한양대학교 2012학년도 신입학전형 수시 1차
학업우수자(의예과) 수리사고평가

수험번호 (　　)　성 명 (　　)

수험생 유의사항

1. 답안은 120분 안에 작성하시오.
2. 제목을 쓰지 마시오.
3. 수정 시 검정 볼펜으로 줄을 긋고 고쳐 쓰시오.
4. 답안지와 문제지 및 연습지를 함께 제출하시오.
5. 다음 경우는 0점 처리될 수 있습니다.
   1) 답안을 검정 볼펜으로 작성하지 않은 경우
   2) 자신의 신원을 드러내는 불필요한 표기를 한 경우
   3) 수정액이나 수정테이프를 사용한 경우
   4) 답을 해당 답란에 작성하지 않은 경우

<문제 1> 다음 제시문을 읽고 문제에 답하시오.

(제시문)
함수 $u(x)$가 $x \geq 0$인 범위에서 '$x_1 \leq x_2$ 이면 $u(x_1) \leq u(x_2)$'를 만족하면, $\lim_{x\to\infty} u(x) = \infty$ 혹은 $\lim_{x\to\infty} u(x) = L$ (L은 어떤 실수)가 성립한다.

함수 $f(x)$가 $x \geq 0$ 인 범위에서 다음 조건을 만족한다.

① $f(x) \geq 0$이고 $\lim_{x\to\infty} f(x) = 0$

② $f''(x)$가 존재하고 연속이며 $f''(x) \geq f(x)$

이 때 다음이 성립함을 설명하시오.

(1) $\lim_{x\to\infty} f'(x) = 0$이고 $f'(x) \leq 0$

(2) $f(x) \leq f(0)e^{-x}$　　[힌트: 함수 $g(x) = e^{-x}(f'(x) + f(x))$를 미분]

<문제 2> 다음 제시문을 읽고 문제에 답하시오.

(제시문)
(가) 복소수 $z = x + iy$ (x, y는 실수)에 대해 z의 크기 $|z|$은 $|z| = \sqrt{x^2 + y^2}$ 으로 정의된다.
(나) 두 복소수 z_1과 z_2에 대하여 $|z_1 z_2| = |z_1||z_2|$이 성립한다.

집합 A, B, C를 다음과 같이 정의하자.

$$A = \{a^2 + b^2 \mid a, b\text{는 정수}\}$$

$$B = \{a^2 + b^2 \mid a, b\text{는 양의 정수}\}$$

$$C = \{a^2 + ab + b^2 \mid a, b\text{는 정수}\}$$

(1) 집합 A가 곱셈에 대하여 닫혀있음을 설명하시오.

(2) 집합 B가 곱셈에 대하여 닫혀있지 않음을 설명하시오.

(3) 집합 C가 곱셈에 대하여 닫혀있는지 여부를 논하시오.