한양대학교

답안지 (자연계)

답안지 바코드
308885

지원학과	
성 명	
수험번호	
생년월일 (예:970301)	

수험생 유의사항

1. 답안지는 검정색 펜(볼펜, 연필, 샤프)으로 작성하십시오. (빨강색이나 파랑색 사용금지)
2. 답안지를 수정할 경우 지우개(연필, 샤프 사용 시)를 사용하거나 두 줄을 긋고(볼펜 사용 시) 그 위에 재 작성하십시오.
3. 답안과 관련 없는 표현이나 표시를 한 답안지는 "0"점 처리 됩니다.
4. 본 고사는 답안지 1장 이내에 답안을 작성하여야 합니다. 답안지 교체는 가능하지만 기존 답안지 제출은 불가합니다.

문제 1번 (반드시 해당문제와 일치하여야 함)

풀이) $y=ax$ 가 x축과 이루는 각의크기중 작은것을 α

$y=bx$가 x축과 이루는 각의크기중 작은것을 β

$y=mx$ 가 x축과 이루는 각의크기중 작은것을 θ' 라하자

$\tan\alpha = \tan(\theta'+\frac{\pi}{6})$, $\tan\beta = \tan(\theta'-\frac{\pi}{6})$ 라하자.

$$\tan\alpha + \tan\beta = \frac{\tan\theta' + \frac{\sqrt{3}}{3}}{1-\frac{\sqrt{3}}{3}\tan\theta'} + \frac{\tan\theta' - \frac{\sqrt{3}}{3}}{1+\frac{\sqrt{3}}{3}\tan\theta'}$$

$$= \frac{\frac{8}{3}\tan\theta'}{1-\frac{1}{3}\tan^2\theta'} = a+b$$

1번의 조건에서 $a+b \geq 0$ 이라 하였으므로

$\frac{\frac{8}{3}\tan\theta'}{1-\frac{1}{3}\tan^2\theta'} \geq 0$ 을 만족하는 $\tan\theta' = m$의

개수 $= f(N)$ (m 은정수)

i) $\tan^2\theta' < 3$ 일때 ii) $\tan^2\theta' > 3$ 일때

$-\sqrt{3} < \tan\theta' < \sqrt{3}$ $\tan\theta' > \sqrt{3}$ or $\tan\theta' < -\sqrt{3}$

$\frac{8}{3}\tan\theta' \geq 0$ $\frac{8}{3}\tan\theta' \leq 0$

$\therefore 0 \leq \tan\theta' < \sqrt{3} \cdots ①$ $\tan\theta' < -\sqrt{3} \cdots ②$

① ② 범위에 있는 $\tan\theta$ 중 정수의 개수 $= f(N)$

$-N \leq m \leq N$ 에서

$f(N) = 2+N-1 = N+1$

$$\lim_{N\to\infty} \frac{f(N)}{2N+1} = \lim_{N\to\infty}\frac{N+1}{2N+1} = \lim_{N\to\infty}\frac{1+\frac{1}{N}}{2+\frac{1}{N}} = \frac{1}{2}$$

[문제 1-2]

$ab = \frac{m^2-\frac{1}{3}}{1-\frac{1}{3}m^2} \geq k$ (k는양의정수) 를 만족시키는 정수 m

i) $m^2 < 3$ 일때. $-\sqrt{3} < m < \sqrt{3}$

$m^2 - \frac{1}{3} \geq k - \frac{1}{3}km^2$

$(1+\frac{1}{3}k)m^2 \geq k + \frac{1}{3}$

$m^2 \geq \frac{k+\frac{1}{3}}{1+\frac{1}{3}k} = \frac{3k+1}{3+k}$

$k=1$일때 $m^2 \geq \frac{4}{4} = 1$ $m = 1, -1$

$k=2$일때 $m^2 \geq \frac{7}{5}$ m은 존재하지 않는다.

$k=3$일때 $m^2 \geq \frac{10}{6}$ m은 존재하지 않는다.

$k>1$ 일때 $\frac{3k+1}{3+k} > 1$ 이다.

$-\sqrt{3} < m < \sqrt{3}$ 에서 m은 $-1, 0, 1$ 만 될수있기에

$k>1$일때 m은 존재할수없다.

$\therefore m^2 < 3$ 일때, $k=1$ 일때 $m = 1, -1$ 이 될수있다.

ii) $m^2 > 3$ 일때 $m < -\sqrt{3}$ or $m > \sqrt{3}$

$m^2 - \frac{1}{3} \leq k - \frac{1}{3}km^2$ $(1+\frac{1}{3}k)m^2 \leq k+\frac{1}{3}$

$m^2 \leq \frac{k+\frac{1}{3}}{1+\frac{1}{3}k} = \frac{3k+1}{3+k}$

$k=1$ 일때 $m^2 \leq 1$ $-1 \leq m \leq 1$ m은 존재하지 않는다.

$k=2$ 일때 $m^2 \leq \frac{7}{5} < 3$ m은 존재하지 않는다.

$k=3$ 일때 $m^2 \leq \frac{10}{7} < 3$ m은 존재하지 않는다.

$m^2 < 3$ 이면 m는 존재할수없어.

근데 $\frac{3k+1}{3+k} < 3$ 이므로 $m^2 > 3$ 인 때 m은 존재할수없다.

따라서 존재할수있는 m는 $k=1$일때 $m = -1, 1$.

[문제 1-3]

$\frac{m-1}{1+m} = \tan\theta$ $\frac{1-c}{1+c} = \tan(\frac{\pi}{3}-\theta) = \frac{\sqrt{3}-\tan\theta}{1+\sqrt{3}\tan\theta}$

$$\frac{1-c}{1+c} = \frac{-1-c+2}{1+c} = -1 + \frac{2}{1+c} = \frac{\sqrt{3}-\frac{m-1}{1+m}}{1+\sqrt{3}\cdot\frac{m-1}{1+m}} = \frac{\sqrt{3}+\sqrt{3}m-m+1}{m+1+\sqrt{3}m-\sqrt{3}}$$

$$\frac{2}{1+c} = \frac{\sqrt{3}+\sqrt{3}m-m+1+m+1+\sqrt{3}m-\sqrt{3}}{m+1+\sqrt{3}m-\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}m+2}{(\sqrt{3}+1)m+1-\sqrt{3}}$$

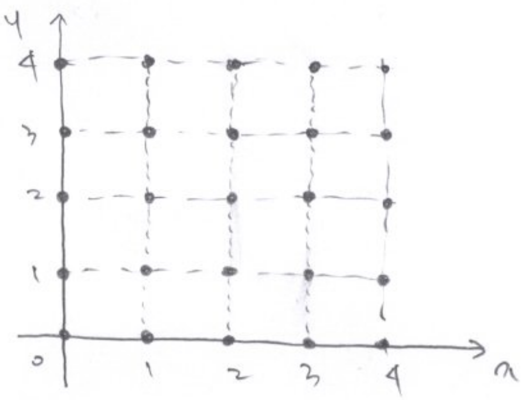
$$c+1 = \frac{2(\sqrt{3}+1)m+2-2\sqrt{3}}{2\sqrt{3}m+2} = \frac{(\sqrt{3}+1)m+1-\sqrt{3}}{\sqrt{3}m+1}$$

$$c = \frac{(\sqrt{3}+1)m+1-\sqrt{3}-\sqrt{3}m-1}{\sqrt{3}m+1} = \frac{m-\sqrt{3}}{\sqrt{3}m+1}$$

문제 2번 (반드시 해당문제와 일치하여야 함)

1. 구하는 확률은

'1 − [세 점이 한 직선 위에 있을 확률]' 과 같다.



(i) 세 점이 x축과 평행한 한 직선 위에 있을 확률.

$$= \frac{{}_5C_1 \times {}_5C_3}{{}_{25}C_3} = \frac{50}{2300}$$

(ii) 세 점이 y축과 평행한 한 직선 위에 있을 확률

$$= \frac{{}_5C_1 \times {}_5C_3}{{}_{25}C_3} = \frac{50}{2300}$$

(iii) 세 점이 직선 $y = \frac{1}{2}x$ or 직선 $y = -\frac{1}{2}x$ or 직선 $y = 2x$ or 직선 $y = -2x$ 에 평행한 한 직선 위에 있을 확률

$$= 4 \times \frac{{}_3C_1 \times {}_3C_3}{{}_{25}C_3} = \frac{12}{2300}$$

(iv) 세 점이 직선 $y = x$ or 직선 $y = -x$ 에 평행한 한 직선 위에 있을 확률.

$$= 2 \times \frac{{}_2C_1 \times {}_3C_3 + {}_2C_1 \times {}_4C_3 + {}_5C_3}{{}_{25}C_3} = \frac{40}{2300}$$

∴ 세 점이 한 직선 위에 있지 않을 확률은

$$1 - \frac{152}{2300} = \frac{537}{575}$$

2. 점 (0,0)을 지나며 기울기가 X인 직선 $y = Xx$. $(0 < X < 2)$

이 직선이 영역 R과 겹치는 부분의 양 끝점은

점 (0,0), 점 $(4, 4X)$ 이다.

$\therefore Y = 4\sqrt{X^2+1}$

$$\therefore P\left(Y \geq \frac{4\sqrt{10}}{3}\right) = P\left(\sqrt{X^2+1} \geq \frac{\sqrt{10}}{3}\right)$$

$$= P\left(X^2 \geq \frac{1}{9}\right)$$

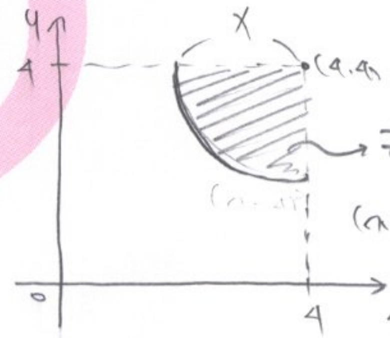
$$= P\left(X \leq -\frac{1}{3}\right) + P\left(X \geq \frac{1}{3}\right)$$

$$= P\left(X \geq \frac{1}{3}\right) \quad (\because 0 < X < 2)$$

$$= \int_{\frac{1}{3}}^{2} f(x)\,dx$$

$$= \int_{\frac{1}{3}}^{2} \frac{\pi}{4} \sin\left(\frac{\pi}{2}x\right) dx = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{4}$$

3.



$(x-4)^2 + (y-4)^2 = X^2 \quad (0 \leq x, y \leq 4,\ 0 < X < 2)$

$\therefore Z = \frac{\pi}{4} \cdot X^2$

$\therefore E(Z) = E\left(\frac{\pi}{4} \cdot X^2\right) = \frac{\pi}{4} \cdot E(X^2)$

한편, $E(X^2) = \int_0^2 x^2 f(x)\,dx$

$$= \int_0^2 x^2 \cdot \frac{\pi}{4} \sin\left(\frac{\pi}{2}x\right) dx$$

$$= \left[x^2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\cos\left(\frac{\pi}{2}x\right)\right)\right]_0^2 + \int_0^2 x \cos\left(\frac{\pi}{2}x\right) dx$$

$$= 2 + \left[x \cdot \frac{2}{\pi} \sin\left(\frac{\pi}{2}x\right)\right]_0^2 - \int_0^2 \frac{2}{\pi} \sin\left(\frac{\pi}{2}x\right) dx$$

$$= 2 + \left[\frac{4}{\pi^2} \cos\left(\frac{\pi}{2}x\right)\right]_0^2$$

$$= 2 - \frac{8}{\pi^2}$$

$\therefore \frac{\pi}{4} E(X^2) = \frac{\pi}{2} - \frac{2}{\pi}$

$\therefore E(Z) = \frac{\pi}{2} - \frac{2}{\pi}$

한양대학교

답안지 (자연계)

답안지 바코드

308790

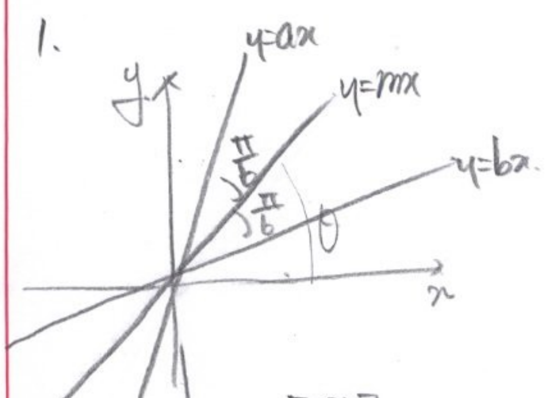
지원학과	
성 명	
수험번호	
생년월일 (예:970301)	

수험생 유의사항

1. 답안지는 검정색 펜(볼펜, 연필, 샤프)으로 작성하십시오. (빨강색이나 파랑색 사용금지)
2. 답안지를 수정할 경우 지우개(연필, 샤프 사용 시)를 사용하거나 두 줄을 긋고(볼펜 사용 시) 그 위에 재 작성하십시오.
3. 답안과 관련 없는 표현이나 표시를 한 답안지는 "0"점 처리 됩니다.
4. 본 고사는 답안지 1장 이내에 답안을 작성하여야 합니다. 답안지 교체는 가능하지만 기존 답안지 제출은 불가합니다.

문제 1번 (반드시 해당문제와 일치하여야 함)

1.



[그림1].

좌표평면에서 $y=mx$. $y=ax$. $y=bx$는 [그림1]과 같이 표현되고.

$m=\tan\theta$라 하면 $a=\tan(\theta+\frac{\pi}{6})=\dfrac{m+\frac{1}{\sqrt{3}}}{1-m\cdot\frac{1}{\sqrt{3}}}$ $b=\tan(\theta-\frac{\pi}{6})=\dfrac{m-\frac{1}{\sqrt{3}}}{1+m\cdot\frac{1}{\sqrt{3}}}$ 이다.

$a+b=\dfrac{\frac{8}{3}m}{1-\frac{m^2}{3}}=\dfrac{8m}{3-m^2}$

i) $m\geq 0$ 일때 $3-m^2>0$, $0\leq m<\sqrt{3}$ 이어야 주어진조건을 만족한다.

ii) $m<0$ 일때 $3-m^2<0$, $m<-\sqrt{3}$ 이어야 주어진조건을 만족한다

따라서 m의 범위는 N이 충분이 크다면

$0\leq m<\sqrt{3}$, $-N\leq m<-\sqrt{3}$, 이므로 $f(N)=N+1$ 이다.

따라서 극한값 $\lim_{N\to\infty}\dfrac{f(N)}{2N+1}=\lim_{N\to\infty}\dfrac{N+1}{2N+1}=\dfrac{1}{2}$ 이다.

2.

ab는 1번문제1에서 구한 값을 대입하면

$\dfrac{m^2-\frac{1}{3}}{1-\frac{m^2}{3}}=\dfrac{\frac{3m^2-1}{3}}{\frac{3-m^2}{3}}=\dfrac{3m^2-1}{3-m^2}$ 이다.

i) $3-m^2>0$, $-\sqrt{3}<m<\sqrt{3}$일때 $ab=\dfrac{3m^2-1}{3-m^2}\geq k$ $3m^2-1\geq k(3-m^2)$

$m^2\geq\dfrac{3k+1}{3+k}$ 이 성립한다.

$\dfrac{3k+1}{3+k}$의 최솟값은 $k=0$ 일때 $\frac{1}{3}$이고 $\lim_{k\to\infty}\dfrac{3k+1}{3+k}=3$

$k=1$일때 $\dfrac{3k+1}{3+k}$ =1 이므로 $k\leq 1$일때 만족하는 $m=1$이고 $k>1$일때 만족하는 m은 없다

ii) $3-m^2<0$, $\sqrt{3}<m$ 또는 $m<-\sqrt{3}$일때 $ab=\dfrac{3m^2-1}{3-m^2}\geq k$. $3m^2-1\leq k(3-m^2)$.

$m^2\leq\dfrac{3k+1}{3+k}$ 이 성립한다.

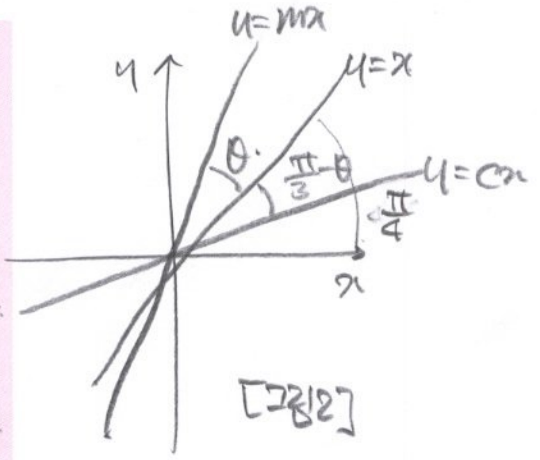
i)의 결과를 참고하면. 만족하는 m은 없다.

따라서. 부등식을 만족시키는 정수 m은 1과 -1이다.

3 [그림2]와 같이

$m=\tan(\frac{\pi}{4}+\theta)$. 이고 $c=\tan(\frac{\pi}{4}-\frac{\pi}{3}+\theta)=\tan\{(\frac{\pi}{4}+\theta)-\frac{\pi}{3}\}$.

이므로 $c=\dfrac{\tan(\frac{\pi}{4}+\theta)-\tan\frac{\pi}{3}}{1+\tan(\frac{\pi}{4}+\theta)\cdot\tan\frac{\pi}{3}}=\dfrac{m-\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}m}$ 이다.



[그림2]

따라서 $c=\dfrac{m-\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}m}$ 이다.

이 줄 아래 답안 작성 시 무효 처리됨

문제 2번 (반드시 해당문제와 일치하여야 함)

1. 25개 점들 중 3개를 임의로 선택할 때 그 세 점이 한 직선 위에 있을 확률을 구하자.

i) 세 점의 y좌표가 같을 때.

$y=0$ 일 때 ${}_5C_3$ 가지, $y=1$ 일 때 ${}_5C_3$ 가지, … $y=5$ 일 때 ${}_5C_3$ 가지 이므로

이 때 확률은 $\frac{5\,{}_5C_3}{{}_{25}C_3} = \frac{50}{{}_{25}C_3}$

ii) 세 점의 x좌표가 같을 때.

i)의 경우와 마찬가지 방법으로 구할 수 있다. 확률은 $\frac{5\,{}_5C_3}{{}_{25}C_3} = \frac{50}{{}_{25}C_3}$

iii) 세 점이 $y=x+n$ 그래프 위에 있을 때,

$y=x-2$ 일 때 ${}_3C_3$, $y=x-1$ 일 때 ${}_4C_3$, $y=x$ 일 때 ${}_5C_3$, $y=x+1$ 일 때 ${}_4C_3$,

$y=x+2$ 일 때 ${}_3C_3$ 이므로 확률은 $\frac{{}_3C_3+{}_4C_3+{}_5C_3+{}_4C_3+{}_3C_3}{{}_{25}C_3} = \frac{20}{{}_{25}C_3}$

iv) 세 점이 $y=-x+n$ 그래프 위에 있을 때.

iii)와 마찬가지이므로 확률은 $\frac{20}{{}_{25}C_3}$

v) 세 점이 $y=\frac{x}{2}+n$ 그래프 위에 있을 때

세 점이 $(0,0)$, $(2,1)$, $(4,2)$ 이거나, $(0,1)$, $(2,2)$, $(4,3)$ 이거나, $(0,2)$, $(2,3)$, $(4,4)$

인 경우가 있으므로 확률은 $\frac{3}{{}_{25}C_3}$

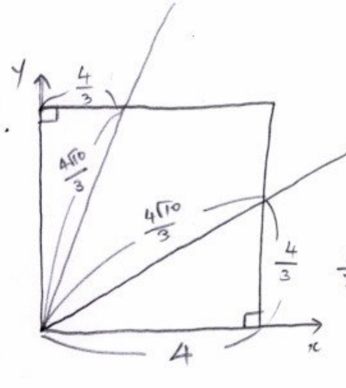
vi) 세 점이 $y=2x+n$ 또는 $y=-\frac{x}{2}+n$ 또는 $y=-2x+n$ 그래프 위에 있을 때.

각각의 경우는 v)와 마찬가지이므로 각각의 확률은 $\frac{3}{{}_{25}C_3}$

따라서 문제에서 구하고자 하는 확률은

$$1-\frac{50+50+20+20+12}{{}_{25}C_3} = 1-\frac{152}{2300} = \frac{2148}{2300}$$

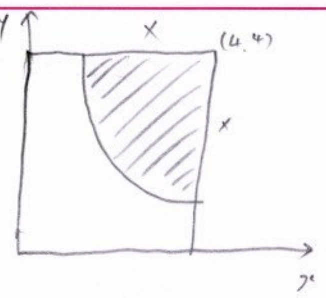
2.



$Y=\frac{4\sqrt{10}}{3}$ 일 때 기울기가 X인 직선은 점$(4, \frac{4}{3})$ 또는 점$(\frac{4}{3}, 4)$을 지나므로 $Y \geq \frac{4\sqrt{10}}{3}$ 이려면 $\frac{1}{3} \leq X \leq 3$ 이어야 한다. 이 때 X는 구간 $[0, 2]$ 에서 값을 가지므로

$\frac{1}{3} \leq X \leq 2$ 인 확률은 $\int_{\frac{1}{3}}^{2} \frac{\pi}{4}\sin\left(\frac{\pi}{2}x\right)dx = \frac{1}{2}\left[-\cos\left(\frac{\pi}{2}x\right)\right]_{\frac{1}{3}}^{2} = \frac{2+\sqrt{3}}{4}$

3.



$Z = \frac{\pi}{4}X^2$

Z의 평균은 $\frac{\pi}{4}X^2$의 평균이고,

$\frac{\pi}{4}X^2$의 평균은 $\frac{\pi}{4}\int_0^2 \frac{\pi}{4}x^2 \sin\frac{\pi}{2}x\,dx$ 이다.

$\frac{\pi}{2}x = t$ 로 치환하여 $\frac{\pi}{2}dx = dt$ 이므로

$$\frac{1}{2\pi}\int_0^{\pi} t^2 \sin t\,dt = \frac{1}{2\pi}\left[-t^2\cos t\right]_0^{\pi} - \frac{1}{2\pi}\int_0^{\pi} -2t\cos t\,dt$$

$$= \frac{\pi}{2} + \frac{1}{\pi}\int_0^{\pi} t\cos t\,dt$$

$$= \frac{\pi}{2} + \frac{1}{\pi}\left[t\sin t\right]_0^{\pi} - \frac{1}{\pi}\int_0^{\pi}\sin t\,dt$$

$$= \frac{\pi}{2} + \frac{1}{\pi}\left[\cos t\right]_0^{\pi} = \frac{\pi}{2} - \frac{2}{\pi}$$

한양대학교

답안지 (자연계)

답안지 바코드
308489

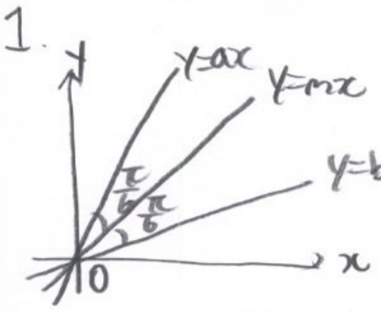
지원학과	
성 명	
수험번호	
생년월일 (예:970301)	

수험생 유의사항

1. 답안지는 검정색 펜(볼펜, 연필, 샤프)으로 작성하십시오. (빨강색이나 파랑색 사용금지)
2. 답안지를 수정할 경우 지우개(연필, 샤프 사용 시)를 사용하거나 두 줄을 긋고(볼펜 사용 시) 그 위에 재 작성하십시오.
3. 답안과 관련 없는 표현이나 표시를 한 답안지는 "0"점 처리 됩니다.
4. 본 고사는 답안지 1장 이내에 답안을 작성하여야 합니다. 답안지 교체는 가능하지만 기존 답안지 제출은 불가합니다.

문제 1번 (반드시 해당문제와 일치하여야 함)

1.

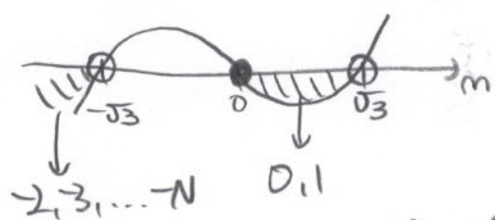


$$a=\frac{m+\tan\frac{\pi}{6}}{1-(\tan\frac{\pi}{6})m}=\frac{m+\frac{\sqrt{3}}{3}}{1-\frac{\sqrt{3}}{3}m}$$

$$b=\frac{m-\tan\frac{\pi}{6}}{1+(\tan\frac{\pi}{6})m}=\frac{m-\frac{\sqrt{3}}{3}}{1+\frac{\sqrt{3}}{3}m}$$

$$a+b=\frac{\frac{8}{3}m}{1-\frac{1}{3}m^2}\geq 0 \quad (m\neq\pm\sqrt{3})$$

$$\frac{8}{9}(m-\sqrt{3})(m+\sqrt{3})m\leq 0$$



$\therefore f(N)=N+1$

$$\lim_{N\to\infty}\frac{f(N)}{2N+1}=\lim_{N\to\infty}\frac{N+1}{2N+1}=\frac{1}{2}$$

답: $\frac{1}{2}$

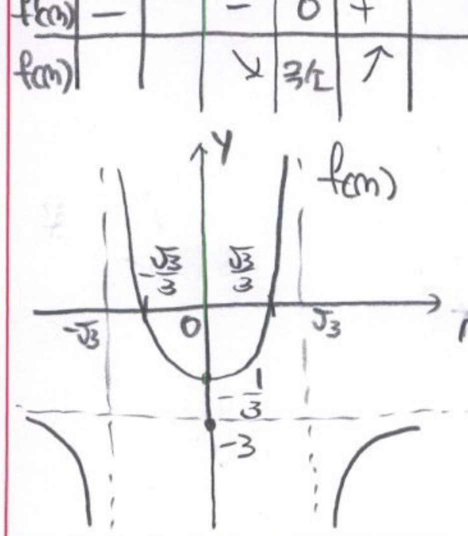
2.

$$ab=\frac{m+\frac{\sqrt{3}}{3}}{1-\frac{\sqrt{3}}{3}m}\times\frac{m-\frac{\sqrt{3}}{3}}{1+\frac{\sqrt{3}}{3}m}=\frac{m^2-\frac{1}{3}}{1-\frac{1}{3}m^2}=\frac{3m^2-1}{3-m^2}$$

$\frac{3m^2-1}{3-m^2}\geq k$ 이므로 $f(m)=\frac{3m^2-1}{3-m^2}$ 라고하면

$f(m)=\frac{8}{3-m^2}-3$ $\quad f'(m)=8\times\frac{-2m}{(3-m^2)^2}$

m	⋯	$\sqrt{3}$		0		$\sqrt{3}$	⋯
$f'(m)$	−		−	0	+		−
$f(m)$			↘	극소	↗		



$f(m)\geq k$ (k는 양수) 이므로

$-\sqrt{3}\leq m\leq-\frac{\sqrt{3}}{3}$ 또는 $\frac{\sqrt{3}}{3}\leq m\leq\sqrt{3}$ 인 정수

$\therefore m=-1, 1$ 답: $-1, 1$

3.

$\tan\theta=\frac{m-1}{1+m}$ $\quad \tan(\frac{\pi}{3}-\theta)=\frac{1-c}{1+c}=\frac{2}{1+c}-1$

$$\tan(\frac{\pi}{3}-\theta)=\frac{\tan\frac{\pi}{3}-\tan\theta}{1+\tan\frac{\pi}{3}\tan\theta}$$

$$=\frac{\sqrt{3}-\frac{(m-1)}{1+m}}{1+\frac{\sqrt{3}(m-1)}{1+m}}=\frac{\frac{(\sqrt{3}-1)m+(\sqrt{3}+1)}{1+m}}{\frac{(\sqrt{3}+1)m-(\sqrt{3}-1)}{1+m}}$$

$$=\frac{(\sqrt{3}-1)m+(\sqrt{3}+1)}{(\sqrt{3}+1)m-(\sqrt{3}-1)}=\frac{2}{1+c}-1$$

$$\frac{\cancel{2\sqrt{3}m}+\cancel{2}}{(\sqrt{3}+1)m-(\sqrt{3}+1)}=\frac{\cancel{2}}{1+c}$$

$(\sqrt{3}+1)m-(\sqrt{3}+1)=(\sqrt{3}m+1)(1+c)$

$m-\sqrt{3}=(\sqrt{3}m+1)c$

$\therefore\ c=\frac{m-\sqrt{3}}{\sqrt{3}m+1}$

답: $\frac{m-\sqrt{3}}{\sqrt{3}m+1}$

이 줄 위에 답안 작성 시 무효 처리됨

문제 2번 (반드시 해당문제와 일치하여야 함)

2-1. 25개의 점들 중에서 3개를 임의로 선택하는 방법의 수 : ${}_{25}C_3 = \frac{25\times24\times23}{3\times2\times1} = 2300$.

세 점이 한 직선에 있을 경우의 수 : i) $y=a$ ($0\le a\le4$ 인 정수) : ${}_5C_3\times5=50$

(R에 포함되는)

ii) $x=b$. ($0\le b\le4$ 인 정수) : ${}_5C_3\times5=50$

iii) $y=x+c$ ($-4\le c\le4$ 인 정수) : 20.

iv) $y=-x+d$ ($0\le d\le8$ 인 정수) : 20

v) $y=2x+e$ ($-8\le e\le4$ 인 정수) : 3

vi) $y=-2x+f$ ($0\le f\le8$ 인 정수) : 3

vii) $y=\frac{1}{2}x+g$ ($-2\le g\le4$ 인 정수) : 3

viii) $y=-\frac{1}{2}x+h$ ($0\le h\le6$ 인 정수) : 3.

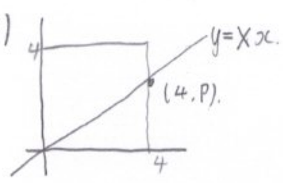
i) ~ viii) = 152

한 직선에 있지 않을 확률 = 1 − (한 직선에 있을 확률)

$$=1-\frac{152}{2300}=\frac{2148}{2300}=\frac{537}{575}$$

답 : $\frac{537}{575}$

2-2. i)



직선이 (4,4) 아래쪽을 지나는 경우

$4X=P\le4$.

$X\le1$.

$Y=\sqrt{16+P^2}=\sqrt{16+16X^2}=4\sqrt{X^2+1}$.

$Y\ge\frac{4\sqrt{10}}{3} \Rightarrow 4\sqrt{X^2+1}\ge\frac{4\sqrt{10}}{3}$

$\Rightarrow \sqrt{X^2+1}\ge\frac{\sqrt{10}}{3}$

$\Rightarrow X^2+1\ge\frac{10}{9}$.

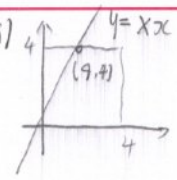
$\Rightarrow X^2\ge\frac{1}{9}$. $\quad X\ge\frac{1}{3}$

$\therefore \frac{1}{3}\le X\le1$.

$$\int_{\frac{1}{3}}^{1} f(x)\,dx=\int_{\frac{1}{3}}^{1}\frac{\pi}{4}\sin\left(\frac{\pi}{2}x\right)dx=\frac{\pi}{4}\left[-\frac{2}{\pi}\cos\left(\frac{\pi}{2}x\right)\right]_{\frac{1}{3}}^{1}$$

$$=\frac{1}{2}\cos\frac{\pi}{6}=\frac{\sqrt{3}}{4}\cdots①$$

ii)



직선이 (4,4) 왼쪽을 지나는 경우.

$qX=4$

$q=\frac{4}{X}\le4$.

$1\le X$

$Y=\sqrt{q^2+16}=\sqrt{\frac{16}{X^2}+16}=4\sqrt{\frac{1}{X^2}+1}$

$Y\ge\frac{4\sqrt{10}}{3} \Rightarrow 4\sqrt{\frac{1}{X^2}+1}\ge\frac{4\sqrt{10}}{3}$

$\Rightarrow\sqrt{\frac{1}{X^2}+1}\ge\frac{\sqrt{10}}{3} \quad\Rightarrow \frac{1}{X^2}+1\ge\frac{10}{9}$

$\Rightarrow \frac{1}{X^2}\ge\frac{1}{9}$

$\therefore\ 1\le X\le3$.

연속확률변수 X의 범위는 [0,2] 이므로

$$\int_1^2 f(x)\,dx=1-\int_0^1 f(x)\,dx=1-\int_0^1\frac{\pi}{4}\sin\left(\frac{\pi}{2}x\right)dx=1-\frac{\pi}{4}\left[-\frac{2}{\pi}\cos\left(\frac{\pi}{2}x\right)\right]_0^1$$

$$=1-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}\cdots②$$

$\therefore$ 확률 : $\frac{\sqrt{3}}{4}+\frac{1}{2}$

답 : $\frac{\sqrt{3}}{4}+\frac{1}{2}$

2-3. 중심이 점 (4,4)이고 반지름이 X인 원 : C

C : $(x-4)^2+(y-4)^2=X^2$.

X의 최대가 2이므로 R과 겹치는 부분의 넓이 Z는

$X^2\pi\times\frac{1}{4}$ 이다.

$$E(Z)=E\left(\frac{\pi}{4}X^2\right)=\frac{\pi}{4}E(X^2)$$

$$E(X^2)=\int_0^2 x^2 f(x)\,dx=\frac{\pi}{4}\int_0^2 x^2\sin\left(\frac{\pi}{2}x\right)dx.$$

$x^2 \quad 2x$

$\sin\left(\frac{\pi}{2}x\right) \quad -\frac{2}{\pi}\cos\left(\frac{\pi}{2}x\right)$

$$=\frac{\pi}{4}\left[\left[-\frac{2}{\pi}x^2\cos\left(\frac{\pi}{2}x\right)\right]_0^2+\frac{4}{\pi}\int_0^2 x\cos\left(\frac{\pi}{2}x\right)dx\right]$$

$$=\frac{\pi}{4}\left[\frac{8}{\pi}+\frac{4}{\pi}\int_0^2 x\cos\left(\frac{\pi}{2}x\right)dx\right]$$

$$=2+\int_0^2 x\cos\left(\frac{\pi}{2}x\right)dx$$

$x \quad 1$

$\cos\left(\frac{\pi}{2}x\right) \quad \frac{2}{\pi}\sin\left(\frac{\pi}{2}x\right)$

$$=2+\left[\frac{2}{\pi}x\sin\left(\frac{\pi}{2}x\right)\right]_0^2-\int_0^2\frac{2}{\pi}\sin\left(\frac{\pi}{2}x\right)dx$$

$$=2-\frac{2}{\pi}\int_0^2\sin\left(\frac{\pi}{2}x\right)dx$$

$$=2-\frac{2}{\pi}\left[-\frac{2}{\pi}\cos\left(\frac{\pi}{2}x\right)\right]_0^2=2-\frac{8}{\pi^2}$$

$\frac{\pi}{4}E(X^2)=\frac{\pi}{4}\left(2-\frac{8}{\pi^2}\right)$

$=\frac{\pi}{2}-\frac{2}{\pi}$

답 : $\frac{\pi}{2}-\frac{2}{\pi}$

이 줄 아래 답안 작성 시 무효 처리됨