※ 예 : 1995년 2월 1일→950201

한양대학교

모의논술답안지 (자연계)

※ 감독관 확인란

인

-유의사항-
1. 답안지는 검정색 펜(볼펜, 연필, 샤프)으로 작성
2. 답안지를 수정할 경우 지우개(연필, 샤프 사용시)
그 위에 재 작성하십시오.
3. 답안과 관련 없는 표현이나 표시를 한 답안지는
4. 본 고사는 답안지 1장 이내에 답안을 작성 하여야
답안지 교체는 가능하지만 기존 답안지 제출은 불

문제 1번 (반드시 해당문제와 일치하여야 함)

[논제1]

함수 $f(x)$가 $x=a$에서 미분가능 하다면,

$$\lim_{h\to 0}\frac{f(a+h)-f(a)}{h} = C \quad (\text{단, } C\text{는 상수})$$

또한, $\lim_{h\to 0} h = 0$ 이므로

$$\lim_{h\to 0}\frac{f(a+h)-f(a)}{h}\cdot h = \lim_{h\to 0}[f(a+h)-f(a)] = 0 \text{ 이다.}$$

$\lim_{h\to 0} f(a) = f(a)$ 이므로

$$\lim_{h\to 0}[f(a+h)-f(a)+f(a)] = f(a)$$

$\therefore \lim_{h\to 0} f(a+h) = f(a)$ 이다.

[논제2]

① $f(x)$가 $x=a$에서 연속이면,

$\lim_{n\to\infty} a_n = a$ 인 모든 수열 $\{a_n\}$에 대해 $\lim_{n\to\infty} f(a_n) = f(a)$

이다.

$a_n = a+\frac{1}{n}$ 이면, $\lim_{n\to\infty} a_n = a$ 이므로 $\lim_{n\to\infty} f(a+\frac{1}{n}) = f(a)$

$a_n = a-\frac{1}{n}$ 이면, $\lim_{n\to\infty} a_n = a$ 이므로 $\lim_{n\to\infty} f(a-\frac{1}{n}) = f(a)$

따라서, $A_n = f(a+\frac{1}{n})$과 $B_n = f(a-\frac{1}{n})$의 극한이 존재하고

$f(a)$와 같으므로 $f(x)$는 S연속이다

② 함수 $f(x)$가 $\begin{cases} 1 & [x=\frac{1}{n}\,(n\text{은 0이 아닌 정수}),\ x=0] \\ 0 & (x\neq\frac{1}{n}\,(n\text{은 0이 아닌 정수}),\ x\neq 0] \end{cases}$

로 정의 되어 있다면,

$A_n = f(0+\frac{1}{n})$의 극한이 1로 존재하고,

$B_n = f(0-\frac{1}{n})$의 극한이 1로 존재하며

그 값이 $f(0)=1$과 같으므로 S-연속이다.

하지만, $\lim_{h\to 0} f(0+h)$이 존재하지 않으므로

$f(x)$는 불연속인 함수이다.

일반적인 함수 $f(x)$에 대하여,

$x=a$에서 연속이 S-연속이기 위한 충분 조건 이지만

필요 조건은 아니다

[논제3]

1-1 $x=0$에서의 연속성

$-h^2 \le h^2\sin\frac{1}{h} \le h^2$ 이다. 따라서,

$\lim_{h\to 0} -h^2 \le \lim_{h\to 0} h^2\sin\frac{1}{h} \le \lim_{h\to 0} h^2$ 이므로 $\lim_{h\to 0} h^2\sin\frac{1}{h} = 0$ 이다

또한, $g(0)$은 0이므로

$g(x)$는 $x=0$에서 연속이다.

1-2 $x\neq 0$에서의 연속성

$f(x)=\frac{1}{x}$은 $x\neq 0$에서 미분가능하고,

$h(x)=\sin x$ 또한 $f(x)$의 치역의 모든 실수에서 미분가능

하므로, $h(f(x)) = \sin\frac{1}{x}$ 이 $x\neq 0$에서 미분가능하다.

따라서, $x\neq 0$에서 $g(x) = x^2\sin\frac{1}{x}$ 이

미분가능하므로 $x\neq 0$에서 연속이다.

1-3 S-연속성

$g(x)$가 모든 실수에서 연속이므로 모든 실수에서 S-연속이다

[논제4]

1-1. 연속성

음이 아닌 실수 a에 대하여, $\lim_{h\to 0} h(a+h)$의 값이

존재하지 않으므로 $h(x)$는 각점 $x=a$에서 불연속이다

1-2. S-연속성

① $a=0$ 일때, $f(0)=1$이다.

n이 자연수 일때, $\frac{1}{n}$은 양의 유리수이므로 모든 n에

대하여 $f(\frac{1}{n})=1$ 이다. $\therefore \lim_{n\to\infty} f(\frac{1}{n})=1$ 이다.

n이 자연수 일때, $-\frac{1}{n}$은 음의 유리수이므로 모든 n에

대하여 $f(-\frac{1}{n})=0$ 이다. $\therefore \lim_{n\to\infty} f(-\frac{1}{n})=0$ 이다.

따라서, $h(x)$는 $x=0$에서 S-불연속이다.

② a가 양의 유리수일때 $f(a)=1$이고,

위와 같은 방법으로 $\lim_{n\to\infty} f(a+\frac{1}{n})=1$ 이다.

n이 충분히 크면 $a-\frac{1}{n}$ 또한 양의 유리수 이므로

$\lim_{n\to\infty} f(a-\frac{1}{n})=1$ 이다. 따라서, $h(x)$는 x가 양의 유리수이면

S-연속이다.

③ a가 양의 무리수일때, $f(a)=0$ 이다

그런데, n이 자연수 일때 $\frac{1}{n}$이 양의 유리수이므로

$a+\frac{1}{n}$은 양의 무리수이다 따라서, $\lim_{n\to\infty} f(a+\frac{1}{n})=0$이다

적당히 큰 n에 대해 $a-\frac{1}{n}$이 양의 무리수 이므로

$\lim_{n\to\infty} f(a-\frac{1}{n})=0$ 이다. $\therefore h(x)$는 음이아닌 실수 a에 대해 $x=a$에서 S-연속이다

이 줄 아래는 답안 작성을 하지 말것

문제 2번 (반드시 해당문제와 일치하여야 함)

[논제 1]

복소계수 다항식 $f(x)$, $x-z$에 대하여 $f(x)=Q(x)(x-z)+r(x)$인 복소계수 다항식 $Q(x)$, $r(x)$가 존재한다. 이때, z가 방정식 $f(x)=0$의 근이므로, $f(z)=0$이다. 따라서,

$f(z)=0\times Q(z)+r(z)=0$ 이므로 $r(z)=0$.

따라서, $x-z$는 $f(x)$의 약수이다

[논제 2]

복소수를 계수로 하는 일차다항식은 모두 일차식의 곱으로 분해된다.

차수가 k인 복소계수 다항식은 모두 일차식의 곱으로 분해된다고 하자

차수가 $k+1$인 복소계수다항식 $f(x)$가 $a_{k+1}x^{k+1}+a_kx^k+\cdots+a_1x+a_0$이라 하자. 이때, $f(x)=0$은 어떤 근 α를 가진다.

그러면 $(x-\alpha)$가 $f(x)$의 약수이므로

$f(x)=(x-\alpha)Q(x)$이다. 이때, $Q(x)$는 차수가 k인 복소계수 다항식이므로 일차식의 곱으로 분해된다.

따라서 $f(x)$는 일차식의 곱으로 분해된다.

이 결과는 모든 $a_{k+1}, a_k, \ldots, a_1, a_0$에 대해 성립하므로

복소계수 다항식은 복소계수의 일차식의 곱으로 분해된다.

[논제 3]

복소수 z가 방정식 $a_nx^n+a_{n-1}x^{n-1}+\cdots+a_1x+a_0=0$의 근이므로,

$a_nz^n+a_{n-1}z^{n-1}+\cdots+a_1z+a_0=0$ 이다

0은 실수 이므로 $\overline{0}=0$ 이다

따라서,

$\overline{a_nz^n+a_{n-1}z^{n-1}+\cdots a_1z+a_0}=0$ 이므로

$\overline{a_nz^n}+\overline{a_{n-1}z^{n-1}}+\cdots+\overline{a_1z}+\overline{a_0}=0$이다.

$\overline{a_k}=a_k$ 이므로 ($k=1,2,3\ldots n$이다)

$a_n\overline{z^n}+a_{n-1}\overline{z^{n-1}}+\cdots+a_1\overline{z}+a_0=0$이다.

$\overline{z^k}=\overline{z}\cdot\overline{z^{k-1}}=\overline{z}\cdot\overline{z}\cdot\overline{z^{k-2}}\cdots=(\overline{z})^k$ 이므로.

($k=1,2,3\cdots n$이다.)

$a_n(\overline{z})^n+a_{n-1}(\overline{z})^{n-1}+\cdots+a_1\overline{z}+a_0=0$이다.

따라서, $\overline{z}$가 방정식 $a_nx^n+a_{n-1}x^{n-1}+\cdots+a_1x+a_0=0$의 근이다.

[논제 4]

실수를 계수로 하는 다항식 $f(x)=a_nx^n+a_{n-1}x^{n-1}+\cdots a_1x+a_0$이라 하자

방정식 $f(x)=0$은 n개의 근을 갖는다

① n이 짝수이면, $(n=2k)$,

n개의 근은 $\overline{z_1}, z_1, \overline{z_2}, z_2\cdots\overline{z_k}, z_k$ 이다.

따라서,

$f(x)=(x-z_1)(x-\overline{z_1})\cdots(x-z_k)(x-\overline{z_k})$이다.

$f(x)=(x^2-(z_1+\overline{z_1})x+z_1\cdot\overline{z_1})(x^2-(z_2+\overline{z_2})x+z_2\cdot\overline{z_2})$

$\cdots(x^2-(z_k+\overline{z_k})x+z_k\cdot\overline{z_k})$

인데, $z_l+\overline{z_l}$가 실수이고 $z_l\cdot\overline{z_l}$가 실수이다 ($l=1,2\cdots k$)

따라서, $f(x)$는 2차 이하의 다항식의 곱으로 분해된다.

② n이 홀수이면, $(n=2k-1)$

n개의 근은 $\overline{z_1}, z_1, \overline{z_2}, z_2\cdots\cdots\overline{z_{k-2}}, z_{k-2}, \alpha$ 인데, z가 근이면 $\overline{z}$가 근이므로 α는 반드시 실근이다

따라서, $f(x)=(x-\alpha)(x-z_1)(x-\overline{z_1})\cdots(x-\overline{z_{k-2}})(x-z_{k-2})$ 이므로, $f(x)$는 위와 같은 방법으로 2차 이하의 다항식으로 분해된다

2014학년도 수시 대비

모의논술 채점 REPORT

본교 모의논술에 응시하여 주셔서 감사드리며, 2014학년도 입시에 좋은 결과 있으시길 바랍니다.

■ 채점 결과

고교명	학번			성명	
지원계열	자연계열				
성 적	총 점	92.5 점	1번 50 점		2번 42.5 점
석 차	/				
첨 삭	[문제 1] 2번에서 필요 없는 내용이 추가되어져 있어서 채점하는데 어려움을 초래하였음. [문제 2] 1. f(z)=0에서 r(z)=0만 얻을 수 있음. r(x)가 상수라는 언급이 꼭 필요. 4 복소수 z가 실수 계수 방정식 $f(x)=0$의 근이면 켤레복소수 $\bar{z}$ 역시 근이 된다. 이때 주의할 점은 z와 $\bar{z}$가 같을 수 있다는 것이다. (즉, z가 실수일 때) 이 경우 z가 중복해서 방정식 $f(x)=0$의 근이 됨을 의미하지는 않는다.				

■ 출제의도 및 평가지침은 본교 입학종합홈페이지(http://go.hanyang.ac.kr)를 참고 하시기 바랍니다.

2013.6.24.

한양대학교 입학처장