

[문제 1] 다음 제시문을 읽고 물음에 답하시오. (50점)

(가) 영보다 큰 실수 z, w 에 의하여 평면에서의 영역 D 는 다음과 같이 정하여진다.

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : z \leq x \leq 2z, 0 \leq y \leq 2w\} \cup \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq 2z, w \leq y \leq 2w\}$$

(나) 폐구간 $[a, b]$ 에서 정의된 연속함수 $g(x) \geq 0$ 에 대하여 정적분 $\int_a^b g(x)dx$ 는 구간 $[a, b]$ 에서 함수 $g(x)$ 의 그래프에 의하여 정하여지는 영역의 넓이다.

1. 제시문 (가)에서 $z+w=10$ 인 경우에 영역 D 의 최대 넓이는 언제인가?
2. 지수함수 $f(x)=2^{cx}$ ($c \neq 0$)의 그래프에 의하여 영역 D 가 2부분으로 나누어질 조건과 3부분으로 나누어질 조건을 z, w, c 로 각각 표현하시오.
3. 문제 2에서 $c=-1$ 인 경우 3부분으로 나누어졌을 때, 나누어진 영역의 넓이를 z, w 로 각각 표현하시오.

[문제 2] 다음 제시문을 읽고 물음에 답하십시오. (50점)

(가) 함수 $f(x)$ 는 연속이고, 그 그래프가 원점에 대해 대칭이고, 모든 실수 x 에 대하여

$$f(x) = \frac{\pi}{4} \int_2^{x+2} f(t) dt$$

를 만족하고 $f(2) = 1$ 이 성립한다.

(나) (합성함수의 미분법) 미분가능한 두 함수 $y = g(z)$ 와 $z = h(x)$ 에 대해, 합성함수 $y = g(h(x))$ 는 미분가능하고 그 도함수는

$$y' = g'(h(x))h'(x)$$

로 주어진다.

1. $\int_0^2 xf(x+2)dx$ 의 값은?

2. $f''(x)$ 가 모든 실수 x 에 대해 정의되는가에 대하여 논하되, 반드시 제시문 (나)를 인용하십시오.

3. 제시문 (가)의 조건들을 모두 만족하는 함수 $f(x)$ 의 예를 드시오.