 개이다. 즉 x_1의 서로 다른 두 실근이 존재한다
따라서 ②의 판별식이 $D/4>0$을 만족해야 하므로
$D/4=t^2-5(t^2-4)>0$ 이다. 즉 $t^2<5$ 이다.
여기서 $(t,6)$이 $x^2-\frac{y^2}{9}=1$의 두 점근선 $y=\pm3x$에 위치하면 접선이 1개만 나오게 된다. 따라서
$6\neq\pm3t$, 즉 $t\neq\pm2$ 이다.
$\therefore$ 구하고자 하는 t 값은
$-\sqrt{5}<t<-2$, $-2<t<2$, $2<t<\sqrt{5}$에 속하는 모든 실수 이다.

이 줄 아래 답안 작성 시 무효 처리됨

이 줄 위에 답안 작성 시 무효 처리됨

문제 2번 (반드시 해당문제와 일치하여야 함)

[2-1] $\frac{1}{2}(b-a)^2\cos b = \int_a^b (b-x)\cos b\,dx$,

$\frac{1}{2}(b-a)^2\cos a = \int_a^b (b-x)\cos a\,dx$ 로

나타낼 수 있다. 주어진 부등식이 성립함을 보이기 위해 먼저 $(b-x)\cos b$, $\sin b-\sin x$, $(b-x)\cos a$의 대소를 비교해보자.

함수 $y=\sin x$는 $[a,b]$에서 연속이고 (a,b)에서 미분가능하므로 평균값 정리에 의하여

$\frac{\sin b-\sin x}{b-x} = \cos c$ (단, $0\le a<x<c<b\le\pi$)

이때 c에서 함수 $y=\cos x$는 감소함수이므로

$\cos b\le\cos c\le\cos a$ 이다. 따라서

$(b-x)\cos b \le \sin b-\sin x \le (b-x)\cos a$ 이고 정적분의 성질에 의하여 $\int_a^b(b-x)\cos b\,dx \le \int_a^b(\sin b-\sin x)dx \le \int_a^b(b-x)\cos a\,dx$

∴ $\frac{1}{2}(b-a)^2\cos b \le \int_a^b(\sin b-\sin x)dx \le \frac{1}{2}(b-a)^2\cos a$

[2-2]

$a_n = \int_{(n-\frac{1}{2}\pi)}^{(n+\frac{1}{2}\pi)} |e^{-x}\cos x|\,dx$

$= \left|\int_{(n-\frac{1}{2}\pi)}^{(n+\frac{1}{2}\pi)} e^{-x}\cos x\,dx\right|$

$\int e^{-x}\cos x\,dx = -e^{-x}\cos x - \int e^{-x}\sin x\,dx$

$= -e^{-x}\cos x - (-e^{-x}\sin x + \int e^{-x}\cos x\,dx)$

∴ $\int e^{-x}\cos x\,dx = \frac{1}{2}(e^{-x}\sin x - e^{-x}\cos x)$

결국 $a_n = \left|\int_{(n-\frac{1}{2}\pi)}^{(n+\frac{1}{2}\pi)} \frac{1}{2} e^{-x}(\sin x-\cos x)\,dx\right|$

$= \frac{1}{2}\times\left|\left[e^{-x}\sin x - e^{-x}\cos x\right]_{n-\frac{1}{2}\pi}^{n+\frac{1}{2}\pi}\right|$

$= \frac{1}{2}(e^{-n-\frac{1}{2}\pi} + e^{-n+\frac{1}{2}\pi})$ 이므로

a_n은 초항이 $\frac{1}{2}(e^{-\frac{3}{2}\pi}+e^{-\frac{1}{2}\pi})$ 이고

공비가 e^{-1}인 등비수열이다.

∴ $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \frac{1}{2}\times\frac{e^{-\frac{1}{2}\pi}+e^{-\frac{3}{2}\pi}}{1-e^{-1}} = \frac{1}{2}\times\frac{e^{\frac{1}{2}\pi}-e^{-\frac{1}{2}\pi}}{e-1}$

[2-3] $\frac{b_k}{k(k+1)} = a_k$라 하자.

$a_k = b_k\times\left(\frac{1}{k}-\frac{1}{k+1}\right)$ 이므로

$a_1 = \left(\frac{1}{1}+\frac{1}{2}\right)\left(1-\frac{1}{2}\right)$

$a_2 = \left(\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right)\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)$

⋮

$a_k = \left(1+\frac{1}{2}+\cdots+\frac{1}{k+1}\right)\left(\frac{1}{k}-\frac{1}{k+1}\right)$ 이므로

$\sum_{k=1}^{n} a_k = \left(1+\frac{1}{2}\right)+\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)+\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{4}\right)+\cdots+\left(\frac{1}{k}-\frac{1}{k+1}\right)+\left(\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\cdots+\frac{1}{k+1}\right)\left(\frac{1}{k+1}\right)$

∴ $\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n} a_k = 2$

이 줄 아래 답안 작성 시 무효 처리됨

한양대학교

답안지 (자연계)

답안지 바코드

지원학과	
성 명	
수험번호	
생년월일 (예:980301)	

수험생 유의사항

1. 답안지는 검정색 펜(볼펜, 연필, 샤프)으로 작성하십시오. (빨강색이나 파랑색 사용금지)
2. 답안지를 수정할 경우 지우개(연필, 샤프 사용 시)를 사용하거나 두 줄을 긋고(볼펜 사용 시) 그 위에 재 작성하십시오.
3. 답안과 관련 없는 표현이나 표시를 한 답안지는 "0"점 처리 됩니다.
4. 본 고사는 답안지 1장 이내에 답안을 작성하여야 합니다. 답안지 교체는 가능하지만 기존 답안지 제출은 불가합니다.

문제 1번 (반드시 해당문제와 일치하여야 함)

#1. (a,b)를 지나는 직선을 생각하자.

$y=m(x-a)+b$.

이 직선은 $(y-1)^2=4(x-3)$과 접한다.

접점을 (p,q)라 하면

포물선 위에서 $\frac{dy}{dx}(2y-2)=4$ 이므로 기울기는 $\frac{2}{q-1}$이다. 이는 곧 m과 같다.

$$\begin{cases} q=m(p-a)+b \cdots ① \\ (q-1)^2=4(p-3) \cdots ② \\ \frac{2}{q-1}=m \cdots ③ \end{cases}$$

③에서 $q-1=\frac{2}{m}$이고, ②에 대입하면

$\frac{4}{m^2}=4(p-3)$. 즉 $p=\frac{1}{m^2}+3 \cdots ④$

③에서 $q=\frac{2}{m}+1$ 이고, ④와 함께 ①에 대입하면

$\frac{2}{m}+1=m\left(\frac{1}{m^2}+3-a\right)+b$.

$2+m=1+(3-a)m^2+bm$

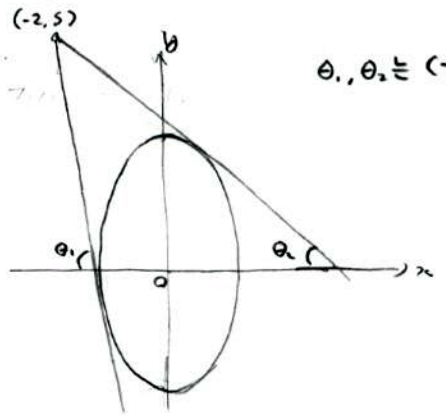
$(3-a)m^2+(b-1)m-1=0$. 이 때, 문제 조건에 의하여

m은 두 개의 실근이 존재하며 두 실근의 곱은 -1이다.

즉, $\frac{-1}{3-a}=-1 \rightarrow \boxed{a=2}$

$\therefore$ $a=2$이기만 하면 (a,b)에서 그은 접선은 항상 수직을 이룬다.

#2.



θ_1, θ_2는 $(-2,5)$를 지나는 접선이 x축과 이루는 각.

$(-2,5)$를 지나는 직선을 $y=m(x+2)+5$라 하자.

$y=mx+2m+5$과 $9x^2+y^2=9$와의 교점은 단 하나이다.

즉, $9x^2+(mx+2m+5)^2-9=0$ 의 근이 하나이다.

$(9+m^2)x^2+2m(2m+5)x+(2m+5)^2-9=0$ 에서, (판별식)$=0$.

$m^2(2m+5)^2-(m^2+9)(4m^2+45m+5^2-9)=0$

$4m^4+4m^3 5+m^2 5^2-\{4m^4+45m^3+(5^2+27)m^2+365m+95^2-81\}=0$

$-27m^2-365m-95^2+81=0$.

$3m^2+45m+5^2-9=0$.

(문제 2)의 그림에서, $\tan\theta=\tan(\theta_1-\theta_2)=\frac{\tan\theta_1-\tan\theta_2}{1+\tan\theta_1\tan\theta_2}$

$3m^2+45m+5^2-9=0$에서, 두 근을 m_1, m_2 $(m_1<m_2)$라 하면

$m_1=-\tan\theta_1$, $m_2=-\tan\theta_2$ 이므로

$\tan\theta=\frac{m_2-m_1}{1+m_1m_2}$.

$m_1+m_2=\frac{45}{3}$, $m_1m_2=\frac{5^2-9}{3}$이므로 $m_2-m_1=\sqrt{\frac{165^2}{9}-4\cdot\frac{(5^2-9)}{3}}$

$=\frac{\sqrt{45^2+108}}{3}$

$\therefore \tan\theta=\boxed{\frac{2\sqrt{5^2+27}}{5^2-6}}$

#3.

$(t,6)$에서 접선을 두 개 긋기 위해서는

① 점근선 위에 존재하지 아니하며

② $(t,6)$이 쌍곡선보다 위에 있어야 한다.

① 점근선은 $y=\pm 3x$ 이므로 $t\neq\pm 2$.

② 쌍곡선에서 $y=6$일 때 $x=\pm\sqrt{5}$ 이므로 $-\sqrt{5}<t<\sqrt{5}$

$\therefore$ $-\sqrt{5}<t<\sqrt{5}$, 단 $t\neq\pm 2$.

문제 2번 (반드시 해당문제와 일치하여야 함)

1. $\frac{1}{2}(b-a)\cos b \le \frac{\int_a^b (\sin b - \sin x)\,dx}{b-a} \le \frac{1}{2}(b-a)\cos a$

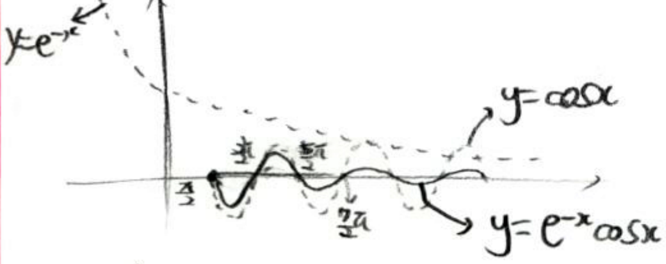
$\int_a^b (\sin b - \sin x)\,dx = (b-a)\sin b + \cos b - \cos a$ 이다.

① $\frac{1}{2}(b-a)\cos b \le \left(\int_a^b \sin b - \sin x\right)\cdot \frac{1}{b-a}$ 를 증명해보자.

$\frac{1}{2}(b-a)^2\cos b = \int$

② $\frac{\int_a^b (\sin b - \sin x)\,dx}{b-a} \le \frac{1}{2}(b-a)\cos a$ 를 증명해보자.

2. $y=e^{-x}\cos x$ 는 $y=e^{-x}$ 와 $y=\cos x$ 의 곱함수 이다.



$\int_{(n+\frac{1}{2})\pi}^{(n+\frac{3}{2})\pi} e^{-x}\cos x\,dx$

$= \int_{(n-\frac{1}{2})\pi}^{(n+\frac{1}{2})\pi} e^{-t-\pi}\cos(t+\pi)\,dt$ (∵ $x=t+\pi$, $\frac{dx}{dt}=1$)

$= \frac{-1}{e^{\pi}}\int_{(n-\frac{1}{2})\pi}^{(n+\frac{1}{2})\pi} e^{-t}\cos t\,dt$ 이므로

∴ $a_{n+1} = \frac{1}{e^{\pi}}a_n$ 이다.

$\int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3}{2}\pi} -e^{-x}\cos x\,dx = \left[-e^{-x}\sin x + e^{-x}\cos x\right]_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3}{2}\pi} + \int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3}{2}\pi} -e^{-x}\cos x\,dx$

$\int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3}{2}\pi} -e^{-x}\cos x\,dx = \frac{1}{2}\left(e^{-\frac{3}{2}\pi}+e^{-\frac{1}{2}\pi}\right)$ 이므로

$a_1 = \int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3}{2}\pi} -e^{-x}\cos x\,dx = \frac{1}{2}\left(e^{-\frac{3}{2}\pi}+e^{-\frac{1}{2}\pi}\right)$ 이다

$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \lim_{n\to\infty} a_1 \times \frac{1-(e^{-\pi})^n}{1-e^{-\pi}} = \frac{e^{-\frac{1}{2}\pi}+e^{\frac{1}{2}\pi}}{2(e^{\pi}-1)}$ 이다.

3. $\sum_{k=1}^{n} \frac{b_k}{k(k+1)} = \sum_{k=1}^{n} b_k\left(\frac{1}{k}-\frac{1}{k+1}\right)$

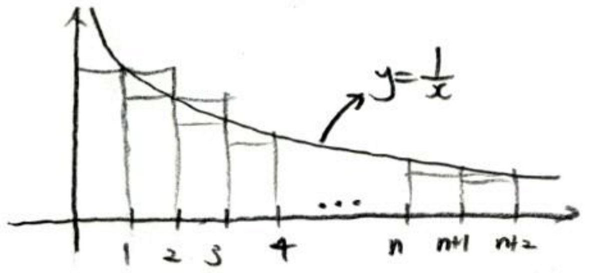
$= b_1\left(1-\frac{1}{2}\right) + b_2\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right) + \cdots + b_n\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}\right)$

$= b_1 + \frac{1}{2}(b_2-b_1) + \frac{1}{3}(b_3-b_2) + \cdots + \frac{1}{n}(b_n-b_{n-1}) - \frac{1}{n+1}\cdot b_n$

$= \frac{3}{2} + \sum_{k=1}^{n-1}\frac{1}{k+1}(b_{k+1}-b_k) - \frac{1}{n+1}\cdot b_n$

$= \frac{3}{2} + \sum_{k=1}^{n-1}\frac{1}{(k+1)(k+2)} - \frac{1}{n+1}\cdot b_n$

$= \frac{3}{2} + \sum_{k=1}^{n-1}\left(\frac{1}{k+1}-\frac{1}{k+2}\right) - \frac{1}{n+1}\cdot b_n = 2 - \frac{1}{n+1} - \frac{1}{n+1}\cdot b_n$



$\int_1^{n+2}\frac{1}{x}\,dx < b_n = 1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{n} < 1+\int_1^{n+1}\frac{1}{x}\,dx$

$\ln(n+2) < b_n < 1+\ln(n+1)$ 이므로

$\lim_{n\to\infty} 2-\frac{1}{n+1}-\frac{1}{n+1}\cdot\{1+\ln(n+1)\} \le \lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}\frac{b_k}{k(k+1)} < \lim_{n\to\infty} 2-\frac{1}{n+1}-\frac{1}{n+1}\{\ln(n+2)\}$

∴ $\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}\frac{b_k}{k(k+1)} = 2$

한양대학교

답안지 (자연계)

답안지 바코드

지원학과	
성 명	
수험번호	
생년월일 (예:980301)	

수 험 생 유 의 사 항

1. 답안지는 검정색 펜(볼펜, 연필, 샤프)으로 작성하십시오. (빨강색이나 파랑색 사용금지)
2. 답안지를 수정할 경우 지우개(연필, 샤프 사용 시)를 사용하거나 두 줄을 긋고(볼펜 사용 시) 그 위에 재 작성하십시오.
3. 답안과 관련 없는 표현이나 표시를 한 답안지는 "0"점 처리 됩니다.
4. 본 고사는 답안지 1장 이내에 답안을 작성하여야 합니다. 답안지 교체는 가능하지만 기존 답안지 제출은 불가합니다.

문제 1번 (반드시 해당문제와 일치하여야 함)

1. 점 (a,b)를 지나는 직선은 어떤 실수 n에 대해 $x=n(y-b)+a$ 또는 $y=b$ 라고 할 수 있다. 이 직선이 포물선에 접한다고 하자.

i) $x=n(y-b)+a$ 일 때. 직선과 포물선을 연립하면

$y^2-2y-4n(y-b)-4a+13=0$.

$y^2-2(2n+1)y+(4nb-4a+13)=0$에서 이 y에 대한 방정식이 중근을 가져야 하므로

$D/4=(2n+1)^2-(4nb-4a+13)=4n^2-4(b-1)n+4a-12=0$

$n^2-(b-1)n+(a-3)=0$. 두 개의 접선을 그릴 수 있다고 했으므로 이 n에 대한 방정식은 두 근 n_1, n_2를 가진다. 한편 직선 $x=n(y-b)+a$의 기울기는 $\frac{1}{n}$이므로 두 접선이 수직이기 위해선 $\frac{1}{n_1}\cdot\frac{1}{n_2}=\frac{1}{(a-3)}=-1$ 이어야 한다. $\therefore a=2$.

$a=2$이면 방정식 $n^2-(b-1)n+(a-3)=0$의 판별식 $(b-1)^2-4(a-3)=(b-1)^2+4>0$ 이므로 두 근을 가진다. 따라서 임의의 b에 대해 $(2,b)$이면 조건을 만족한다.

ii) $y=b$ 일 때

포물선 $y^2-2y-4x+13=0$의 준선은 $x=2$이므로 $y=b$는 준선과 수직이다. 준선과 수직인 접선은 존재하지 않으므로 조건과 맞지 않는다.

2. $(-2,s)$를 지나는 직선은 $y=m(x-2)+s$ 또는 $x=2$로 쓸 수 있다.

i) $y=m(x-2)+s$ 일 때.

직선과 타원을 연립하면, $x^2+\frac{1}{9}\{m(x-2)+s\}^2=1$.

정리하면, $(m^2+9)x^2-2m(2m-s)x+(4m^2-4ms+s^2-9)=0$.

이 직선이 타원에 접하므로 이 x에 대한 방정식은 중근을 가진다.

$D/4=m^2(2m-s)^2-(m^2+9)(4m^2-4ms+s^2-9)=-27m^2+36ms-(9s^2-81)=0$.

정리하면 $3m^2-4ms+(s^2-9)=0$ 이 방정식의 판별식 $D/4=s^2+27>0$이므로 두 실근 m_1, m_2를 가진다. 이때 이 m_1, m_2가 두 접선의 기울기이므로 $\tan\theta=\left|\frac{m_1-m_2}{1+m_1m_2}\right|$으로 주어진다. $m_1m_2=\frac{s^2-9}{3}$, $m_1+m_2=\frac{4s}{3}$에서, $(m_1-m_2)^2=(m_1+m_2)^2-4m_1m_2=\frac{16s^2}{9}-\frac{4s^2-36}{3}=\frac{4s^2+108}{9}$. $\therefore |m_1-m_2|=\frac{2}{3}\sqrt{s^2+27}$

$1+m_1m_2=\frac{s^2-6}{3}>0$ 이므로 $\tan\theta=\frac{|m_1-m_2|}{1+m_1m_2}=\frac{2\sqrt{s^2+27}}{s^2-6}$.

3. 점 $(t,6)$을 지나는 직선은 $y=m(x-t)+6$ 또는 $x=t$이다.

i) $y=m(x-t)+6$일 때

직선과 쌍곡선을 연립하면, $x^2-\frac{1}{9}\{m(x-t)+6\}^2=1$

정리하면 $(m^2-9)x^2-2m(mt-6)x+(m^2t^2-12mt+45)=0$ $(m\neq3)$ …ⓐ

이 방정식이 중근을 가지므로 $D/4=m^2(mt-6)^2-(m^2-9)(m^2t^2-12mt+45)=0$

$m^2(mt-6)^2-(m^2-9)\{(mt-6)^2+9\}=0$

$9(mt-6)^2-9(m^2-9)=0$

$(mt-6)^2-(m^2-9)=0$

$(t^2-1)m^2-12mt+45=0$ …ⓑ

이 방정식의 판별식 $D/4=45-9t^2>0$ 이므로 $-\sqrt{5}<t<\sqrt{5}$

ⓐ에서, 만약 $m=3$이면 점근선과 평행하기 때문에 접하지 않는다.

따라서 ⓑ에서 $m=3$이면 $t=2$이므로 두 접선을 가질 수 없다.

따라서 $-\sqrt{5}<t<2$, $2<t<\sqrt{5}$이다.

이 줄 위에 답안 작성 시 무효 처리됨

문제 2번 (반드시 해당문제와 일치하여야 함)

(2) $n=$ 홀수일때

$$a_n = \int_{(n-\frac{1}{2})\pi}^{(n+\frac{1}{2})\pi} |e^{-x}\cos x|dx = \left[\frac{e^{-x}\cos x - e^{-x}\sin x}{2}\right]_{(n-\frac{1}{2})\pi}^{(n+\frac{1}{2})\pi}$$

$$= \frac{e^{-(n+\frac{1}{2})\pi} + e^{-(n-\frac{1}{2})\pi}}{2}$$

$n=$ 짝수일때

$$a_n = \int_{(n-\frac{1}{2})\pi}^{(n+\frac{1}{2})\pi} |e^{-x}\cos x|dx = \left[\frac{e^{-x}\sin x - e^{-x}\cos x}{2}\right]_{(n-\frac{1}{2})\pi}^{(n+\frac{1}{2})\pi}$$

$$= \frac{e^{-(n+\frac{1}{2})\pi} + e^{-(n-\frac{1}{2})\pi}}{2}$$

$$\therefore \sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-(n+\frac{1}{2})\pi} + e^{-(n-\frac{1}{2})\pi}}{2} = \frac{e^{-\frac{1}{2}\pi}}{2} + e^{-\frac{3}{2}\pi} + e^{-\frac{5}{2}\pi} + \cdots$$

$$= \frac{e^{-\frac{1}{2}\pi}}{2} + e^{-\frac{3}{2}\pi} + e^{-\frac{3}{2}\pi}(e^{-\pi}) + e^{-\frac{3}{2}\pi}(e^{-\pi})(e^{-\pi}) + \cdots$$

$$= \frac{e^{-\frac{1}{2}\pi}}{2} + \frac{e^{-\frac{3}{2}\pi}}{1-e^{-\pi}} = \frac{e^{-\frac{1}{2}\pi}}{2} + \frac{e^{-\frac{1}{2}\pi}}{e^{\pi}-1} = e^{-\frac{1}{2}\pi}\frac{(e^{\pi}-1+2)}{2(e^{\pi}-1)}$$

$$= \frac{e^{-\frac{1}{2}\pi}(e^{\pi}+1)}{2(e^{\pi}-1)}$$

(3)
$$\sum_{k=1}^{n} \frac{b_k}{k(k+1)} = \sum_{k=1}^{n} b_k\left(\frac{1}{k} - \frac{1}{k+1}\right)$$

$$= b_1\left(1-\frac{1}{2}\right) + b_2\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right) + b_3\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{4}\right) + \cdots + \frac{1}{n}(b_n - b_{n-1}) - \frac{b_n}{n+1}$$

$$= b_1 + \frac{1}{2}(b_2-b_1) + \frac{1}{3}(b_3-b_2) + \cdots + \frac{1}{n}(b_n-b_{n-1}) - \frac{b_n}{n+1}$$

$$= b_1 + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{3}\right) + \frac{1}{3}\times\frac{1}{4} + \cdots + \frac{1}{n}\times\frac{1}{n+1} - \frac{b_n}{n+1}$$

$$= b_1 + \frac{1}{2} - \cancel{\frac{1}{3}} + \cancel{\frac{1}{3}} - \cancel{\frac{1}{4}} + \cdots + \cancel{\frac{1}{n}} - \frac{1}{n+1} - \frac{b_n}{n+1}$$

$$= \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{n+1} - \frac{b_n}{n+1}$$

$$\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}\frac{b_k}{k(k+1)} = \lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{2} - \frac{1}{n+1} - \frac{b_n}{n+1}\right)$$

$$= 2 - \lim_{n\to\infty}\frac{b_n}{n+1} = 2 - \lim_{n\to\infty}\frac{1}{n+1}\sum_{k=1}^{n+1}\frac{1}{k} = 2 - \lim_{n\to\infty}\frac{1}{n+1}\sum_{k=1}^{n+1}\frac{(n+1)}{k(n+1)}$$

$$= 2 - 0\times\int_0^1 \ln x\,dx = 2$$

이 줄 아래 답안 작성 시 무효 처리됨