

한양대학교 2010학년도 신입학전형 수시 2차

자 연 계

논 술

수험번호 () 응시번호 () 성명 ()

수험생 유의사항

- | | |
|---|---|
| <p>1. 다음 경우는 0점 처리될 수 있습니다.</p> <p>1) 답안을 검정 볼펜으로 작성하지 않은 경우</p> <p>2) 자신의 신원을 드러내는 표기를 한 경우</p> <p>3) 수정액이나 수정테이프를 사용한 경우</p> <p>4) 각 문제의 답을 해당 답란에 작성하지 않은 경우</p> | <p>2. 답안은 150분 안에 작성하시오.</p> <p>3. 수정 시 검정 볼펜으로 줄을 긋고 다시 쓰시오.</p> <p>4. 답안지와 문제지를 함께 제출하시오.</p> |
|---|---|

1. 다음 제시문을 읽고 물음에 답하시오. (40점)

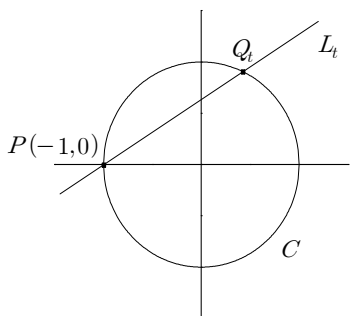
<가> 희섭이는 친구들과 큰 모양의 아이스크림을 나누어 먹기 위해 칼로 아이스크림을 여러 가지 다른 각도로 잘라보았다. 그랬더니 그 단면의 테두리 모양이 원, 타원, 포물선 및 쌍곡선의 일부 모양이 됨을 관찰하였다. 이것들을 모두 변수 x, y 에 대한 이차방정식으로 나타낼 수 있는데, 이 때 그 이차방정식의 꼴로 나타낼 수 있는 곡선을 **이차곡선**이라 한다.

<나> 최근 컴퓨터와 인터넷의 급속한 발달로 인해 안전한 전자상거래의 필요성이 대두되고 있다. 그래서 보다 안전한 암호시스템을 위하여 삼차곡선이 이용되고 있다. 여기서 **삼차곡선**이란 x, y 에 대한 삼차방정식의 꼴로 나타낼 수 있는 곡선을 말한다. 삼차곡선은 대수적, 기하적인 측면에서 좋은 구조를 가지고 있으며, 삼차곡선의 성질들을 활용한 차세대 암호 시스템 구현이 수학자, 암호학자 등에 의하여 이루어지고 있다.

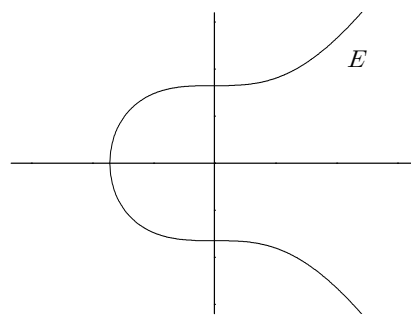
<다> 희섭이는 학교에서 피타고라스의 정리를 공부하고 나서 선생님께 다음과 같은 질문을 하였다. “직각삼각형의 세 변의 길이 a, b, c 가 모두 자연수인 직각삼각형은 무수히 많이 있을까요?” 선생님은 이 문제가 기원 전 피타고라스학파에 의해 이미 연구가 되었으며, 이러한 자연수 세쌍 (a, b, c) 를 피타고라스의 세쌍이라고 부른다는 것을 알려주었다. 그리고 피타고라스의 세쌍을 찾는 문제는 단위원 위의 유리수 좌표를 갖는 점을 구하는 문제와 같다는 것을 설명해 주었다. 이처럼 곡선 위의 점 P 의 좌표 (x, y) 에서 x, y 가 모두 유리수 일 때, 점 P 를 이 곡선의 **유리수점**이라고 부른다.

<라> C 를 이차곡선 또는 삼차곡선이라고 하자. 희섭이는 단위원의 경우처럼 곡선 C 의 유리수점도 무수히 많을 것이라고 추측하고, 이들을 구하기 위한 다음과 같은 알고리즘을 제안하였다.

- (단계 1) 곡선 C 의 한 유리수점 P 를 고른다.
 - (단계 2) P 를 지나며 기울기가 유리수 t 인 직선 L_t 를 생각한다.
 - (단계 3) 직선 L_t 와 곡선 C 의 교점들 중 P 와 다른 유리수점 하나를 Q_t 라 한다.
 - (단계 4) 기울기 t 를 달리해가며 교점 Q_t 를 구해나가면 무수히 많은 유리수점을 얻을 수 있다.
- [[그림 1]은 곡선 C 가 단위원이고 P 가 $(-1, 0)$ 인 경우이다.]



[그림 1]



[그림 2]

- (1) 제시문 <라>에서 희섭이가 제안한 알고리즘을 실행하는 데는 몇 가지 문제점이 있을 수 있다. 곡선 $C_1 : x^2 + y^2 = 3$, $C_2 : x^2 + \sqrt{2}y^2 = 1$, $C_3 : x^3 + y^3 = 1$ 을 예로 들어, 알고리즘에 단계별로 어떠한 문제점이 있을 수 있는지 지적하고, 곡선 C 가 어떠한 조건을 만족할 때 알고리즘이 끝까지 실행될 수 있는지 논하시오.
- (2) [그림 2]에 나와 있는 삼차곡선 $E : y^2 = x^3 + 17$ 을 생각하자. 희섭이는 알고리즘에 제시된 방법을 응용하여, E 의 두 유리수점 $(-2, 3)$ 과 $(-1, 4)$ 로부터 유리수점 $(4, 9)$ 를 얻었다. 또한 E 의 한 유리수점 $(-2, -3)$ 으로부터 유리수점 $(8, -23)$ 을 얻었다. 희섭이가 어떻게 해서 이러한 유리수점들을 얻게 되었는지 그 과정을 논하시오. 이를 토대로 E 의 한 유리수점 P 가 주어져 있을 때, 오직 P 만으로 P 와 다른 유리수점을 얻기 위해 어떠한 방법들이 있는지 논하시오.

2. 다음 제시문을 읽고 물음에 답하시오. (20점)

- <가> 1850년 제임스 줄(J. Joule)은 역학 에너지와 전기 에너지를 열 에너지로 변환할 수 있음을 입증, 발표하였다. 이와 같이 에너지는 열, 소리, 전기, 빛, 운동 등의 다양한 형태로 변환될 수 있는 물리량이다. 이러한 변환 과정 전후의 에너지 총합은 항상 일정한데, 이것을 에너지 보존 법칙이라고 한다.
- <나> 석탄이나 석유와 같은 화석연료는 과거 식물들이 광합성에 의하여 태양광 에너지의 일부를 화학적 에너지 형태로 축적한 결과이다. 인류는 근래 200여 년 동안 이를 에너지원으로 사용하여 눈부신 과학문명을 이룩하였으나, 이제 이들의 고갈을 걱정해야 하는 시점에 도달하였다. 그리하여 태양광 에너지를 직접 전기 에너지로 변환할 수 있는 태양전지에 많은 관심이 집중되고 있다.
- <다> 태양광 에너지의 양은 단위시간 당 빛의 방향과 수직인 단위면적에 입사하는 에너지 전달율로 나타낼 수 있으며, 대기권 밖의 인공위성에서 측정하면 1.4kW/m^2 이고, 지표면에서 측정하면 0.93kW/m^2 이라고 한다.
- <라> 태양전지의 효율은 전지의 면적에 쏟아지는 총 광 에너지 중에서 얼마나 전기 에너지로 변환할 수 있는지를 나타내는 지표로서 통상 백분율(%)로 나타낸다. 이 태양전지의 효율을 높이기 위한 연구가 전세계적으로 활발히 이루어지고 있다.
- <마> 태양은 빛을 내는 별, 즉 항성으로서 핵융합 반응에 의하여 생성된 많은 양의 광 에너지를 우주로 일정하게 방출하고 있다. 이 중 극히 일부분이 약 $1.5 \times 10^8 \text{km}$ 떨어진 지구에 도달하여 에너지 공급원으로서 지구의 생태계에 매우 중요한 역할을 한다. 태양에서 일어나는 핵융합 반응은 4개의 수소원자가 1개의 헬륨원자로 융합되는 다단계 과정으로서, 이 때 수소 1kg 당 $6.4 \times 10^{14} \text{J}$ 의 에너지가 생성되고 대부분 광 에너지로 변환된다. 현재 태양에서 핵융합 반응의 재료로 사용될 수 있는 수소의 양은 $8.8 \times 10^{28} \text{kg}$ 으로 추정된다.

- (1) 20%의 효율을 가진 가로 2.0m, 세로 2.0m 정사각형 모양의 태양전지를 한양대학교 운동장 중앙에 가져가서 태양전지 발전실험을 한다고 가정하자. 제시문 <다>를 참고할 때, 이 실험에서 예측되는 전력의 최대치는 얼마인지 제시하고 이러한 전력의 최대치를 얻기 위한 실험 조건들을 열거하시오.
- (2) 제시문 <다>와 <마>를 참고하여, 태양에서 1초 당 우주로 방출되는 전체 광 에너지 양을 J 단위로 계산해 보고, 이를 바탕으로 수소의 소모율을 고려한 향후의 태양 수명에 대하여 논하시오.

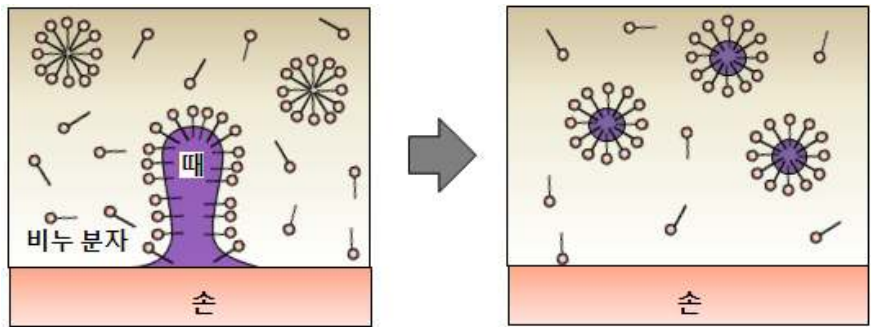
3. 다음 제시문을 읽고 물음에 답하시오. (20점)

<가> 물에 녹였을 때 비누와 같이 표면 장력을 감소시키는 물질을 계면 활성제라고 한다. 계면 활성제는 물과 친한 친수성기에 기름과 친한 친유성기가 연결된 분자 구조를 갖는다. 물과 기름을 섞으면 물 분자 사이의 인력이 물 분자와 기름 분자 사이의 인력보다 크기 때문에 물과 기름이 공간적으로 분리되어 존재한다.

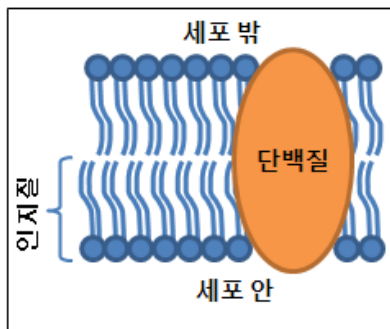
<나> 일반적으로 비누는 탄소와 수소가 결합하여 생긴 긴 사슬 모양의 친유성기에 카르복시산나트륨 친수성기가 연결된 분자 구조를 가진다. [그림 1]은 비누를 이용하여 손에 있는 기름 때를 세척하는 유화 작용을 보여준다. 비누의 친유성기 말단이 부분적으로 기름 때 속으로 녹아 들어가고, 그 때가 비누 분자들로 둘러싸이면서 작게 쪼개지고, 쪼개진 때는 바깥이 비누의 친수성기로 감싸인 구형의 분자 집합체들로 되어 물에 녹아 나온다.

<다> 세포막은 세포와 외부 환경의 경계를 이루며, 세포로 들어오거나 나가는 물질의 이동을 통제하여 세포가 독자적인 기능을 유지할 수 있게 해 준다. 1972년 싱어와 니콜슨은 적혈구의 세포막을 전자 현미경으로 관찰한 결과를 토대로 하여, 인지질이 두 층으로 배열되어 있는 이중층에 구형의 단백질이 모자이크 모양으로 박혀 움직이고 있는 ‘유동 모자이크 모형’([그림 2])을 세포막 구조로 제안하였다. 인지질은 친수성기인 인산기와 친유성기인 두 개의 긴 탄화수소 사슬을 가진다.

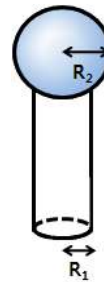
<라> [그림 3]은 구가 실린더 막대에 단단히 연결된 ‘구-막대 분자 모형’을 보여준다. 이 분자 모형에서 구와 구끼리, 막대와 막대끼리는 인력이 존재한다고 가정한다. 동일한 구-막대 분자 모형들을 이용하여 만들 수 있는 안정된 입체 구조는 구 반지름(R_2)에 대한 막대 반지름(R_1)의 상대적인 비율(R_1/R_2)에 좌우된다.



[그림 1]



[그림 2]



[그림 3]

- (1) 제시문 <가>, <나>, <다>에 근거하여 계면 활성제 분자들을 제시문 <라>의 구-막대 분자 모형으로 모델화 할 수 있는 근거를 추론하시오.
- (2) 제시문 <나>와 <다>에서 분자 집합체와 세포막이 서로 다른 입체 구조를 가지는 이유를 구-막대 분자 모형의 R_1/R_2 비율을 이용하여 설명하시오.

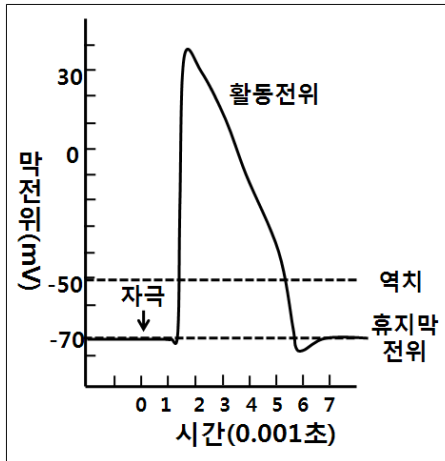
4. 다음 제시문을 읽고 물음에 답하시오. (20점)

<가> 복어라는 생선의 독에 의한 중독은 죽 선장의 1774년 9월 7일의 항해일지에 최초로 등장한다. 선원 중 한 사람이 열대 지방의 어떤 생선의 일부를 조금 먹고 나머지는 선상에서 사육하던 돼지에게 주었다. 그 선원은 몸이 저리고 호흡이 곤란한 증세를 경험하였으나, 다음날 아침에 독이 많이 들어있는 내장을 먹은 돼지는 모두 죽어 있음을 발견하였다고 한다. 1909년 일본학자에 의하여 그 독성 물질은 복어에서 분리되어 테트로도톡신이라고 명명되었다.

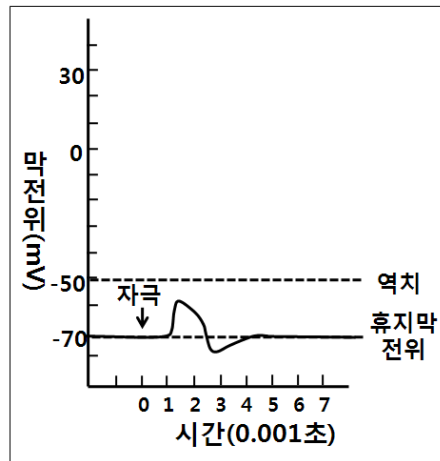
<나> 일본 보건복지국의 발표에 의하면, 1996년에서 2006년 사이에 일본에서는 매년 20~44명이 복어 독에 중독되었으며, 그 중에서 0~6명이 사망하였다고 한다. 복어 독을 섭취하면 저림, 호흡곤란, 혈압 강하와 같은 증상이 일어나며, 섭취 후 4~6시간 후에 사망에 이르게 되는데 그 치사율은 평균 6.8%이다. 이와 같은 증상은 테트로도톡신에 의한 것으로 밝혀졌다.

<다> 뉴런은 우리 몸에서 신호를 전달하는 세포이다. 뉴런이 신호를 전달하는 과정은 다음과 같다. 우선 축삭 돌기에서 Na^+ 와 K^+ 가 세포막을 투과하면 세포막 전압의 변화가 일어난다. 그 변화가 역치 이상의 막전위를 생성하게 되어 활동전위를 발생시킨다. 그 활동전위가 세포체로부터 시냅스까지 축삭돌기를 따라서 이동하여 신호의 전달이 완성된다. 복어에 들어있는 테트로도톡신은 신경 세포와 근육 세포 등의 막에 있는 Na^+ 를 선택적으로 투과하는 단백질과 결합한다.

<라> 세포를 떼어내어 실험하는 경우, 정상적인 상태에 있는 뉴런에 자극이 가해지면 [그림 1]과 같은 활동전위를 보여 준다. 테트로도톡신을 가한 후에는 [그림 2]와 같이 뉴런에 자극이 가해져도 활동전위의 발생이 일어나지 않는다. 그러나 이 뉴런을 다시 생리식염수로 씻어 테트로도톡신을 제거하면 [그림 1]과 동일한 활동전위를 보여준다.



[그림 1]



[그림 2]

(1) 테트로도톡신이 어떻게 뉴런이나 근육 세포의 활동전위의 발생을 막는지 제시문 <다>, <라>에 주어진 내용에 근거하여 추론하시오.

(2) 제시문 <나>, <라>에 의하면 테트로도톡신은 세포를 죽이지 않으나, 개체는 복어 독에 의하여 사망에 이르게 된다. 세포는 죽지 않는데 왜 개체는 죽게 되는지를 추론하고, 이를 근거로 하여 현재 가능한 치료법을 제시하시오. [단, 테트로도톡신에 대한 해독제는 현재까지 개발되지 않았다.]