



자 연 계 열 (1)

성명		지원 학부·학과		수험 번호										
----	--	----------	--	-------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

유의 사항

1. 75분 안에 답안을 작성하십시오.
2. 답안지는 검정색 펜(볼펜, 연필, 샤프)으로 작성하십시오.
3. 답안지와 문제지, 연습지를 함께 제출하십시오.
4. 다음 경우는 0점 처리됩니다.
 - 1) 답안지를 검정색 펜(볼펜, 연필, 샤프)으로 작성하지 않은 경우
 - 2) 자신의 신원을 드러내는 표기나 표현을 한 경우
 - 3) 답안을 해당 답란에 작성하지 않은 경우

※ 감독의 지시가 있을 때까지 다음 장으로 넘기지 마시오.

[문제 1] 다음 제시문을 읽고 물음에 답하시오. (50점)

수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$, $\{c_n\}$ 이

$$a_n > 0, b_n \neq 0, c_n > 0 \quad (n = 1, 2, \dots)$$

을 만족시킬 때, A_n , B_n , C_n 을 다음과 같이 정의하자.

<가> A_n 은 곡선 $y = -x^2 + 2^n a_n$ 과 x 축으로 둘러싸인 부분을 y 축의 둘레로 회전시켜 생기는 회전체의 부피이다.

<나> B_n 은 정적분 $\int_0^1 (1 - \frac{1}{2^n b_n} \ln(x+1)) dx$ 의 값이다.

<다> C_n 은 곡선 $y = c_n 2^{-nx}$, x 축, y 축, $x=1$ 로 둘러싸인 부분을 x 축의 둘레로 회전시켜 생기는 회전체의 부피이다.

1. 모든 자연수 n 에 대하여 $A_n = 2\pi$ 로 일정할 때, 무한급수 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ 이 수렴하는지를 밝히고, 수렴하면 수렴하는 값을 구하시오.
2. 모든 자연수 n 에 대하여 $B_n = 2\pi$ 로 일정할 때, 무한급수 $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ 이 수렴하는지를 밝히고, 수렴하면 수렴하는 값을 구하시오.
3. 모든 자연수 n 에 대하여 $C_n = 2\pi$ 로 일정할 때, 무한급수 $\sum_{n=1}^{\infty} c_n$ 과 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{c_n}{\sqrt{n}}$ 이 수렴하는지를 각각 밝히고, 수렴하면 수렴하는 값을 구하시오.

[문제 2] 다음 제시문을 읽고 물음에 답하시오. (50점)

<가> 두 벡터 \vec{v} 와 \vec{w} 가 이루는 각을 θ 라 할 때, \vec{v} 와 \vec{w} 의 내적 $\vec{v} \cdot \vec{w}$ 를 다음과 같이 정의한다.

$$\vec{v} \cdot \vec{w} = |\vec{v}| |\vec{w}| \cos \theta$$

<나> 점 $E_1(1,0)$ 과 $E_2(0,1)$ 의 위치벡터를 각각 \vec{e}_1 과 \vec{e}_2 라 하자.

<다> 평면 위에 영벡터가 아닌 벡터 \vec{a} 와 \vec{e}_1 이 이루는 각은 θ_1 이고, θ_1 은 $0 < \theta_1 < \pi$ 를 만족시킨다.

<라> 벡터 $\vec{b} = \vec{a} + \vec{e}_1$ 과 \vec{e}_1 이 이루는 각은 θ_2 이다.

1. 제시문에서 주어진 두 벡터 \vec{a}, \vec{b} 에 대하여 $|\vec{a}| = \sqrt{2}$, $|\vec{b}| = 1$ 일 때, 내적 $\vec{a} \cdot \vec{b}$ 의 값을 구하시오.

2. 제시문에서 주어진 벡터 \vec{a} 의 x 성분과 y 성분을 θ_1 과 θ_2 로 나타내시오.

(단, θ_1, θ_2 는 제시문 <다>와 <라>에서 주어진 각이다.)

3. 제시문에서 주어진 θ_1, θ_2 에 대하여 부등식 $\sin(\pi - \theta_1) + \sin \theta_2 + \sin(\theta_1 - \theta_2) \leq \frac{3\sqrt{3}}{2}$ 이 성립함을 보이시오.