



답안지 (자연계)

답안지 바코드



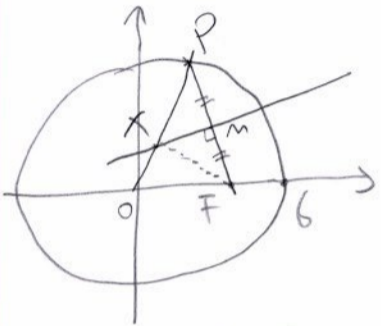
304046

| | |
|--------------------|--|
| 지원학과 | |
| 성명 | |
| 수험번호 | |
| 생년월일 (예:970301) | |

| 수험생 유의 사항 |
|--|
| 1. 답안지는 검정색 펜(볼펜, 연필, 샤프)으로 작성하십시오. (빨강색이나 파랑색 사용금지) |
| 2. 답안지를 수정할 경우 지우개(연필, 샤프 사용 시)를 사용하거나 두 줄을 긋고(볼펜 사용 시) 그 위에 재 작성하십시오. |
| 3. 답안과 관련 없는 표현이나 표시를 한 답안지는 "0"점 처리 됩니다. |
| 4. 본 고사는 답안지 1장 이내에 답안을 작성하여야 합니다. 답안지 교체는 가능하지만 기존 답안지 제출은 불가합니다. |

문제 1번 (반드시 해당문제와 일치하여야 함)

1. 주어진 상황을 그려보면 다음과 같다



점 P와 F의 중점을 M이라고 하면 $\triangle PXM \cong \triangle FXM$ 이므로 $\overline{FX} = \overline{XP}$ 이다.

$\overline{OX} + \overline{XP} = 6$ (∵ 원의 반지름)

이므로 $\overline{OX} + \overline{FX} = 6$ 으로 일정하다.

타원의 정의에 따라서 x의 자취는

O와 F를 초점으로 하고 상축의 길이가 6인

$\frac{(x-2)^2}{9} + \frac{y^2}{5} = 1$ 이 된다.

2. $F(4,0), Q(5,\sqrt{11})$ 의 수직 이등분선의 방정식은

$y = -\frac{1}{\sqrt{11}}(x - \frac{9}{2}) + \frac{\sqrt{11}}{2} \iff y = -\frac{\sqrt{11}}{11}x + \frac{10\sqrt{11}}{11}$

즉 $a = -\frac{\sqrt{11}}{11}, b = \frac{10\sqrt{11}}{11}$ 이다.

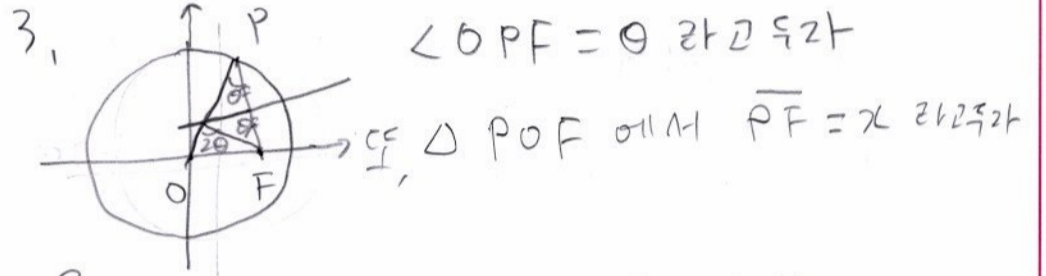
또 곡선 C: $\frac{(x-2)^2}{9} + \frac{y^2}{5} = 1$ 에서

기울기가 $-\frac{1}{\sqrt{11}}$ 인 접선을 찾아보면

$y = -\frac{1}{\sqrt{11}}(x-2) \pm \sqrt{(-\frac{1}{\sqrt{11}})^2 \cdot 9 + 5}$ 즉,

$y = -\frac{\sqrt{11}}{11}x + \frac{10\sqrt{11}}{11}$ or $y = -\frac{\sqrt{11}}{11}x - \frac{6\sqrt{11}}{11}$ 이므로

이 수직 이등분선은 곡선 C의 접선이 된다.



그러면 제2코사인 법칙에 의해 $\cos \theta = \frac{6^2 + x^2 - 4^2}{2 \cdot 6 \cdot x}$ 이다. θ 가 최대이려면 $\cos \theta$ 가 최소여야 한다 (∵ $0 \leq \theta < \frac{\pi}{2}$)

$\cos \theta = \frac{20 + x^2}{12x} = \frac{5}{3x} + \frac{x}{12} \geq 2\sqrt{\frac{5}{3x} \cdot \frac{x}{12}} = \frac{\sqrt{5}}{3}$ (∵ $x > 0$)

이므로 $\frac{5}{3x} = \frac{x}{12}$ 일때 $\cos \theta$ 은 최소값 $\frac{\sqrt{5}}{3}$ 을 갖는다.

이때 $\triangle OXF$ 는

$\overline{OX} = \overline{XF} = 3$

$\angle OXF = 2\theta$ 이므로

$\triangle OXF$ 의 넓이는 $= \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 3 \cdot \sin 2\theta = 2\sqrt{5}$ 이다 (∵ $\sin 2\theta = \frac{4\sqrt{5}}{9}$)

문제 2번 (반드시 해당문제와 일치하여야 함)

$$1. f(x) = \int_0^x \frac{1+\cos 2t}{2} dt + \int_0^{2\pi-x} \frac{1-\cos 2t}{2} dt$$

$$f(x) = \left[\frac{t}{2} + \frac{\sin 2t}{4} \right]_0^x + \left[\frac{t}{2} - \frac{\sin 2t}{4} \right]_0^{2\pi-x}$$

$$= \frac{x}{2} + \frac{\sin 2x}{4} + \frac{2\pi-x}{2} - \frac{\sin(4\pi-2x)}{4}$$

$$= \pi + \frac{\sin 2x}{2} \quad \text{로 } 0 \leq \sin 2x \leq 1 \quad (0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}) \text{ 에서}$$

$$a = \pi + \frac{1}{2}$$

$$g(x) = \int_0^{\sin x} \sqrt{1+t^2} dt + \int_0^{\cos x} \sqrt{1+t^2} dt$$

\downarrow $t = \sin \alpha$ \downarrow $t = \cos \beta$ \downarrow $t = \sin \alpha$ \downarrow $t = \cos \beta$
 $\frac{dt}{d\alpha} = \cos \alpha$ $\frac{dt}{d\beta} = -\sin \beta$

$$= \int_0^x |\cos \alpha| \cos \alpha d\alpha - \int_{\frac{\pi}{2}}^x |\sin \beta| \sin \beta d\beta$$

($0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ 로 $\cos \alpha, \sin \beta \geq 0$)

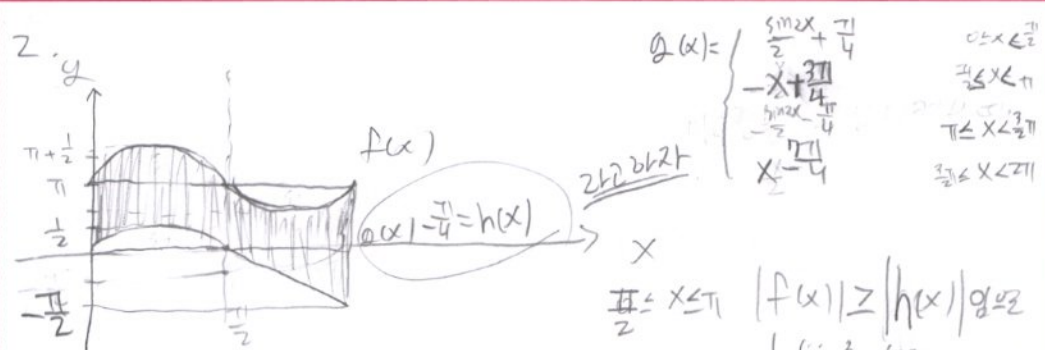
$$= \left[\frac{\alpha}{2} + \frac{\sin 2\alpha}{4} \right]_0^x - \left[\frac{\beta}{2} - \frac{\sin 2\beta}{4} \right]_{\frac{\pi}{2}}^x$$

$$= \frac{x}{2} + \frac{\sin 2x}{4} - \left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{4} \right) + \frac{\sin 2x}{4}$$

$$= \frac{\sin 2x}{2} + \frac{\pi}{4} \quad \text{로 } 0 \leq \sin 2x \leq 1 \quad (0 \leq x \leq \frac{\pi}{2})$$

$$b = \frac{\pi}{4} + \frac{1}{2}$$

$$\therefore a-b = \frac{3}{4}\pi$$



$$V = \pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} \{f(x)\}^2 - \{h(x)\}^2 dx + \pi \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \{f(x)\}^2 dx$$

$$= \pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(\pi^2 + \pi \sin 2x + \frac{\sin^2 2x}{4} - \frac{\sin^2 2x}{4} \right) dx + \pi \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \left(\pi^2 + \pi \sin 2x + \frac{\sin^2 2x}{4} \right) dx$$

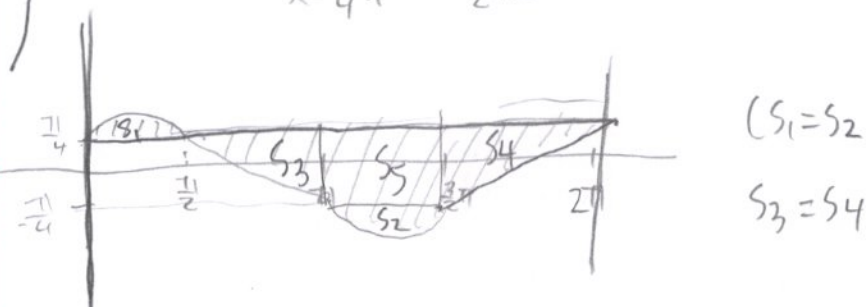
$$= \pi \left[\pi^2 x - \frac{\pi}{2} \cos 2x \right]_0^{\frac{\pi}{2}} + \pi \left[\pi^2 x - \frac{\pi}{2} \cos 2x + \frac{x}{8} - \frac{\sin 4x}{32} \right]_{\frac{\pi}{2}}^{\pi}$$

$$= \frac{\pi^4}{2} + \pi^2 + \frac{\pi^4}{2} - \pi^2 + \frac{\pi^2}{16} = \pi^4 + \frac{\pi^2}{16}$$

3.

$$g(x) = \begin{cases} \frac{\sin 2x}{2} + \frac{\pi}{4} & 0 \leq x < \frac{\pi}{2} \\ -x + \frac{3\pi}{4} & \frac{\pi}{2} \leq x < \pi \\ \frac{\sin 2x}{2} - \frac{\pi}{4} & \pi \leq x < \frac{3\pi}{2} \\ x - \frac{\pi}{4} & \frac{3\pi}{2} \leq x < 2\pi \end{cases}$$

임의의 $\alpha \leq \beta$ 이다.



$$A = S_1 + S_3 + S_2 + S_4 + S_5$$

$$A = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin 2x}{2} dx + \frac{\pi}{2} \times \frac{\pi}{2} \times \frac{1}{2} + S_2 + S_4 + \frac{\pi}{2} \times \frac{\pi}{2}$$

$$= 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin 2x}{2} dx + \frac{\pi}{2} \times \frac{\pi}{2} \times \frac{1}{2} \times 2 + \frac{\pi^2}{4} = \left[-\frac{\cos 2x}{2} \right]_0^{\frac{\pi}{2}} + \frac{\pi^2}{4} + \frac{\pi^2}{4}$$

$$= 1 + \frac{\pi^2}{2}$$



답안지 (자연계)

답안지 바코드

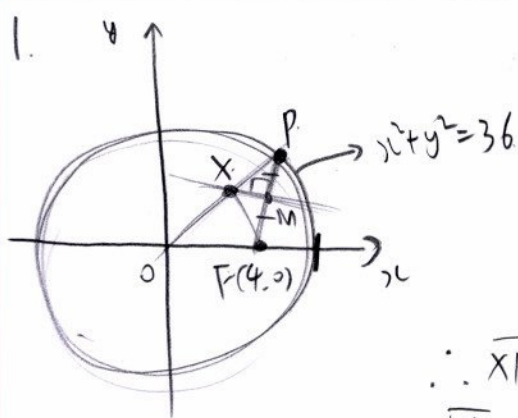


304793

| | |
|--------------------|--|
| 지원학과 | |
| 성명 | |
| 수험번호 | |
| 생년월일 (예:970301) | |

| 수험생 유의 사항 |
|---|
| 1. 답안지는 검정색 펜(볼펜, 연필, 샤프)으로 작성하십시오. (빨강색이나 파랑색 사용금지) |
| 2. 답안지를 수정할 경우 지우개(연필, 샤프 사용 시)를 사용하거나 두 줄을 긋고(볼펜 사용 시) 그 위에 재 작성하십시오. |
| 3. 답안과 관련 없는 표현이나 표시를 한 답안지는 "0"점 처리 됩니다. |
| 4. 본 고사는 답안지 1장 이내에 답안을 작성하여야 합니다. 답안지 교체는 가능하지만 기존 답안지 제출은 불가합니다. |

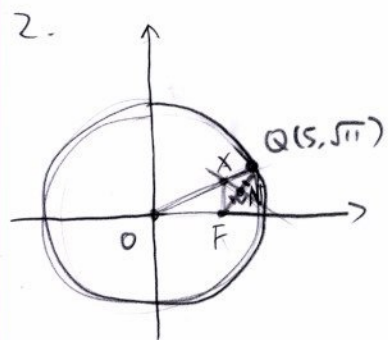
문제 1번 (반드시 해당문제와 일치하여야 함)



1. PF 의 중점을 M 이라 하자.
 $\triangle XMP$ 와 $\triangle XMF$ 에서
 XM 은 공통, $PM = MF$ ($\because M$ 은 중점)
 $\angle XMP = \angle XMF = \frac{\pi}{2}$ (\because 수직이등분)
 $\therefore \triangle XMP \cong \triangle XMF$ (SAS 합동)
 $\therefore XP = XF$ 이다.
 $XF = a$ 라하면 $OX = 6 - a$.

$XF + OX = 6$ 으른 항상 일정
 \therefore 점 X 의 자취 C 는 점 O, F 를 원점으로 하는 타원의 방정식이다.
 $XF + OX = 6, OF = 4$ 이므로 이 타원의 방정식은 다음과 같다

$$\frac{(x-2)^2}{9} + \frac{y^2}{5} = 1$$



2. FQ 의 중점을 N 이라 하자.
 $N(\frac{9}{\sqrt{11}}, \frac{\sqrt{11}}{2})$ 이고 FQ 의 기울기 $= \sqrt{11}$
 $\therefore N(\frac{9}{\sqrt{11}}, \frac{\sqrt{11}}{2})$ 을 지나고 기울기가 $-\frac{1}{\sqrt{11}}$ 인 직선이
 FQ 의 수직이등분선의 방정식이다.
따라서 이 직선의 방정식은 다음과 같다. $y = -\frac{1}{\sqrt{11}}x + \frac{10}{\sqrt{11}}$

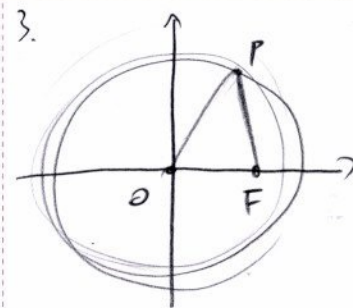
$$\therefore a = -\frac{\sqrt{11}}{11}, b = \frac{10\sqrt{11}}{11}$$

곡선 $C: \frac{(x-2)^2}{9} + \frac{y^2}{5} = 1$ 에서 기울기가 $-\frac{1}{\sqrt{11}}$ 인 접선의 방정식은 다음과 같다.

$$y = -\frac{1}{\sqrt{11}}(x-2) \pm \sqrt{\frac{9}{11} + 5} = -\frac{1}{\sqrt{11}}(x-2) \pm \frac{8}{\sqrt{11}}$$

$$\therefore \text{접선의 방정식은 } y = -\frac{1}{\sqrt{11}}x + \frac{10}{\sqrt{11}} \text{ 이므로 } y = -\frac{1}{\sqrt{11}}x - \frac{6}{\sqrt{11}} \dots \textcircled{2}$$

이중 ①식이 FQ 의 수직이등분선의 방정식과 일치하므로 이 수직이등분선은
곡선 C 의 접선이 됨을 알 수 있다.



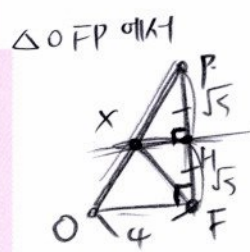
3. $2 \leq PF \leq 10, OF = 4, OP = 6$ 이고
각 $\angle OPF$ 를 θ 라 하자.
 θ 가 최대가 되려면 $\cos \theta$ 가 최소가 되어야 한다.
 $PF = \alpha$ 라 하자.

코사인 제이벡칙을 사용하면 다음과 같다.

$$\cos \theta = \frac{\alpha^2 + 36 - 16}{2 \times 6 \times \alpha} = \frac{\alpha^2 + 20}{12\alpha} = \frac{\alpha}{12} + \frac{5}{3\alpha}$$

$$\cos \theta = \frac{\alpha}{12} + \frac{5}{3\alpha} \geq 2\sqrt{\frac{5}{36}} = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

$\therefore \cos \theta$ 의 최솟값은 $\frac{\sqrt{5}}{3}$ 이며 이때 α 값은 $2\sqrt{5}$ 이다.



$\triangle OPF$ 에서 PF 의 중점을 H 라 하자.
 $(OP)^2 = (PF)^2 + (OF)^2$ 이므로
 $\angle OPF = \frac{\pi}{2}$
 $\therefore \triangle OXF$ 의 넓이 $= OF \times FH \times \frac{1}{2} = 2\sqrt{5}$.

문제 2번 (반드시 해당문제와 일치하여야 함)

1.

$$f(x) = \int_0^x \frac{1+\cos 2t}{2} dt + \int_0^{\pi-x} \frac{1-\cos 2t}{2} dt$$

$$= \left[\frac{t}{2} + \frac{\sin 2t}{4} \right]_0^x + \left[\frac{t}{2} - \frac{\sin 2t}{4} \right]_0^{\pi-x}$$

$$= \pi + \frac{\sin 2x}{2} \quad \therefore f(x) \text{의 최대} = \pi + \frac{1}{2} = a.$$

$$g(x) = \int_0^{\sin x} \sqrt{1-t^2} dt + \int_0^{\cos x} \sqrt{1-t^2} dt$$

$0 < x < \frac{\pi}{2}$

$$\int_0^{\sin x} \cos^2 t dt + \int_0^{\cos x} \sin^2 t dt = \left[\frac{t}{2} + \frac{\sin 2t}{4} \right]_0^{\sin x} + \left[\frac{t}{2} - \frac{\sin 2t}{4} \right]_0^{\cos x}$$

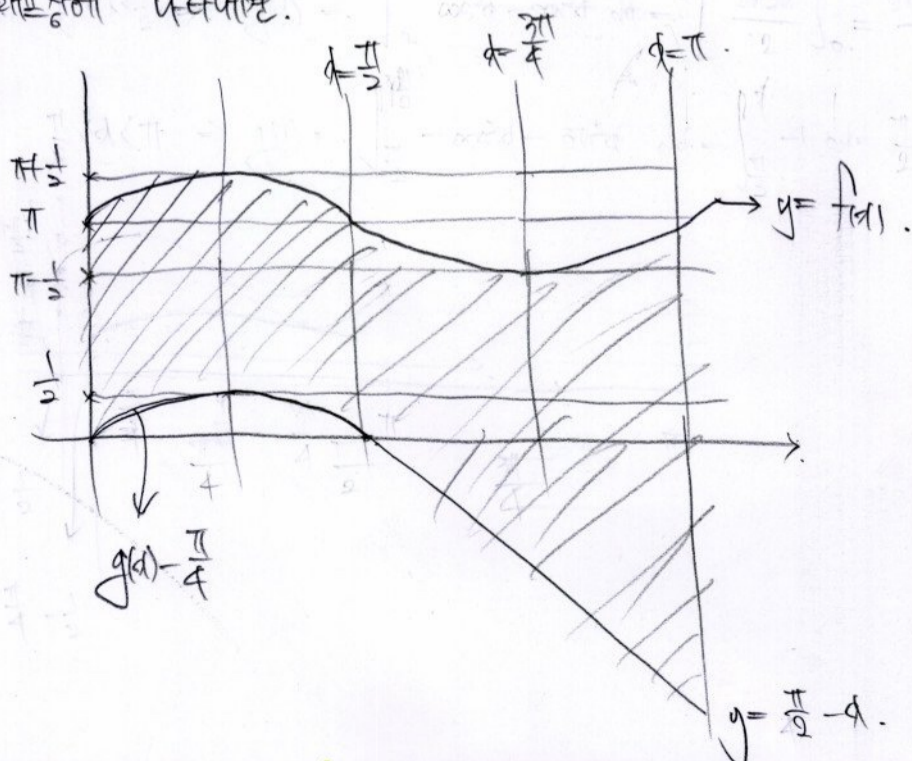
$$= \frac{\sin x}{2} + \frac{\sin 2x}{4} + \frac{\pi}{4} - \frac{\cos x}{2} + \frac{\sin 2x}{4} = \frac{\pi}{4} + \frac{\sin 2x}{2}$$

$\therefore g(x) \text{의 최대} = \frac{\pi}{4} + \frac{1}{2} = b \rightarrow a-b = \frac{\pi}{4}$

2. $g(x) = \begin{cases} \frac{\pi}{4} + \frac{\sin 2x}{2} & (0 < x < \frac{\pi}{2}) \\ \frac{3\pi}{4} - x & (\frac{\pi}{2} < x < \pi) \end{cases}$

$f(x) = \pi + \frac{\sin 2x}{2}$

그래프상에 나타내면.



생각할 부분을 이쯤부터로 하겠다. 부피 V.

$$V = \pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(\pi + \frac{\sin 2x}{2} \right)^2 - \left(\frac{\sin 2x}{2} \right)^2 dx + \pi \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \left(\pi + \frac{\sin 2x}{2} \right)^2 dx$$

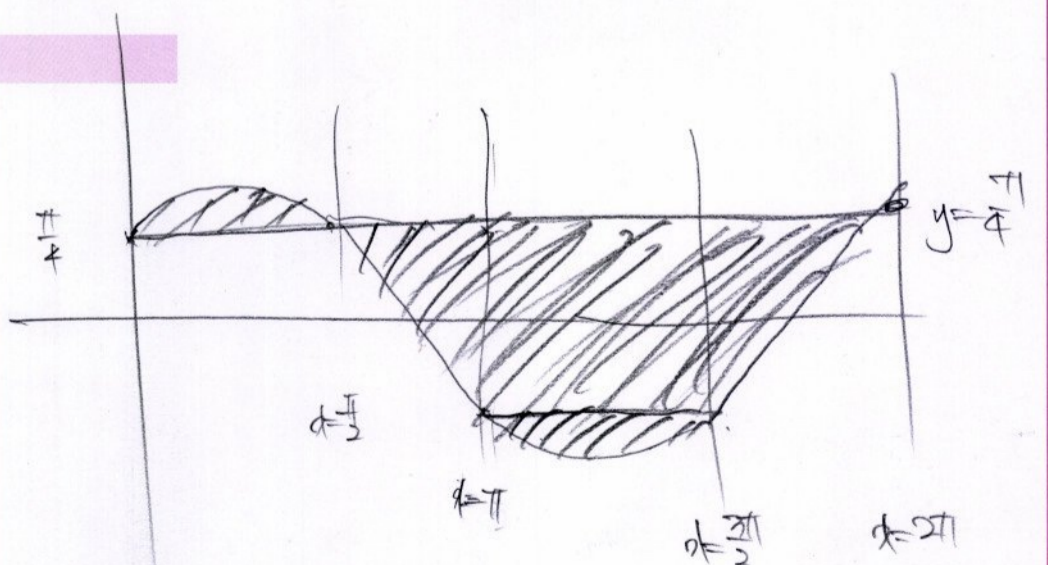
$$= \pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} \pi^2 + \pi \cdot \sin 2x dx + \pi \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \pi^2 + \pi \cdot \sin 2x + \frac{\sin^2 2x}{4} dx$$

$$= \pi \left[\pi^2 x - \frac{\pi}{2} \cos 2x \right]_0^{\frac{\pi}{2}} + \pi \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \frac{1 - \cos 4x}{8} dx$$

$$= \pi \left(\pi^3 - \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} \right) + \pi \cdot \left[\frac{x}{8} - \frac{\sin 4x}{32} \right]_{\frac{\pi}{2}}^{\pi}$$

$$= \pi^4 + \pi \left(\frac{\pi}{8} - \frac{\pi}{16} \right) = \pi^4 + \frac{\pi^2}{16}$$

3. $g(x) = \begin{cases} -\frac{\pi}{4} - \frac{\sin 2x}{2} & (\pi < x < \frac{3\pi}{2}) \\ x - \frac{3\pi}{4} & (\frac{3\pi}{2} < x < 2\pi) \end{cases}$



$$\therefore \text{답} = \frac{\pi}{2} \times \pi + \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin 2x \cdot dx$$

$$= \frac{\pi^2}{2} + \left[-\frac{\cos 2x}{2} \right]_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{\pi^2}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{\pi^2}{2} + 1 = A$$



답안지 (자연계)

답안지 바코드



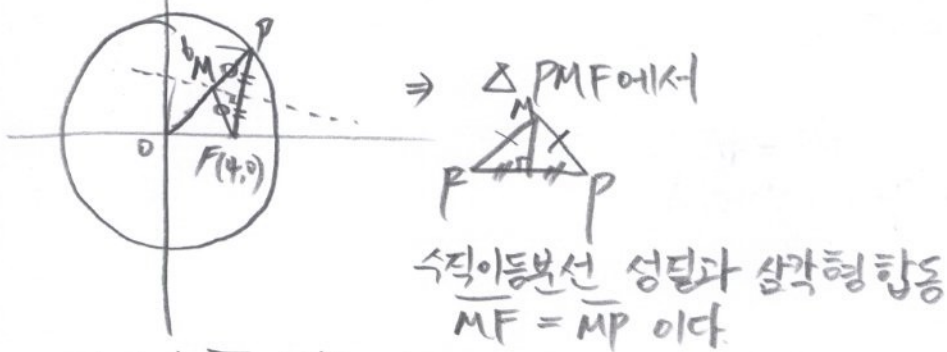
304620

| | |
|--------------------|--|
| 지원학과 | |
| 성명 | |
| 수험번호 | |
| 생년월일 (예:970301) | |

| 수험생 유의 사항 | |
|--|--|
| 1. 답안지는 검정색 펜(볼펜, 연필, 샤프)으로 작성하십시오. (빨간색이나 파란색 사용금지) | |
| 2. 답안지를 수정할 경우 지우개(연필, 샤프 사용 시)를 사용하거나 두 줄을 긋고(볼펜 사용 시) 그 위에 재 작성하십시오. | |
| 3. 답안과 관련 없는 표현이나 표시를 한 답안지는 "0"점 처리 됩니다. | |
| 4. 본 고사는 답안지 1장 이내에 답안을 작성하여야 합니다. 답안지 교체는 가능하지만 기존 답안지 제출은 불가합니다. | |

문제 1번 (반드시 해당문제와 일치하여야 함)

1. 우선 P가 이동하였을 때 점 X의 자취에 대하여 C를 구한다
경으로 접근하자



여기서 \overline{OP} 길이는 6으로 고정이고 $\overline{MP} = \overline{MF}$ 이며
 $\overline{OP} = \overline{OM} + \overline{MP} = \overline{OM} + \overline{MF}$ 이므로 점 X = 점 M 이므로
 점 X 자취는 O(원점) F(4,0)을 최점으로 하고
 장축길이 합이 6인 타원, 초점사이거리 4
 $\therefore X$ 의 자취 방정식 C: $\frac{(x-2)^2}{9} + \frac{y^2}{5} = 1$

2. Q(5, $\sqrt{11}$)은 우선 중심이 O(원점)이고 반지름 원위 점이다

(5, $\sqrt{11}$)과 (4,0) 이므로 이 직선은 $y = \sqrt{11}x - 4\sqrt{11}$
 여기서 선분 FQ의 수직이등분선 이므로
 기울기 $-\frac{1}{\sqrt{11}}$, $(\frac{9}{2}, \frac{\sqrt{11}}{2})$ 통과

\therefore 수직이등분선의 방정식 $y = -\frac{1}{\sqrt{11}}(x - \frac{9}{2}) + \frac{\sqrt{11}}{2}$
 $y = -\frac{1}{\sqrt{11}}x + \frac{10}{\sqrt{11}}$
 $\therefore a = -\frac{1}{\sqrt{11}}, b = \frac{10}{\sqrt{11}}$

이제 이 직선이 접선이 되는 여부를 식으로 따지자

OC: $\frac{(x-2)^2}{9} + \frac{y^2}{5} = 1$ 이고

타원의 접선기울기 $-\frac{1}{\sqrt{11}}$ 이라 하면 접선의 방정식유도를 통해

$$y = -\frac{1}{\sqrt{11}}(x-4) \pm \sqrt{9 + 5}$$

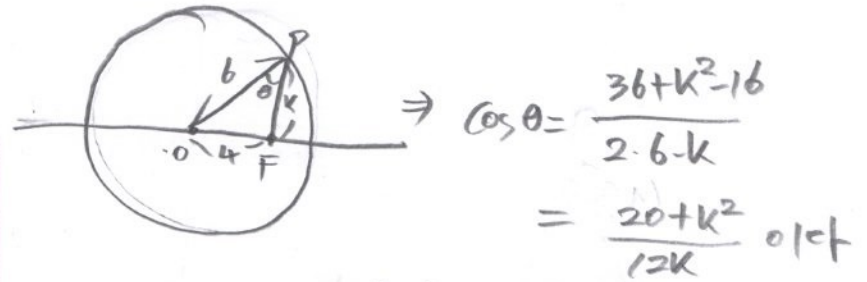
$$y = -\frac{1}{\sqrt{11}}x + \frac{4}{\sqrt{11}} \pm \frac{8}{\sqrt{11}} \rightarrow y = -\frac{1}{\sqrt{11}}x + \frac{10}{\sqrt{11}} \text{ O.K}$$

$$y = -\frac{1}{\sqrt{11}}x - \frac{4}{\sqrt{11}}$$

따라서 수직이등분선은 자취(곡선)의 접선.

3. $\angle OPF$ 가 Max가 된다

이런 상태가 되기 위해서는 제 2코사인법칙으로 접근하자



θ 가 Max이면 $\cos \theta$ 는 min으로
 k 는 양수이므로

$$\cos \theta = \frac{5}{3k} + \frac{k}{12} \geq \frac{2\sqrt{5}}{6} \text{ (산술가하)}$$

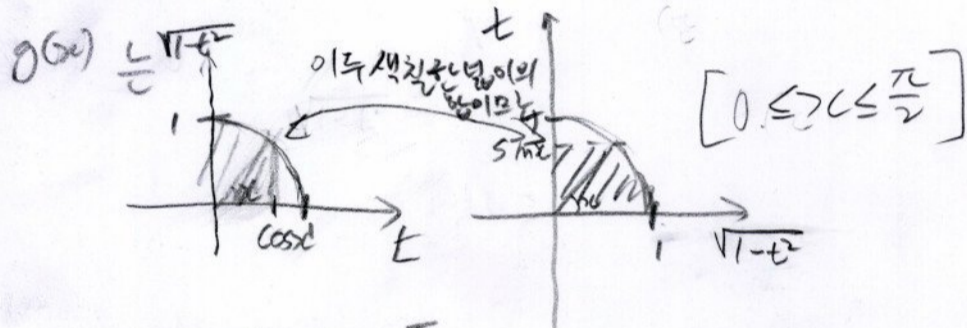
\therefore $\cos \theta = \frac{2\sqrt{5}}{6}$ 일때 θ 가 Max.

\therefore MAX는 $\triangle OPF$ 의 외접원의 중심이 된다.

$$S(\triangle OXF) = \frac{1}{2} \overline{OF} \cdot \overline{XE} = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot \sqrt{5} = 2\sqrt{5}$$

문제 2번 (반드시 해당문제와 일치하여야 함)

$$\begin{aligned}
 1. f(x) &= \int_0^x \cos^2 t dt + \int_0^{2\pi-x} \sin^2 t dt \\
 &= \left[\frac{t}{2} + \frac{\sin 2t}{4} \right]_0^x + \left[\frac{t}{2} - \frac{\sin 2t}{4} \right]_0^{2\pi-x} \\
 &= \pi + \frac{\sin 2x}{2}
 \end{aligned}$$

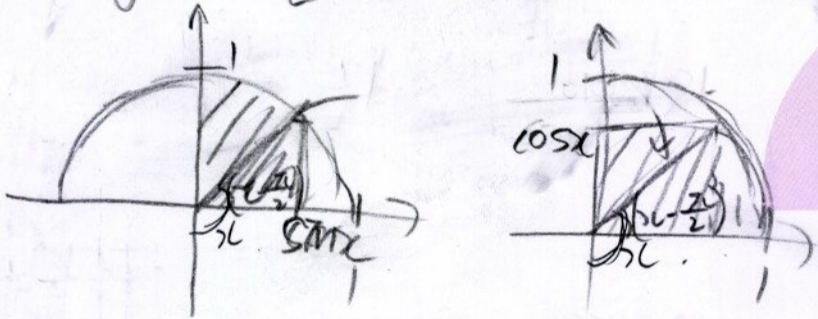


$$g(x) = \frac{\pi}{4} + \cos x \sin x = \frac{\pi}{4} + \frac{\sin 2x}{2}$$

π 에서 $f(x)$ 의 최대값은 $x = \frac{\pi}{4}$ 일 때 $\pi + \frac{1}{2} = a$
 $g(x)$ 의 최대값은 $x = \frac{\pi}{2}$ 일 때 $\frac{\pi}{4} + \frac{1}{2} = b$ 이므로

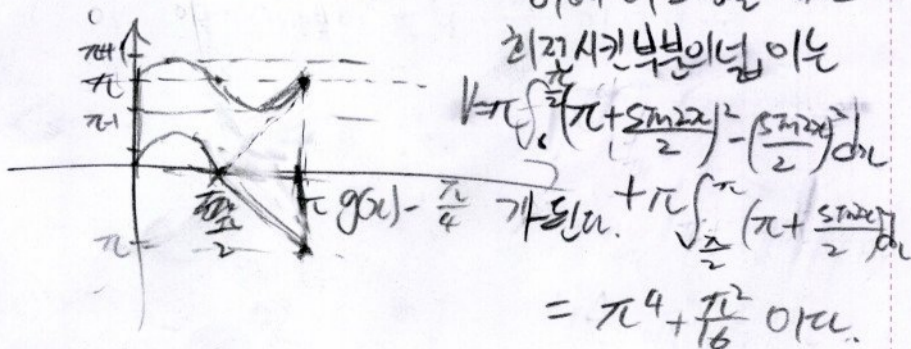
$$a - b = \frac{3\pi}{4} \text{ 이다.}$$

2. $g(x)$ 는 $[\frac{\pi}{2}, \pi]$ 에서

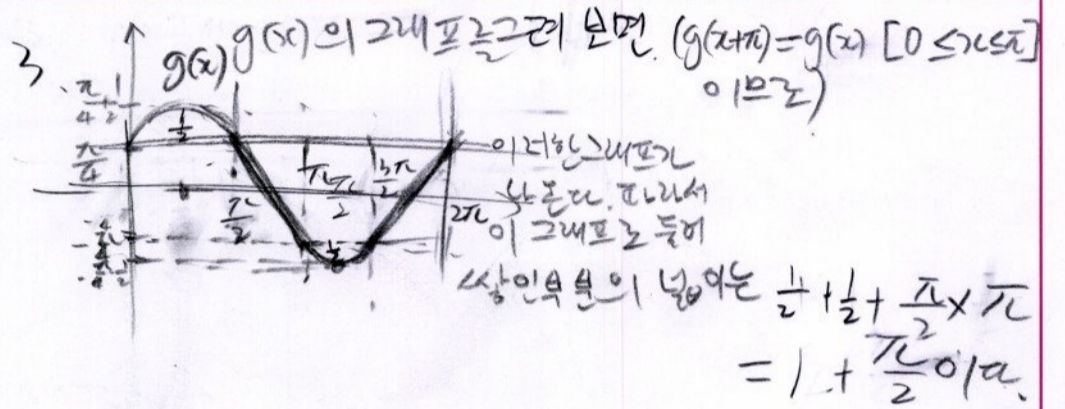


첫 번째 도형의 넓이 - 두 번째 도형의 넓이 이므로
 이므로 $(\frac{3\pi}{2} - 2) \cdot \frac{1}{2}$

이다. 이때 도형을 보면 이때 이 도형을 x축으로



$$\begin{aligned}
 & \int_{\pi/2}^{\pi} \left(\frac{\pi + \sin 2x}{2} - \frac{\sin 2x}{2} \right) dx \\
 & + \int_{\pi/2}^{\pi} \left(\frac{\pi + \sin 2x}{2} \right) dx \\
 & = \pi + \frac{\pi^2}{6} \text{ 이다.}
 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 & \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{\pi \times \pi}{2} \\
 & = 1 + \frac{\pi^2}{2} \text{ 이다.}
 \end{aligned}$$