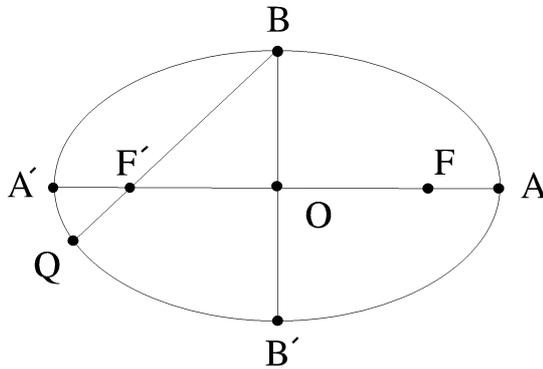


[문제 1번] 다음 제시문을 읽고 물음에 답하시오.

(가) 아래 그림과 같이 평면 위의 서로 다른 두 점  $F, F'$ 에서의 거리의 합이 일정한 점들의 집합을 타원이라고 하며 두 점  $F, F'$ 을 타원의 초점이라고 한다. 타원의 두 초점을 잇는 직선이 타원과 만나는 점을 각각  $A, A'$ 이라 하고, 선분  $FF'$ 의 수직이등분선이 타원과 만나는 점을 각각  $B, B'$ 이라고 하자.



(나) 원 위의 한 점  $P$ 에서 가장 멀리 떨어져 있는 원 위의 점은  $P$ 와 원의 중심을 지나는 직선과 원이 만나는  $P$  아닌 점이고, 그 거리는 원의 지름과 같다. 수연이는 타원의 경우는 어떻게 생각해 보기로 하였다. 먼저 위 그림과 같이 타원을 그렸을 때 점  $B$ 에서 가장 멀리 떨어져 있는 타원 위의 점을 조사해 보았다. 수연이는 점  $B$ 와 한 초점  $F'$  (또는  $F$ )을 지나는 직선과 타원이 만나는  $B$  아닌 점을  $Q$ 라 할 때,  $Q$ 는  $B$ 로부터 가장 멀리 떨어져 있는 타원 위의 점들 중 하나라고 추측했다.

- 제시문(가)에서 주어진 타원이  $\overline{AA'} = 6, \overline{BB'} = 4$ 를 만족한다고 하자. 이 타원에 대해 제시문(나)에서 주어진 수연이의 추측의 참, 거짓 여부를 판정하고 그 이유를 설명하시오.
- 제시문(가)에서 주어진 타원이  $\overline{BQ} = \overline{BB'}$ 를 만족한다고 하자. 이때,  $\frac{\overline{AA'}}{\overline{BB'}}$ 의 값을 구하시오.
- 제시문(나)에서 주어진 수연이의 추측이 참이 되는 타원이 존재하는가? 존재한다면 이러한 타원의  $\frac{\overline{AA'}}{\overline{BB'}}$ 의 값을 구하고, 존재하지 않는다면 그 이유를 설명하시오.

[문제 2번] 다음 물음에 답하시오.

(1) 연속함수  $f(x)$ 가  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\sin x) dx = \frac{\pi}{2}$ 을 만족할 때,

정적분  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x f(\cos x) dx + \int_0^{\frac{\pi}{2}} x f(\sin x) dx$ 의 값을 구하시오.

(2) 정적분  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \ln(1 + \tan x) dx$ 의 값을 구하시오.

(3) 연속함수  $f(x)$ 가  $f(x) = \cos x - \int_0^{\frac{\pi}{4}} \left( f(t) - \frac{\pi}{4} \right) \cos t dt$ 로 주어졌을 때,  $f(x)$ 를 구하시오.