

한양대학교 2012학년도 신입학전형 수시 2차

자연계

논술

오 후

수험번호 () 응시번호 () 성명 ()

수험생 유의사항

- 120분 안에 [논술 1]과 [논술 2]의 답안을 작성하시오.
- 수정 시 검정 볼펜으로 줄을 긋고 다시 쓰시오.
- 답안지와 문제지를 함께 제출하시오.
- 다음 경우는 0점 처리됩니다.
 - 1) 답안을 검정 볼펜으로 작성하지 않은 경우
 - 2) 자신의 신원을 드러내는 표기나 표현을 한 경우
 - 3) 수정액이나 수정테이프를 사용한 경우
 - 4) 답안을 해당 답란에 작성하지 않은 경우

[논술 1] 다음 제시문을 읽고 물음에 답하시오. (50점)

우리는 자연수의 개수가 유한하지 않으며, 홀수, 짝수의 개수 또한 각각 무한함을 알고 있다. 다음 [명제1]과 [명제2]는 자연수 중 특별한 존재인 소수의 개수에 관한 것이다.

$f(x)$ 를 실수 x 보다 크지 않은 소수들의 개수라 정의하자.

[명제1] $x \geq 1$ 이면 $\ln x \leq f(x) + 1$ 이다.

수열 $\{A_n\}$ 을 다음과 같이 정의하자.

$$A_n = 2^{2^n} + 1, \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

[명제2] $n \neq m$ 이면 A_n 과 A_m 은 서로소이다.

- [명제1]이 참일 때 소수들의 총개수를 구하시오.
- [명제2]가 참일 때 소수들의 총개수를 구하시오.
- $A_n - (A_0 A_1 \cdots A_{n-1})$ 의 값을 구하시오. (단, $n \geq 1$)
- 위 3번의 답을 이용하여 [명제2]가 참임을 보이시오.

[논술 2] 다음 제시문을 읽고 물음에 답하시오. (50점)

좌표공간 $\mathbb{R}^3 = \{(x, y, z) \mid x, y, z \text{는 실수}\}$ 안에 곡선 C 가 있다. 이 곡선을 매개변수 t 에 관한 함수로 표현하면 다음과 같다.

$$\begin{cases} x = 2\cos t + 6\sin t \\ y = -4\cos t + 3\sin t \\ z = 6 - 5\cos t \end{cases}$$

철수는 이 곡선의 모양을 알아보기 위해 여러 가지 시도를 해보다가 이 곡선의 xy 평면 위로의 정사영은 원점을 중심으로 하는 타원이 됨을 알았다. 그래서 철수는 곡선 C 가 원일 것이라고 추측하였다.

1. 곡선 C 를 포함하는 어떤 평면 α 가 존재함을 보이고, 평면 α 의 방정식을 구하시오.
(단, 방정식에서 x 의 계수가 1이 되도록 한다.)
2. 철수의 추측이 참임을 설명하고, 이 때 원 C 의 중심과 반지름을 구하시오.
3. 제시문에 주어진 타원을 E 라 할 때, E 의 넓이를 구하시오.