한양대학교 2017학년도 신입학전형 수시

자 연 계

모 의 논 술

수험번호 (   ) 성명 (   )

[문제 1번] 다음 제시된 두 함수 $f(x)$와 $g(x)$에 대한 물음에 답하시오. (50점)

$$f(x) = \frac{1}{2-\sin x} - \frac{1}{2-\cos x}, \quad g(x) = \frac{2}{4-\sin^2 x} - \frac{2}{4-\cos^2 x}$$

1. 모든 실수 x에 대해서 $f(x) = f(x+\theta)$를 만족시키는 최솟값 θ를 구하시오.

2. 방정식 $f(x) = g(x)$을 만족시키는 x값을 모두 구하시오.

3. 함수 $g(x)$의 최댓값과 최솟값을 구하시오.

4. 부등식 $\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(x)\,dx < \int_0^{\frac{\pi}{4}} g(x)\,dx$ 가 성립함을 설명하시오.

뒷면에 계속 ☞

[문제 2번] 다음 제시문을 읽고 물음에 답하시오. (50점)

함수 $f(x)$는 임의의 실수 a,b에 대하여

$$f(a+b)=\frac{f(a)f(b)}{2017}$$

를 만족한다.

1. 모든 실수 x에 대하여 $f(x)\geq 0$ 임을 보이고, 함수 $f(x)$가 $x=0$에서 연속이면 모든 실수 a에 대하여 $x=a$에서 연속임을 보이시오.

2. 함수 $f(x)$가 $x=0$에서 미분 가능하면, 모든 실수 a에 대하여 $x=a$에서 미분 가능함을 보이시오.

[3~4] 함수 $f(x)$의 역함수 $f^{-1}(x)$가 존재한다.

3. 모든 양의 실수 a,b에 대하여

$$f^{-1}\left(\frac{ab}{2017}\right)=f^{-1}(a)+f^{-1}(b)$$

임을 보이시오.

4. 함수 $f(x)$가 $x=0$에서 미분 가능하고 $f'(0)\neq 0$이라면, 함수 $f^{-1}(x)$는 모든 양의 실수 a에 대하여 $x=a$에서 미분 가능함을 보이시오.