문제 1번 (반드시 해당문제와 일치하여야 함)

1. 제시문 (나)에서 k번째 항은 $\frac{2k+1}{k(k+1)(k+2)}$ 이다

$$\frac{2k+1}{k(k+1)(k+2)} = \frac{A}{k} + \frac{B}{k+1} + \frac{C}{k+2}$$
$$= \frac{A(k+1)(k+2)+Bk(k+2)+Ck(k+1)}{k(k+1)(k+2)}$$
$$= \frac{(A+B+C)k^2+(3A+2B+C)k+2A}{k(k+1)(k+2)}$$

$\therefore A+B+C=0 \cdots ①$

$3A+2B+C=2 \cdots ②$

$2A=1 \cdots ③$

①, ②, ③을 연립하면 $A=\frac{1}{2}$ $B=1$ $C=-\frac{3}{2}$

2. 제시문 (4)에서 제 1항에서 제 n항까지의 부분합 S_n에 대하여

$$S_n = \left(\frac{\frac{1}{2}}{1}+\frac{1}{2}+\frac{-\frac{3}{2}}{3}\right)+\left(\frac{\frac{1}{2}}{2}+\frac{1}{3}+\frac{-\frac{3}{2}}{4}\right)+\left(\frac{\frac{1}{2}}{3}+\frac{1}{4}+\frac{-\frac{3}{2}}{5}\right)$$
$$\cdots+\left(\frac{\frac{1}{2}}{n-1}+\frac{1}{n}+\frac{-\frac{3}{2}}{n+1}\right)+\left(\frac{\frac{1}{2}}{n}+\frac{1}{n+1}+\frac{-\frac{3}{2}}{n+2}\right)$$
$$= \frac{5}{4}+\left(\frac{\frac{1}{2}}{3}+\frac{1}{3}+\frac{-\frac{3}{2}}{3}\right)+\cdots+\left(\frac{\frac{1}{2}}{n}+\frac{1}{n}+\frac{-\frac{3}{2}}{n}\right)$$
$$+\frac{-\frac{3}{2}}{n+1}+\frac{1}{n+1}+\frac{-\frac{3}{2}}{n+2}$$
$$= \frac{5}{4}-\frac{1}{2}\left(\frac{1}{n+1}+\frac{3}{n+2}\right)$$
$$= \frac{5}{4}-\frac{1}{2}\left(\frac{4n+5}{(n+1)(n+2)}\right)$$
$$= \frac{5}{4}-\frac{2n+\frac{5}{2}}{n^2+3n+2}$$

$\therefore D = 2n+\frac{5}{2}$

3 $\frac{1}{2}\left[\left(1-\frac{1}{3}\right)\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right)+\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{4}\right)\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}\right)+\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{5}\right)\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}\right)\cdots\right]$

$= \frac{1}{2}\left[\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right)+\frac{1}{2}\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}\right)+\frac{1}{3}\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{5}\right)+\frac{1}{4}\left(\frac{1}{5}+\frac{1}{6}\right)\cdots\right]$

$\frac{1}{3}\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{5}\right)+\frac{1}{4}\left(\frac{1}{5}+\frac{1}{6}\right)+\cdots+\frac{1}{n+2}\left(\frac{1}{n+3}+\frac{1}{n+4}\right)=T_n$

$$T_n = \sum_{k=1}^{n}\frac{1}{k+2}\left(\frac{1}{k+3}+\frac{1}{k+4}\right)$$
$$= \sum_{k=1}^{n}\frac{2(k+2)+3}{(k+2)(k+3)(k+4)}$$

T_n을 제시문 (나)와 같은 방법으로 풀면

$$\frac{2k+7}{(k+2)(k+3)(k+4)} = \frac{\frac{3}{2}}{k+2}+\frac{-1}{k+3}+\frac{-\frac{1}{2}}{k+4}$$
$$T_n = \sum_{k=1}^{n}\frac{\frac{3}{2}}{k+2}+\frac{-1}{k+3}+\frac{-\frac{1}{2}}{k+4}$$
$$= \frac{5}{8}+\frac{-\frac{3}{2}}{n+3}+\frac{-\frac{1}{2}}{n+4}$$
$$= \frac{5}{8}-\frac{1}{2}\left(\frac{3}{n+3}+\frac{1}{n+4}\right)$$
$$= \frac{5}{8}-\frac{2n+\frac{15}{2}}{n^2+7n+12}$$

$\lim_{n\to\infty}T_n=\frac{5}{8}$ 이다

$$E=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n+2}\left(\frac{1}{n+3}+\frac{1}{n+4}\right)=\lim_{n\to\infty}T_n=\frac{5}{8}$$

$\therefore E=\frac{5}{8}$

2014학년도 수시 대비

2차 모의논술 문항별 우수답안 첨삭

■ 첨 삭

계열		문항
자연계열		1번
점 수	50 점 / 50 점	
첨 삭	수험생들이 기억해둘 것 중 하나는 수리논술은 단순한 문제풀이가 아니라 수리적 글쓰기라는 점이다. 이런 측면에서 본 답안지의 문항1의 부분문제 2의 답안을 평하고자 한다. 해당 답안은 문제에서 요구하는 답을 정확히 도출해내었고 풀이과정 또한 별 문제가 없어 보인다. 그러나 예시답안의 풀이과정을 들여다보면 부분합 내에서 몇 개의 항을 제외한 나머지 항들은 서로 상쇄되어 부분합이 간단히 표현됨을 알 수 있다. 따라서 서로 상쇄되는 패턴이 어떤 것인지를 답안에 나타내었다면 채점자에게 확실히 어필할 수 있을 것인데, 본 답안지에는 그러한 점이 보이지 않는다. 본 시험이 모의 논술인 관계로 가급적 후하게 채점을 하였으나, 실제 논술시험이라면 핵심이 되는 요소를 언급하여 채점자가 빠르게 답안의 의도를 파악하도록 하는 쪽과 그렇지 않은 쪽은 분명 득점의 차이가 있게 될 것이다.	

■ 출제의도 및 평가지침은 입학종합홈페이지(http://go.hanyang.ac.kr) 참고

응시생 2

문제 1번 (반드시 해당문제와 일치하여야 함)

1)

급수의 항의 분자만을 보면 3,5,7, 9, … 의 형태로 증가하고 있으므로 k번째 항의 분자는 $(2k+1)$ 이다.

마찬가지로, k번째 항의 분모는 $k(k+1)(k+2)$ 이므로

급수의 k번째 항을 a_k라 하면 $a_k=\frac{2k+1}{k(k+1)(k+2)}$ 이다.

$$a_k=\frac{A}{k}+\frac{B}{k+1}+\frac{C}{k+2}=\frac{A(k^2+3k+2)+B(k^2+2k)+C(k^2+k)}{k(k+1)(k+2)}$$

$$=\frac{(A+B+C)k^2+(3A+2B+C)k+2A}{k(k+1)(k+2)}$$

이때, $A+B+C=0$, $3A+2B+C=2$, $2A=1$ 이므로

$A=\frac{1}{2}$, $B=1$, $C=-\frac{3}{2}$ 이다.

2)

위 1번에서 k번째 항 $a_k=\frac{\frac{1}{2}}{k}+\frac{1}{k+1}-\frac{\frac{3}{2}}{k+2}$ 을 구했다.

$$\sum_{k=1}^{n}\left(\frac{1}{2k}+\frac{1}{k+1}-\frac{3}{2k+4}\right)$$

$$=\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}-\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{3}-\frac{3}{8}+\cdots+\frac{1}{2n-2}+\frac{1}{n}-\frac{3}{2n+2}\right.$$

$$\left.+\frac{1}{2n}+\frac{1}{n+1}-\frac{3}{2n+4}\right)=\frac{5}{4}-\frac{2n+\frac{5}{2}}{n^2+3n+2}$$

따라서 $D=2n+\frac{5}{2}$ 이다.

3)

$a_n=\frac{1}{n(n+2)}\left[1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{n+2}\right]$ 라고 하자.

$$S_n=\sum_{k=1}^{n}a_k=\frac{1}{2}\sum_{k=1}^{n}\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+2}\right)\left[1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{n+2}\right]$$

$$=\frac{1}{2}\left(1-\frac{1}{3}\right)\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right)+\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{4}\right)\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}\right)+\frac{1}{2}\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{5}\right)\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}\right)$$

$$+\cdots+\frac{1}{2}\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+2}\right)\left[1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{n+2}\right]$$

$$=\frac{1}{2}\left(1-\frac{1}{3}+\frac{1}{2}-\frac{1}{4}+\frac{1}{3}-\frac{1}{5}+\cdots+\frac{1}{n-1}-\frac{1}{n+1}+\frac{1}{n}-\frac{1}{n+2}\right)\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right)$$

$$+\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{4}+\frac{1}{3}-\frac{1}{5}+\cdots+\frac{1}{n-1}-\frac{1}{n+1}+\frac{1}{n}-\frac{1}{n+2}\right)\left(\frac{1}{4}\right)$$

$$+\frac{1}{2}\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{5}+\frac{1}{4}-\frac{1}{6}+\cdots+\frac{1}{n-1}-\frac{1}{n+1}+\frac{1}{n}-\frac{1}{n+2}\right)\left(\frac{1}{5}\right)$$

$$+\cdots+\frac{1}{2}\left(\frac{1}{n-1}-\frac{1}{n+1}+\frac{1}{n}-\frac{1}{n+2}\right)\left(\frac{1}{n+1}\right)+\frac{1}{2}\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+2}\right)\left(\frac{1}{n+2}\right)$$

$$=\frac{1}{2}\left(1+\frac{1}{2}-\frac{2n+3}{n^2+3n+2}\right)\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right)+\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{2n+3}{n^2+3n+2}\right)\left(\frac{1}{4}\right)$$

$$+\frac{1}{2}\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{4}-\frac{2n+3}{n^2+3n+2}\right)\left(\frac{1}{5}\right)+\cdots+\frac{1}{2}\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+2}\right)\left(\frac{1}{n+2}\right)$$

$$S=\lim_{n\to\infty}S_n=\left[\frac{1}{2}\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right)+\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right)+\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\left(\frac{1}{4}\right)+\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}\left(\frac{1}{4}\right)\right.$$

$$\left.+\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}\left(\frac{1}{5}\right)+\frac{1}{2}\times\frac{1}{4}\left(\frac{1}{5}\right)+\frac{1}{2}\times\frac{1}{4}\times\frac{1}{6}+\frac{1}{2}\times\frac{1}{5}\times\frac{1}{6}+\cdots\right]$$

$$=\frac{1}{2}\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right)+\frac{1}{4}\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}\right)$$

$$+\frac{1}{2}\left(\sum_{n=3}^{\infty}\frac{1}{n(n+1)}+\sum_{n=3}^{\infty}\frac{1}{n(n+2)}\right)$$

제시문 (가)의 방법에 의해 $\sum_{n=3}^{\infty}\frac{1}{n(n+1)}=\frac{1}{3}$, $\sum_{n=3}^{\infty}\frac{1}{n(n+2)}=\frac{7}{24}$

따라서, $E=\frac{1}{3}+\frac{7}{24}=\frac{15}{24}=\frac{5}{8}$ 이다.

2014학년도 수시 대비

2차 모의논술 문항별 우수답안 첨삭

■ 첨 삭

계열		문항
자연계열		1번
점 수	50 점 / 50 점	
첨 삭	부분문항 2의 예시답안에서 풀이과정을 들여다보면 부분합내에서 몇 개의 항을 제외한 나머지 항들은 서로 상쇄되어 부분합이 간단히 표현됨을 알 수 있다. 이를 학생의 답안과 비교해보면, 문제에서 요구하는 답을 정확히 도출해 내긴했지만, 서로 상쇄되는 패턴이 어떤 것인지가 답안에 나타나 있지 않다. 채점자의 입장에서는 수험생이 문제를 대략 유추하여 푼 것이 아닌가 하는 의심도 해볼 수 있다. 이번 시험이 모의 논술인 관계로 가급적 후하게 채점을 하였으나, 실제 논술 시험이라면 핵심이 되는 요소를 언급하여 채점자가 빠르게 답안의 의도를 파악하도록 하는 쪽과 그렇지 않은 쪽은 분명 득점의 차이가 있게 될 것이다.	

■ 출제의도 및 평가지침은 입학종합홈페이지(http://go.hanyang.ac.kr) 참고

응시생 3

문제 1번 (반드시 해당문제와 일치하여야 함)

1. 다음무한급수의 K번째 항은 $\frac{2K+1}{K(K+1)(K+2)}$ 이다

이때 $\frac{2K+1}{K(K+1)(K+2)}$와 $\frac{A}{K}+\frac{B}{K+1}+\frac{C}{K+2}$는 같아야 하므로

$$\frac{2K+1}{K(K+1)(K+2)}=\frac{(A+B+C)K^2+(3A+2B+C)K+2A}{K(K+1)(K+2)}$$ 이다

따라서 $A+B+C=0$ —① $3A+2B+C=2$ —② $2A=1$ 이므로

$A=\frac{1}{2}$ 이고 ①과 ②를 연립하면

$$\begin{array}{r} \frac{1}{2}+B+C=0 \\ -\ \frac{3}{2}+2B+C=0 \\ \hline -1-B=-2 \end{array}$$ 이므로

$B=1$ 이다

따라서 $C=-\frac{3}{2}$이다.

그러므로 $A=\frac{1}{2}$ $B=1$ $C=-\frac{3}{2}$

2. S_n에서 서로 상쇄되는 항을 찾을수 있다.

S_n을 나열해 보는데 이때 1번의 A를 쓰고 $B=2A$ $C=-3A$를 사용하면

(a_1의두번째수)

$$\underbrace{A+A-A}_{a_1}+\underbrace{\frac{A}{2}+\frac{2}{3}A-\frac{3}{4}A}_{a_2}+\underbrace{\frac{A}{3}+\frac{2}{4}A-\frac{3}{5}A}_{a_3}+\cdots+\underbrace{\frac{A}{n}+\frac{2A}{n+1}-\frac{3A}{n+2}}_{a_n}$$

(a_1의첫번째수) (a_1의 3번째수)

이 된다 이때 a_1의 3번째수 a_2의 2번째수 a_3의 첫번째수를 더하면 0이 되므로 a_{n-2}의 3번째 a_{n-1}의 2번째 a_n 의 3번째를 모두더하면 0이다. 따라서 S_n을 다시한번 나열하면

$$A+A\cancel{-A}+\frac{A}{2}+\cancel{\frac{2}{3}A}\cancel{-\frac{3}{4}A}+\cancel{\frac{A}{3}}+\cancel{\frac{2}{4}A}\cancel{-\frac{3}{5}A}+\cdots\cancel{\frac{A}{n-2}}+\cancel{\frac{2A}{n-1}}\cancel{-\frac{3A}{n}}$$

$$+\cancel{\frac{A}{n-1}}+\cancel{\frac{2A}{n}}-\frac{3A}{n+1}+\cancel{\frac{A}{n}}+\frac{2A}{n+1}-\frac{3A}{n+2}$$ 이므로

$S_n=\frac{5}{2}A-\frac{3A}{n+1}+\frac{2A}{n+1}-\frac{3A}{n+2}$가된다. 이식을 $A=\frac{1}{2}$을넣고

정리하면 $\frac{5}{4}-\frac{2n+\frac{5}{2}}{(n+1)(n+2)}$ 가 되므로

제시문 (나)의 $D=2n+\frac{5}{2}$가 된다.

3. 제시문 (다)의 식을 나열해보면

$$1\cdot\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right)-\frac{1}{3}\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right)+\frac{1}{2}\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}\right)-\frac{1}{4}\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}\right)$$

$$+\frac{1}{3}\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}\right)-\frac{1}{5}\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}\right)+\cdots$$

$$\cdots+\frac{1}{n-2}\left(1+\frac{1}{2}+\cdots+\frac{1}{n-1}+\frac{1}{n}\right)-\frac{1}{n}\left(1+\frac{1}{2}+\cdots+\frac{1}{n-1}+\frac{1}{n}\right)$$

$$+\frac{1}{n-1}\left(1+\frac{1}{2}+\cdots\frac{1}{n}+\frac{1}{n+1}\right)-\frac{1}{n+1}\left(1+\frac{1}{2}+\cdots\frac{1}{n}+\frac{1}{n+1}\right)$$

$$+\frac{1}{n}\left(1+\frac{1}{2}+\cdots\frac{1}{n+1}+\frac{1}{n+2}\right)-\frac{1}{n+2}\left(1+\frac{1}{2}+\cdots\frac{1}{n+1}+\frac{1}{n+2}\right)$$ 이다.

이때 도역시 일부분의 식들끼리 지워지는데 지울수있는 식을 지우면

$$\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right)+\frac{1}{2}\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}\right)+\frac{1}{3}\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{5}\right)+\frac{1}{4}\left(\frac{1}{5}+\frac{1}{6}\right)+\cdots\frac{1}{n}\left(\frac{1}{n+1}+\frac{1}{n+2}\right)$$

$$-\frac{1}{n+1}\left(1+\frac{1}{2}+\cdots\frac{1}{n}+\frac{1}{n+1}\right)-\frac{1}{n+2}\left(1+\frac{1}{2}+\cdots\frac{1}{n+1}+\frac{1}{n+2}\right)$$ 이와같이된다

이때의 이 식을 S_n이라 한다

그런데 여기서 $\frac{1}{3}\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{5}\right)+\frac{1}{4}\left(\frac{1}{5}+\frac{1}{6}\right)+\cdots\frac{1}{n}\left(\frac{1}{n+1}+\frac{1}{n+2}\right)$

$$=\left(\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{4}+\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{5}+\cdots+\frac{1}{n}\cdot\frac{1}{n+1}\right)+\left(\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{5}+\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{6}+\cdots+\frac{1}{n}\cdot\frac{1}{n+2}\right)$$

$$=\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\frac{1}{4}-\frac{1}{5}+\cdots\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}\right)+\frac{1}{2}\left(\frac{1}{3}-\cancel{\frac{1}{5}}+\frac{1}{4}-\cancel{\frac{1}{6}}+\cdots\cancel{\frac{1}{n-1}}-\frac{1}{n+1}+\cancel{\frac{1}{n}}-\frac{1}{n+2}\right)$$

$$=\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{n+1}\right)+\frac{1}{2}\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{4}-\frac{1}{n+1}-\frac{1}{n+2}\right)$$ 이다 —①

제시문 (다)의 식은 S_n을 구하므로 S_n의 뒤의 식

$$-\frac{1}{n+1}\left(1+\frac{1}{2}+\cdots\frac{1}{n}+\frac{1}{n+1}\right)-\frac{1}{n+2}\left(1+\frac{1}{2}+\cdots\frac{1}{n+1}+\frac{1}{n+2}\right)$$은

0으로 수렴하며 ① 의식역시 $\frac{1}{3}+\frac{1}{2}\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{4}\right)$만남는다.

따라서 $S=\frac{1}{2}\left[\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right)+\frac{1}{2}\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}\right)+\frac{1}{3}+\frac{1}{6}+\frac{1}{8}\right]$

이므로 $E=\frac{1}{3}+\frac{1}{6}+\frac{1}{8}=\frac{8+4+3}{24}=\frac{15}{24}$

$=\frac{5}{8}$

$\therefore E=\frac{5}{8}$

이 줄 아래는 답안 작성을 하지 말것

2014학년도 수시 대비

2차 모의논술 문항별 우수답안 첨삭

■ 첨 삭

계열		문항
자연계열		1번
점 수	50 점 / 50 점	
첨 삭	1번문항의 부분문제 2, 3번에서의 핵심은 부분합 또는 무한합에서 서로 상쇄되는 항들의 짝을 찾아 합을 간단히 만드는 것이다. 대분분의 학생들이 식을 적당히 나열하여 은근 슬쩍 넘어간 반면, 본 답안의 부분문제 2번에서는 상쇄되는 패턴이 어떤 것인지 설명하려는 의도가 보이며, 결과적으로 채점자가 답안의 요지를 정확히 파악하도록 한 점이 돋보인다.	

■ 출제의도 및 평가지침은 입학종합홈페이지(http://go.hanyang.ac.kr) 참고