한양대학교 2016학년도 신입학전형 수시

자 연 계

모 의 논 술

수험번호 (   )   성명 (   )

[문제 1] 다음 제시문을 읽고 물음에 답하시오. (50점)

> 0이 아닌 서로 다른 상수 p, q와 모든 실수 x에 대하여 $f(x) = p^x + q^x$으로 정의되는 함수 $f(x)$는 다음의 조건 (가)와 (나)를 만족한다.
>
> (가) $f(1) = 3$
>
> (나) 모든 자연수 m, n에 대해서 $f(m)f(n) = f(m+n) + f(m-n)$ 이다.

1. $f(3)$을 구하시오.

2. 상수 p, q를 구하시오.

3. 미분계수 $f'(a) = 1$ 이 되는 a는 구간 $[0,1]$에 몇 개가 되는가를 논하시오.

뒷면에 계속 ☞

[문제 2] 다음 제시문을 읽고 물음에 답하시오. (50점)

(가) 영이 아닌 실수 r과 자연수 m, n에 대하여 좌표평면에서 원점 $O(0,0)$, $(n,0)$, $(0,n)$, (n,n)을 꼭짓점으로 하는 정사각형의 영역을 S라 하자.

함수 $y=(r(x-1))^{\frac{1}{m}}$의 그래프에 의하여 영역 S가 원점을 꼭짓점으로 하는 영역 $A_{m,n}$과 그 나머지 영역 $B_{m,n}$으로 나누어진다. 영역 $A_{m,n}$의 넓이를 $a_{m,n}$, 영역 $B_{m,n}$의 넓이를 $b_{m,n}$이라 하자.

(나) 양의 실수 c에 대하여 $\lim\limits_{m\to\infty} c^{\frac{1}{m}}=1$이다.

(다) 수렴하는 수열 $\{a_n\}$과 $\{b_n\}$에 대하여

$\lim\limits_{n\to\infty}(a_n \cdot b_n)=\lim\limits_{n\to\infty}a_n \cdot \lim\limits_{n\to\infty}b_n$이 성립하며, $\lim\limits_{n\to\infty}a_n \neq 0$인 경우 $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{b_n}{a_n}=\dfrac{\lim\limits_{n\to\infty}b_n}{\lim\limits_{n\to\infty}a_n}$이 성립한다.

1. $a_{m,1}$과 $b_{m,1}$을 구하고 극한 $\lim\limits_{m\to\infty}\dfrac{b_{m,1}}{a_{m,1}}$에 관하여 논하시오.

2. 자연수 $n>1$와 $r>0$인 경우에 대하여 $a_{m,n}$과 $b_{m,n}$을 구하고 극한 $\lim\limits_{m\to\infty}\dfrac{b_{m,n}}{a_{m,n}}$에 관하여 논하시오.

3. 자연수 $n>1$와 $r<0$인 경우에 대하여 $a_{m,n}$과 $b_{m,n}$을 구하고 극한 $\lim\limits_{m\to\infty}\dfrac{b_{m,n}}{a_{m,n}}$에 관하여 논하시오.