한양대학교 2012학년도 신입학전형 수시 2차

자 연 계	논 술	오 전

수험번호 (   ) 응시번호 (   ) 성명 (   )

수험생 유의사항

1. 120분 안에 [논술 1]과 [논술 2]의 답안을 작성하시오.
2. 수정 시 검정 볼펜으로 줄을 긋고 다시 쓰시오.
3. 답안지와 문제지를 함께 제출하시오.
4. 다음 경우는 0점 처리됩니다.
   1) 답안을 검정 볼펜으로 작성하지 않은 경우
   2) 자신의 신원을 드러내는 표기나 표현을 한 경우
   3) 수정액이나 수정테이프를 사용한 경우
   4) 답안을 해당 답란에 작성하지 않은 경우

[논술 1] 다음 제시문 <가>~<라>를 읽고 물음에 답하시오. (50점)

<가> 좌표평면 $\mathbb{R}^2 = \{(x,y) \mid x, y\text{는 실수}\}$ 위의 점 (x,y)를 2×1 행렬 $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$로 나타내면, 다음 등식이 성립한다.

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = x\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + y\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

<나> 행렬 $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$에 대해, 좌표평면 $\mathbb{R}^2$에서 $\mathbb{R}^2$로의 함수 f_A를 다음과 같이 정의한다.

$$f_A(X) = AX,\ X = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

<다> 함수 f_A는 다음과 같은 등식을 만족한다.

$$f_A(X_1 + X_2) = f_A(X_1) + f_A(X_2)$$

$$f_A(cX) = cf_A(X)$$

(단, X, X_1, X_2는 좌표평면 $\mathbb{R}^2$ 위의 점, c는 실수)

<라> 좌표평면 위의 영역 S와 자연수 k에 대해, 함수 f_A^k에 의해 S가 이동된 영역을 $f_A^k[S]$라 하자.

(단, $f_A^k = \underbrace{f_A \circ \cdots \circ f_A}_{k}$)

1. 좌표평면 위의 두 점 $X_1 = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$, $X_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$에 대하여, 다음의 영역들을 좌표평면에 나타내시오.

$$S_1 = \{pX_1 + qX_2 \mid p \ge 0,\ q \ge 0\}, \qquad S_2 = \{pX_1 + qX_2 \mid p \ge 0,\ q \le 0\}$$

$$S_3 = \{pX_1 + qX_2 \mid p \le 0,\ q \ge 0\}, \qquad S_4 = \{pX_1 + qX_2 \mid p \le 0,\ q \le 0\}$$

2. 행렬 $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$, 영역 $S = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid xy \ge 0\}$라 하자.

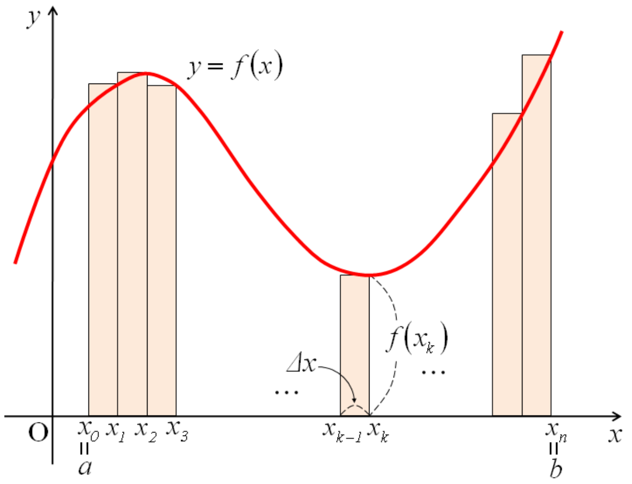
(1) $f_A[S]$, $f_A^2[S]$, $f_A^3[S]$를 좌표평면에 나타내시오.

(2) 모든 자연수 k에 대하여, $f_A^k[S]$가 직선 $y = \alpha x$를 포함하고 있다. α를 구하시오.

뒷면에 계속 ☞

[논술 2] 다음 제시문 <가>~<마>를 읽고 물음에 답하시오. (50점)

<가> 함수 $y=f(x)$가 폐구간 $[a,b]$에서 연속이고 $f(x)\geq 0$일 때, 두 직선 $x=a$, $x=b$와 x축 및 곡선 $y=f(x)$로 둘러싸인 영역의 넓이 S를 구분구적법으로 구하면 다음과 같다.



$$S=\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n} f(x_k)\Delta x,\ \left(\Delta x=\frac{b-a}{n},\ x_k=a+k\Delta x\right)$$

이 극한값 S를 함수 $f(x)$의 a에서 b까지의 정적분이라 하고, 기호로 $\int_a^b f(x)\,dx$와 같이 나타낸다.

<나> n, m은 자연수라고 하자. 두 실수 a, b가 $n-1<a\leq n<m\leq b<m+1$일 때, 구간 $[a,b]$에서 함수 $y=[x]$의 정적분을 다음과 같이 정의한다. (단, $[x]$는 x보다 크지 않은 최대의 정수)

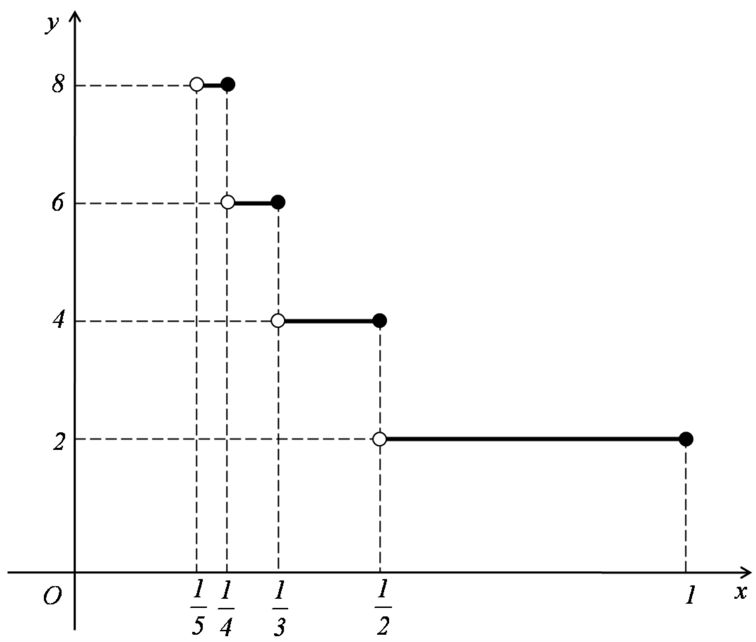
$$\int_a^b [x]\,dx=\int_a^n (n-1)\,dx+\sum_{k=n+1}^{m}\int_{k-1}^{k}(k-1)\,dx+\int_m^b m\,dx$$

<다> 감소수열 $\{a_n\}$은 $\lim_{n\to\infty} a_n=a$와 $a_1\leq b$를 만족한다고 하자. 구간 $(a,b]$ 위의 함수 $y=f(x)$에 대하여 정적분 $\int_a^b f(x)\,dx$는 극한값 $\lim_{n\to\infty}\int_{a_n}^b f(x)\,dx$로 정의한다. 즉,

$$\int_a^b f(x)\,dx=\lim_{n\to\infty}\int_{a_n}^b f(x)\,dx$$

<라> 감소수열 $\{b_n\}$에 대하여 $\lim_{n\to\infty} b_n=0$이면 무한급수 $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n b_n$이 수렴한다.

<마> 다음은 함수 $y=2\left[\frac{1}{x}\right]$의 그래프 중 일부분이다.



1. 자연수 n에 대하여 등식 $\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{(2k-1)2k}=\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{n+k}$이 성립함을 보이시오.

2. 극한값 $\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{(2k-1)2k}$을 구하시오.

3. 무한급수 $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{1}{n}=1-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\frac{1}{5}-\frac{1}{6}+\cdots$의 값을 구하시오.

4. 위 3번의 결과를 이용하여, 극한값 $\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}\left(\left[\frac{2n}{k}\right]-2\left[\frac{n}{k}\right]\right)$을 구하시오.