한양대학교 2014학년도 신입학전형 수시

자 연 계

논 술

오 후

수험번호 (　　　　　　) 성명 (　　　　　)

수험생 유의사항

1. 120분 안에 [문제 1]과 [문제 2]의 답안을 작성하시오.
2. 답안지는 검정색 펜(볼펜, 연필, 샤프)으로 작성하시오.
3. 답안지와 문제지, 연습지를 함께 제출하시오.
4. 다음 경우는 0점 처리됩니다.
   1) 답안지를 검정색 펜(볼펜, 연필, 샤프)으로 작성하지 않은 경우
   2) 자신의 신원을 드러내는 표기나 표현을 한 경우
   3) 답안을 해당 답란에 작성하지 않은 경우

[문제 1] 다음 제시문을 읽고 물음에 답하시오. (50점)

<가> 수열 $\{a_n\}$과 $\{b_n\}$을 다음과 같이 귀납적으로 정의하고 각각의 극한값을 α, β 라 하자.

$$a_1 = 4,\ 4a_{n+1} = 3a_n + 2 \quad (n = 1, 2, 3, \cdots)$$

$$b_1 = 0,\ b_2 = 1,\ 2b_{n+2} = 3b_{n+1} - b_n \quad (n = 1, 2, 3, \cdots)$$

<나> 함수 $f(x)$ 를 $f(x) = |x - d|$ 로 정의하자. 단, d 는 실수인 상수이다.

<다> 위 <가>와 <나>의 $\alpha, \beta, f(x)$ 와 다항함수 $P(x)$ 에 대한 다음 두 등식을 살펴보자.

$$\lim_{n\to\infty}\frac{P(f(a_n)) - P(f(\alpha))}{a_n - \alpha} = \lim_{n\to\infty}\frac{P(f(b_n)) - P(f(\beta))}{b_n - \beta} \qquad \text{-----------} \ ①$$

$$\lim_{n\to\infty}\frac{f(P(a_n)) - f(P(\alpha))}{a_n - \alpha} = \lim_{n\to\infty}\frac{f(P(b_n)) - f(P(\beta))}{b_n - \beta} \qquad \text{-----------} \ ②$$

1. 모든 자연수 n 에 대하여 $b_n < b_{n+1} < 2 < a_{n+1} < a_n$ 이 성립함을 설명하고 α, β 를 구하시오.

2. 등식 ①이 모든 다항함수 $P(x)$ 에 대하여 성립하게 하는 d 값의 집합을 구하시오.

3. 물음 2에서 구한 집합의 원소가 <u>아닌</u> 실수 d 에 대하여 등식 ①이 성립한다면, 다항함수 $P(x)$ 는 어떤 조건을 만족하는지 설명하시오.

4. 등식 ②가 성립하지 <u>않으려면</u> 다항함수 $P(x)$ 가 어떤 조건을 만족해야 되는지 설명하시오.

5. 등식 ②가 성립할 때 양변의 극한값은 무엇인가?

뒷면에 계속 ☞

[문제 2] 다음 제시문을 읽고 물음에 답하시오. (50점)

<가> 두 벡터 $\vec{v}$ 와 $\vec{w}$가 이루는 각을 θ라 할 때, $\vec{v}$ 와 $\vec{w}$ 의 내적 $\vec{v} \cdot \vec{w}$ 는 다음과 같이 정의한다.

$$\vec{v} \cdot \vec{w} = |\vec{v}||\vec{w}|\cos\theta$$

<나> 삼각형의 코사인법칙을 이용하면 두 평면벡터 $\vec{a}=(a_1, a_2)$, $\vec{b}=(b_1, b_2)$ 와 두 공간벡터 $\vec{c}=(c_1, c_2, c_3)$, $\vec{d}=(d_1, d_2, d_3)$ 에 대하여 각각 다음을 보일 수 있다.

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1b_1 + a_2b_2 \qquad \text{----------- ①}$$
$$\vec{c} \cdot \vec{d} = c_1d_1 + c_2d_2 + c_3d_3$$

<다> 위 <나>의 결과로부터 평면벡터와 공간벡터에 대해 다음이 성립한다는 것을 알 수 있다.

(1) $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{a}$
(2) $(k\vec{a}) \cdot \vec{b} = \vec{a} \cdot (k\vec{b}) = k(\vec{a} \cdot \vec{b})$ (단, k는 실수)
(3) $\vec{a} \cdot (\vec{b}+\vec{c}) = \vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{a} \cdot \vec{c}$, $(\vec{a}+\vec{b}) \cdot \vec{c} = \vec{a} \cdot \vec{c} + \vec{b} \cdot \vec{c}$

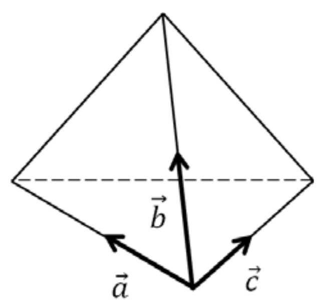
<라> $\triangle ABC$ 에서 다음과 같은 코사인법칙이 성립한다.

$$|\overrightarrow{BC}|^2 = |\overrightarrow{AB}|^2 + |\overrightarrow{AC}|^2 - 2|\overrightarrow{AB}||\overrightarrow{AC}|\cos\theta \qquad (\text{단, } \theta = \angle BAC)$$

1. $\vec{a} \cdot \vec{c} = 2$, $\vec{a} \cdot \vec{d} = -1$, $\vec{b} \cdot \vec{c} = 3$, $\vec{b} \cdot \vec{d} = 2$ 일 때 $(\vec{a}+2\vec{b}) \cdot (\vec{c}-\vec{d})$ 의 값을 구하시오.

2. 삼각형의 코사인법칙을 이용해서 제시문에 주어진 등식 ①이 성립함을 보이시오.

3. 오른쪽 그림과 같이 정사면체의 한 꼭짓점을 시점으로 하는 세 개의 단위 벡터를 $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ 라 하자. $\vec{v} = \vec{a} + k\vec{b} + l\vec{c}$ 가 $\vec{a}$ 와 $\vec{b}$ 에 모두 수직이 되도록 하는 실수 k와 l을 구하시오.



4. 정십이면체는 정오각형들로 이루어져 있고, 한 꼭짓점에서 세 개의 면이 만난다. 정십이면체의 인접한 두 면이 이루는 각을 θ라 할 때 $\cos\theta$를 구하시오. (단, $\cos\frac{2\pi}{5} = \frac{\sqrt{5}-1}{4}$)