<2017 공학계열 논술고사 기출문제 및 해설>

<공학계열 1번>

1. 일반정보

유형	☑ 논술고사 ☐ 면접 및 구술고사	
전형명	논술우수자전형	
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	공학계열 / 문제1	
출제 범위	교육과정 과목명	☐ 수학 : 수학 I, 기하와 벡터 ☐ 과학 : 과학(국민 공통 기본교과)
	핵심개념 및 용어	☐ 수학 : 이차곡선, 벡터의 성분과 내적, 부등식의 영역 ☐ 과학 : 타원궤도
예상 소요 시간	40분 / 전체 120분	

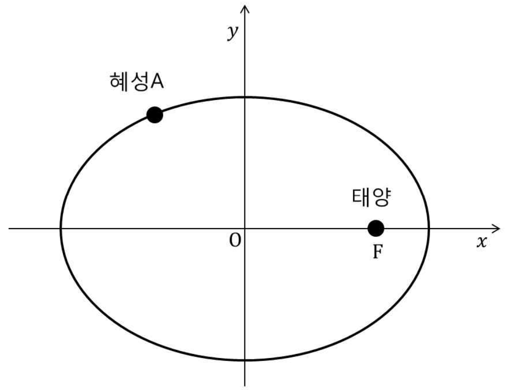
2. 문항 및 제시문

• 제시문 •

가) 케플러의 제 1법칙 또는 타원궤도 법칙에 따르면 행성은 타원궤도를 따라 공전한다고 한다. 태양계 내의 수성, 금성, 지구, 화성, 목성, 토성, 천왕성, 해왕성 등의 행성이 타원궤도 법칙을 따른다. 많은 혜성도 태양을 초점으로 타원궤도를 따라 운동하고 있으며, 핼리혜성은 그 대표적인 예다.

나) 태양을 하나의 초점으로 하고 타원궤도를 따라 움직이는 행성 또는 혜성이 태양으로부터 가장 멀리 떨어져 있을 때의 위치를 원일점, 가장 가까이 있을 때의 위치를 근일점이라고 한다. 이때 원일점과 근일점은 타원궤도의 장축을 결정하는 중요한 요소이다. 행성 또는 혜성이 근일점 부근을 지날 때는 속도가 빠르고 원일점 부근을 지날 때는 속도가 느리다.

다) 다음의 [그림 1-1]은 태양 주위로 타원궤도를 따라 움직이는 혜성A의 궤도를 나타내고 있다.



[그림 1-1] 타원궤도를 따라 공전하고 있는 혜성A

※ 거리의 단위는 지구에서 태양까지의 거리인 천문단위 AU(1AU=1.5×10^8km)이며 단위 AU는 계산의 편의를 위해 생략한다.

[문제 1-1] 제시문 다)의 혜성A는 타원궤도를 따라 움직이며, 하나의 초점 F(2, 0)에 태양이 있고 다른 초점은 (-2, 0)에 있다. 태양과 원일점 사이의 거리와 태양과 근일점 사이의 거리의 합이 $4\sqrt{2}$이다. (9점)

1) 혜성A의 타원궤도에 관한 방정식을 구하시오.

2) 매개변수 함수의 미분법을 활용하여 타원궤도 위의 한 점인 P$(-2,\sqrt{2})$에서 접선 $y=f(x)$를 구하시오.

[문제 1-2] 직선 $y=f(x)$에 수직이고 태양을 지나는 직선 $y=g(x)$를 구하시오.(6점)

[문제 1-3] 벡터의 내적을 활용하여 두 직선 $y=f(x)$와 $y=g(x)$가 만나는 교점 M의 좌표 (x_1, y_1)을 구하시오.(7점)

[문제 1-4] 초점 (-2, 0)에서 교점 M을 지나는 직선을 $y=h(x)$라고 하자. 두 직선 $y=f(x)$와 $y=h(x)$가 이루는 예각의 크기를 θ라고 할 때 $\cos\theta$의 값을 구

하시오. (5점)

[문제 1-5] 부등식 $y \le f(x)$, $y \ge h(x)$, $y \ge 0$을 동시에 만족하는 영역을 좌표 평면에 나타내시오. 이 영역에 속하는 점(x, y)를 고려할 때 $x^2 + y^2$의 최댓값과 최솟값을 구하시오.(8점)

3. 출제 의도

고등학교 과학과 교육과정의 과학분야에서 다루어지고 있는 태양계의 행성 및 혜성의 움직임의 원리에 대한 이해와 논리적인 사고, 자료 분석 능력 평가한다.
본 문제는 주어진 변수들을 활용하여 타원의 방정식을 유도할 수 있으며 접선, 접선에 수직인 직선, 매개변수 함수의 미분을 활용한 접선의 기울기, 방향 벡터를 이용한 두 직선사이의 관계를 구할 수 있는지 평가하고자 한다.

1-1 공간좌표상에서 주어진 과학적인 지식을 활용하여 타원궤도 방정식을 유도하고 매개변수 함수의 미분법을 활용하여 타원궤도위의 임의의 점에서의 접선을 구할 수 있는지를 평가하는 문제이다.
1-2 두 직선의 수직할 조건에 대해 이해하고 있는지를 평가하는 문제이다.
1-3 두 벡터의 내적의 뜻을 알고 이를 두 직선의 수직관계와 어떤 관계가 있는지를 평가하는 문제이다.
1-4 공간도형의 성질중 평면도형에서 두 직선사이의 위치관계를 정사영의 뜻을 이용하여 어떻게 적용할 수 있는지를 평가하는 문제이다.
1-5 여러 부등식을 동시에 만족하는 영역을 나타낼 수 있는지를 평가하는 문제이다.

4. 출제 근거

가) 교육과정 및 관련 성취기준

문항 및 제시문		관련 성취기준
제시문	교육과정	(고시번호) 1. 교육과학기술부 고시 제 2011-361호[별책9] “과학과 교육과정”
	성취기준	1. 교육과정문서 (2) 태양계와 지구 (60쪽) (가) 태양계의 형성과정을 이해하고, 이를 공전궤도와 방향, 지구형 행성과 목성형 행성 등

문항 및 제시문		관련 성취기준
		태양계의 여러 특징과 관련지어 설명할 수 있다. 아울러 태양계 질량의 대부분을 차지하는 태양이 태양계의 중심에 자리 잡고 있으며, 수소의 핵융합 반응에 의해 질량 일부가 에너지로 바뀌고 그 중 일부가 지구의 에너지 순환을 일으킴을 안다. (나) 행성의 운동에 관한 케플러의 법칙을 알고, 뉴턴의 운동법칙을 이용하여 케플러법칙을 설명할 수 있다.
문제1-1	교육과정	[기하와벡터] - (가) 평면곡선 - $\boxed{1}$ 이차곡선 타원의 뜻을 알고, 타원의 방정식을 구할 수 있다. [기하와벡터] - (가) 평면곡선 - $\boxed{2}$ 평면곡선의 접선 매개변수로 나타낸 함수를 미분하여 곡선위의 한 점에서의 접선의 방정식을 구할 수 있다.
	성취기준·성취수준	[기하와벡터] - (가) 평면곡선 - $\boxed{1}$ 이차곡선 기벡1112 타원의 뜻을 알고 타원의 방정식을 구할 수 있다. [기하와벡터] - (가) 평면곡선 - $\boxed{2}$ 평면곡선의 접선 기벡1122 매개변수로 나타낸 함수를 미분하여 곡선위의 한 점에서의 접선의 방정식을 구할 수 있다.
문제1-2	교육과정	[수학] - (다) 도형의 방정식 - $\boxed{2}$ 직선의 방정식 두 직선의 평행조건과 수직조건을 이해한다
	성취기준·성취수준	[수학] - (다) 도형의 방정식 - $\boxed{2}$ 직선의 방정식 수학1322-2 두 직선의 수직조건을 이해하고, 주어진 직선에 수직인 직선의 방정식을 구할 수 있다.
문제1-3	교육과정	[기하와벡터] - (나) 평면벡터 - $\boxed{2}$ 평면벡터의 성분과 내적 두 평면벡터의 내적의 뜻을 알고, 이를 구할 수 있다
	성취기준·성취수준	[기하와벡터] - (나) 평면벡터 - $\boxed{2}$ 평면벡터의 성분과 내적 기벡1222 두 평면벡터의 내적의 뜻을 알고, 이를 구할 수 있다.
문제1-4	교육과정	[기하와벡터] - (다) 공간도형과 공간벡터 - $\boxed{1}$ 공간도형 정사영의 뜻을 알고, 이를 구할 수 있다. [기하와벡터] - (나) 평면벡터 - $\boxed{2}$ 평면벡터의 성분과 내적 좌표평면에서 벡터를 이용하여 직선과 원의 방정식을 구할 수 있다.
	성취기준·성취수준	[기하와벡터] - (다) 공간도형과 공간벡터 - $\boxed{1}$ 공간도형 기벡1313 정사영의 뜻을 알고, 정사영의 길이와 넓이를 구할 수 있다. [기하와벡터] - (나) 평면벡터 - $\boxed{2}$ 평면벡터의 성분과 내적 기벡1223-1 좌표평면에서 벡터를 이용하여 직선의 방정식을 구할 수 있다.
문제1-5	교육과정	[수학] - (다) 도형의 방정식 - $\boxed{5}$ 부등식의 영역 ① 부등식의 영역의 의미를 이해한다 ② 부등식의 영역을 활용하여 최대, 최소문제를 해결할 수 있다.
	성취기준·성취수준	[수학] - (다) 도형의 방정식 - $\boxed{5}$ 부등식의 영역 수학1351-2 부등식 $f(x,y) > 0$의 영역을 나타낼 수 있다. 수학1352 부등식의 영역을 활용하여 최대, 최소문제를 해결할 수 있다.

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행 연도	쪽수
고등학교 교과서	기하와벡터	김원경외	비상교육	2014	33-90
	기하와벡터	우정호외	동아출판	2016	18-116
	수학 I	우정호외	동아출판	2016	220-238
	수학 I	류희찬외	천재교과서	2016	200-217
	고등학교 과학	곽영직외	더텍스트	2016	94-129
	고등학교 과학	전동렬외	미래	2016	58-83
	고등학교 과학	김희준외	상상아카데미	2016	94-102
	고등학교 과학	안태인외	금성출판사	2016	76-93
	고등학교 과학	정완호외	교학사	2016	72-97
기타					

5. 문항 해설

제시문의 내용은 태양계내의 행성 및 혜성들의 움직임의 특성을 이해하고 그 움직임의 규칙성 및 특징을 기술한 것으로 고등학교 과학과 교육과정의 과학분야에서도 다루어지고 있는 내용으로 교육과정 범위에 포함되어 있다. 제시문에 제시된 케플러법칙, 타원궤도, 태양계, 원일점, 근일점등을 이용하여 문제를 구성함으로서 태양계의 행성 및 혜성의 움직임의 원리에 대한 이해와 논리적인 사고를 통해 문항에 제시된 자료를 해석하는 능력을 요구한다.

타원궤도의 특성이해는 우주과학에서 태양을 중심으로 행성 및 혜성의 움직임을 규명하는데 널리 활용된다. 본 문항의 핵심적인 내용은 「수학I」의 부등식의 영역과, 「기하와벡터」의 벡터의 내적 및 타원의 방정식 단원에서 다루어진다. 본 문항을 통해 학생들이 제시문을 읽고 공간에서 타원의 방정식의 유도 및 접선방정식을 나타내는 방법을 이해하고 있는지, 두 직선사이의 관계를 벡터의 내적으로 표현할 수 있는지, 부등식의 영역을 표시할 수 있고 부등식의 좌표를 활용하여 주어진 함수의 최대와 최소를 구할 수 있는지, 풀이과정을 논리적으로 전개할 수 있는지를 평가한다.

6. 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
1-1	주어진 변수들을 활용하여 방정식을 유도할 수 있는가?	2
	매개변수방정식으로 표현할 수 있는가?	2
	매개변수를 결정하는 각도의 크기를 구할 수 있는가?	2
	최종 기울기를 구할 수 있는가?	1
	최종 접선의 방정식을 구하였는가?	2
1-2	접선에 수직인 직선의 기울기를 구하였는가?	3
	접선에 수직인 직선의 방정식을 구하였는가?	3
1-3	벡터 $\vec{a}$와 벡터 $\vec{b}$를 구하였는가?	2
	두 벡터를 이용하여 내적이 영(zero)인 수식을 구하였는가?	2
	두 방정식을 연립하여 교점을 구하였는가?	3
1-4	주어진 두 직선의 방향벡터를 구할 수 있는가?	2
	최종 $\cos\theta$의 값을 구할 수 있는가?	3
1-5	부등식의 영역을 표시할 수 있는가?	3
	최댓값을 구할 수 있는가?	2
	최소값을 구할 수 있는가?	3

7. 예시 답안

[문제 1-1]

I) 주어진 변수들을 활용하여 방정식을 유도할 수 있는가? (부분점수 2점)

타원의 방정식을 $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$이라고 할 때 주어진 문제로부터 $2a=4\sqrt{2}$이므로 $a=2\sqrt{2}$이다. 초점이 (2,0)에 있으므로 $b^2=a^2-2^2$으로부터 $b=2$를 얻을 수 있

다. 따라서 만족하는 타원의 방정식은 $\frac{x^2}{(2\sqrt{2})^2}+\frac{y^2}{(2)^2}=1$으로 쓸 수 있다.

매개변수를 활용하여 타원방정식을 구하여도 상관없음.

II) 매개변수방정식으로 표현할 수 있는가? (부분점수 2점)

매개변수 방정식을 활용하면 $x=2\sqrt{2}\cos t$, $y=2\sin t$으로 놓을 수 있다. 이 때 접점에서의 기울기인 dy/dx를 구하기 위해서는 dx/dt와 dy/dt를 구해야 하며 이는 다음과 같이 구해진다.

$$dx/dt=-2\sqrt{2}\sin t,\ dy/dt=2\cos t \quad (0\le t\le 2\pi)$$

매개변수를 결정하는 각도의 크기를 구할 수 있는가? (부분점수 2점)

$$\therefore \frac{dy}{dx}=\frac{2\cos t}{-2\sqrt{2}\sin t}=-\frac{1}{\sqrt{2}}\cot t,\ (\text{단},\ \sin t\neq 0)$$

점$(-2,\sqrt{2})$에서 $\cos t=-\frac{1}{\sqrt{2}}$, $\sin t=\frac{1}{\sqrt{2}}$이므로 $t=135^o=\frac{3\pi}{4}$이다. 따라서

최종 기울기를 구할 수 있는가? (부분점수 1점)

점$(-2,\sqrt{2})$에서의 접선의 기울기는 $-\frac{1}{\sqrt{2}}\frac{\cos\frac{3\pi}{4}}{\sin\frac{3\pi}{4}}=\frac{1}{\sqrt{2}}$이다.

최종 접선의 방정식을 구하였는가? (부분점수 2점)

최종적으로 구하고자 하는 접선의 방정식은 $y-\sqrt{2}=\frac{1}{\sqrt{2}}(x+2)$이며

$y=f(x)=\frac{1}{\sqrt{2}}(x+2)+\sqrt{2}=\frac{1}{\sqrt{2}}x+2\sqrt{2}$ 로 표현할 수 있다.

[문제 1-2]

I) 접선에 수직인 직선의 기울기를 구하였는가? (부분점수 3점)

접선의 기울기를 m이라고 할 때 $m=1/\sqrt{2}$이므로 이 접선에 수직인 직선의 기울기는 $m'=-\sqrt{2}$가 된다. 따라서 만족하는 직선은 $y=-\sqrt{2}x+k$로 쓸 수 있다.

II) 접선에 수직인 직선의 방정식을 구하였는가? (부분점수 3점)

이 직선은 (2,0)인 태양을 지나고 있으므로 대입하여 만족하여야 한다. 따라서 $k=2\sqrt{2}$가 되며 구하고자 하는 직선의 방정식은 $y=g(x)=-\sqrt{2}x+2\sqrt{2}$가 된다.

[문제1-3]

단지, 두 직선만 이용하여 연립방정식으로 교점을 구한 경우에는 점수를 부여하지 않음

I) 벡터 $\vec{a}$와 벡터 $\vec{b}$를 구하였는가? (부분점수 2점)

두 직선의 교점M의 좌표를 (x_1,y_1)라고 하고 각각의 직선과 평행한 벡터를 $\vec{a}$, $\vec{b}$라고 하자. 이때 벡터 $\vec{a}$는 점$(-2,\sqrt{2})$와 점 $\mathrm{M}(x_1,y_1)$로 구성되어 있으며 그 때의 벡터 표현식은 $\vec{a}=(x_1+2,y_1-\sqrt{2})$로 나타낼 수 있다. 같은 방법으로 $\vec{b}$는 점 $\mathrm{M}(x_1,y_1)$과 (2,0)으로 구성되어 있으므로 벡터 표현식은 $\vec{b}=(2-x_1,-y_1)$으로 표현할 수 있다.

II) 두 벡터를 이용하여 내적이 영(zero)인 수식을 구하였는가? (부분점수 2점)

두 벡터가 수직이어야 하므로

$\vec{a}\bullet\vec{b}=-(x_1+2)(x_1-2)-y_1(y_1-\sqrt{2})=-(x_1^2-4)-y_1^2+\sqrt{2}y_1=0$ ----- ①

을 만족해야 하며 또한 교점 $\mathrm{M}(x_1,y_1)$은 직선위의 한 점이므로 두 직선 중 어느 직선의 방정식이라도 만족하여야 한다. 여기서는

즉, $y_1=f(x_1)=\frac{1}{\sqrt{2}}x_1+2\sqrt{2}$를 이용하고자 한다. ----- ②

III) 두 방정식을 연립하여 교점을 구하였는가? (부분점수 3점)

위의 두 방정식 ①과 ②를 연립하여 계산하면

$$x_1^2+y_1^2=\sqrt{2}y_1+4 \quad \text{<---------------} \quad y_1=\frac{1}{\sqrt{2}}x_1+2\sqrt{2}\text{을 대입}$$

$$\rightarrow \left(\sqrt{2}y_1-4\right)^2+y_1^2=\sqrt{2}y_1+4$$

$$\rightarrow\ y_1^2-3\sqrt{2}y_1+4=0$$

근의 공식을 활용하면 $y_1 = \dfrac{3\sqrt{2} \pm \sqrt{2}}{2}$가 되어 가능한 해로 $y_1 = \dfrac{4\sqrt{2}}{2}$가 된다.

따라서 최종적인 교점의 좌표는 $(0, 2\sqrt{2})$이다.

[문제 1-4]

I) 주어진 두 직선의 방향벡터를 구할 수 있는가? (부분점수 2점)
두 직선의 함수를 다음과 같이 각각 표현할 수 있다.

$$y = f(x) = \frac{1}{\sqrt{2}}x + \frac{4}{\sqrt{2}} \quad ==> \quad \frac{x+4}{\sqrt{2}} = \frac{y}{1}$$

$$y = h(x) = \sqrt{2}x + 2\sqrt{2} \quad ===> \quad \frac{x+2}{1} = \frac{y}{\sqrt{2}}$$

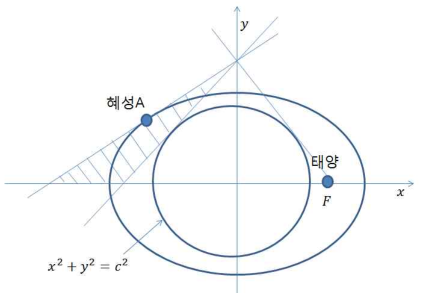
위를 바탕으로 방향벡터를 구하면 각각의 직선에 대해서 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\overrightarrow{u_1} = (\sqrt{2}, 1),\ \overrightarrow{u_2} = (1, \sqrt{2})$$

II) 최종 $\cos\theta$의 값을 구할 수 있는가? (부분점수 3점)
두 벡터의 정사영의 원리를 사용하여
따라서 $\cos\theta = \dfrac{|l_1 l_2 + m_1 m_2|}{\sqrt{l_1^2 + m_1^2}\sqrt{l_2^2 + m_2^2}} = \dfrac{|\sqrt{2} + \sqrt{2}|}{\sqrt{3}\sqrt{3}} = \dfrac{2\sqrt{2}}{3}$이다.

[문제 1-5]

I) 부등식의 영역을 표시할 수 있는가? (부분점수 3점)
부등식의 영역을 다음과 같이 표시한다.



II) 최댓값 및 최소값을 구할 수 있는가? (최솟값 부분점수 3점), (최댓값 부분점수 2점)

원점에서 접선 $y = h(x) = \sqrt{2}x + 2\sqrt{2}$ 까지의 거리일 때 $x^2 + y^2$은 최소가 되며 (-4,0) 또는 $(0, 2\sqrt{2})$일 때 최대가 되므로 최소거리= $\dfrac{|2\sqrt{2}|}{\sqrt{2+1^2}} = \dfrac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$이므로 최솟값은 $8/3$이 되며 최댓값은 (-4,0)일 때의 $x^2 + y^2$의 값으로 16이 된다.

<공학계열 2번>

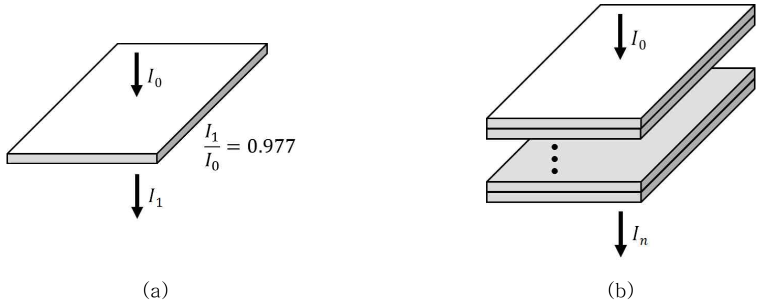
1. 일반정보

유형	☑ 논술고사 □ 면접 및 구술고사	
전형명	논술우수자전형	
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	공학계열 / 문제2	
출제 범위	교육과정 과목명	□ 수학 : 수학 II, 미적분 II □ 과학 : 과학(국민 공통 기본교과)
	핵심개념 및 용어	□ 수학 : 등비수열, 지수와 로그 □ 과학 : 신소재, 나노물질
예상 소요 시간	40분 / 전체 120분	

2. 문항 및 제시문

가) 나노(nano)는 난쟁이라는 뜻의 그리스어 나노스에서 유래한 접두어이다. 나노는 10억분의 1 (10^{-9})을 나타내고, 1 나노미터(nm)는 10억분의 1(10^{-9})m 이다. 나노기술은 나노미터 단위에서 물질을 합성, 조립, 제어하며, 그 성질을 이용하는 기술이다. 나노기술을 적용하여 만든 물질을 나노소재라고 한다. 나노소재는 부피에 대한 표면적의 비가 크기 때문에 독특한 성질을 보인다.

나) 나노기술을 적용한 신소재 A는 [그림 2-1(a)]와 같이 두께가 0.3 nm인 얇은 직육면체 형상이다. 이렇게 얇은 소재는, 투명성이 우수하기 때문에 디스플레이 투명전극 소재로 활용하기 위하여 활발히 연구되고 있다. 신소재 A는 기계적, 전기적 특성 향상을 위해서 여러 번 겹쳐 쌓아서 사용하기도 한다. 빛이 신소재 A 한 층을 통과할 때마다 빛의 세기가 2.3%씩 줄어든다.



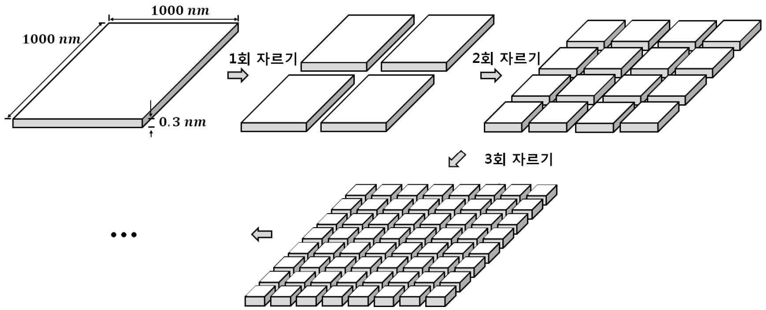
[그림2-1] (a) 신소재 A 한 층, (b) 신소재 A를 n개 쌓은 구조
(I_0는 윗면으로 들어가는 빛의 세기, I_1은 한 층을 통과한 빛의 세기, I_n은 n개의 층을 통과한 빛의 세기)

다) 신소재 A는 [그림 2-1(a)]와 같이 윗면, 밑면, 그리고 4개의 옆면으로 이루어진다. 4개 옆면의 특성은 서로 같다. 윗면과 밑면의 특성은 서로 같지만 옆면의 특성과는 다르다. 윗면적 대비 옆면적의 비율에 따른 전기적, 광학적, 기계적 특성 변화에 관한 연구가 활발히 진행되고 있다.

※ 다음과 같은 값을 활용할 수 있다. $\log 2 = 0.3, \log 3 = 0.5, \log 9.77 = 0.99$

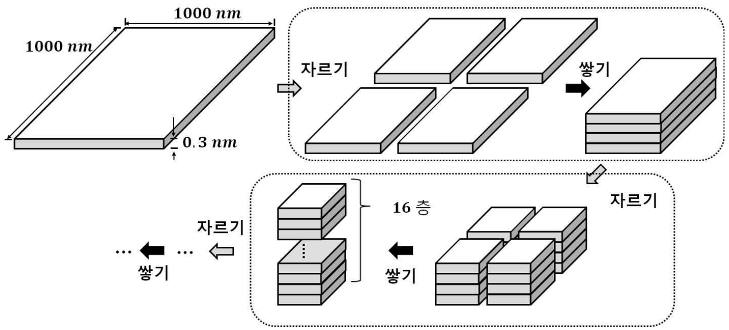
[문제 2-1] **투명전극의 투명성과 물리적 안정성을 확보하기 위하여 제시문 나)의 [그림 2-1(b)]와 같이 신소재 A를 쌓은 구조로 사용하고자 한다. '통과한 빛의 세기(I_n)'를 '들어가는 빛의 세기(I_0)'의 $\frac{1}{2}$보다 작지 않게 하기 위한 최대 층수를 구하시오.**

[문제 2-2] **신소재 A를 [그림 2-2]와 같은 방법으로 자를 때, 옆면적의 합이 윗면적의 합보다 크거나 같으려면, 최소 몇 회 잘라야 하는지 구하시오.**



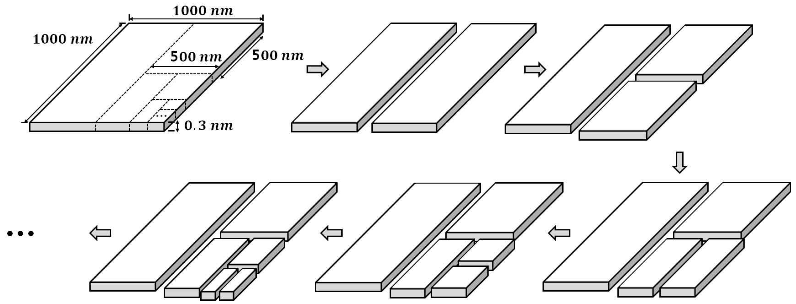
[그림 2-2] 신소재 A를 자르는 방법(1)

[문제 2-3] 신소재 A를 [그림 2-3]과 같은 방법으로 자르고, 잘라진 것들을 쌓는다. 그림과 같이 ‘자르기와 쌓기’를 반복할 때, 윗면적은 감소하고 옆면적은 증가하게 된다. 옆면적이 윗면적보다 더 크기 위해서는 ‘자르기와 쌓기’를 최소 몇 회 반복하면 되는지 구하시오.



[그림 2-3] ‘자르기와 쌓기’를 반복하는 방법

[문제 2-4] 신소재 A를 [그림 2-4]와 같은 방법으로 자르기를 한없이 반복할 때 옆면적의 총합을 구하시오. (면적의 단위는 nm^2)



[그림 2-4] 신소재 A를 자르는 방법(2)

3. 출제 의도

본 문제는 고등학교 과학 교과과정에서 다루고 있는 ‘정보통신과 신소재’의 특성에 대한 이해와 논리적인 사고, 자료 분석 능력을 평가한다.

고등학교 수학 교과과정에서 다루고 있는 ‘수열’과 ‘지수와 로그 함수’를 이용하여 변화의 대소 관계를 활용하는 능력을 평가하기 위해 출제하였다. 구체적으로 일정한 규칙에 의하여 나열된 수의 배열에서 첫째항부터 제n항까지의 변화를 이용하여 일반항을 도출 할 수 있는 지 평가하였다.

2-1 거듭제곱근의 뜻을 알고, 그 성질을 이용해서 수의 대소 관계를 평가하는 문제이다.

2-2 지수의 법칙을 이해하고, 지수와 로그 관계식을 이용하여 수의 대소 관계를 평가하는 문제이다.

2-3 서로 다른 규칙을 갖고 변하는 수들의 관계에서 지수와 로그 법칙을 적용하여 수의 대소 관계를 평가하는 문제이다.

2-4 일정한 규칙에 의하여 차례로 나열된 수에서 일반항을 구하는 능력을 평가하는 문제이다.

4. 출제 근거

가) 교육과정 및 관련 성취기준

문항 및 제시문		관련 성취기준
제시문	교육과정	교육과학기술부 고시 제 2011-361호[별책9] “과학과 교육과정”
	성취기준	1. 교육과정문서 제2부 과학과 문명 (1) 정보통신과 신소재 (62쪽) (가) 빛, 힘, 소리, 온도변화, 압력변화, 탄성파, 전자기파 등 자연계의 물리적 정보 발생 과정을 이해하고, 아날로그 정보와 디지털 정보의 의미와 차이를 이해한다. (마) 고체에 대한 에너지 띠구조를 바탕으로 도체, 부도체, 반도체의 차이를 이해하고, 초전도체와 액정 등 새로운 소재의 물리적 원리를 이해한다.
문제2-1	교육과정	[수학 II] - (라) 지수와 로그 - ① 지수 거듭제곱과 거듭제곱근의 뜻을 알고, 그 성질을 이해한다.
	성취기준·성취수준	[수학 II] - (라) 지수와 로그 - ① 지수 수학2411 거듭제곱과 거듭제곱근의 뜻과 그 성질을 설명할 수 있다.
문제2-2	교육과정	[수학 II] - (다) 수열 - ① 등차수열과 등비수열 등비수열의 뜻을 알고, 일반항, 첫째항부터 제n항까지의 합을 구할 수 있다. [수학 II] - (라) 지수와 로그 - ① 지수 지수법칙을 이해하고, 이를 이용하여 식을 간단히 나타낼 수 있다. [수학 II] - (라) 지수와 로그 - ① 로그 상용로그를 이해하고, 이를 활용할 수 있다. [미적분 II] - (가) 지수함수와 로그함수 - ① 지수함수와 로그함수의 뜻과 그래프 지수함수와 로그함수를 활용하여 문제를 해결할 수 있다.
	성취기준·성취수준	[수학 II] - (다) 수열 - ① 등차수열과 등비수열 수학2411 거듭제곱과 거듭제곱근의 뜻과 그 성질을 설명할 수 있다. [수학 II] - (라) 지수와 로그 - ① 지수 수학2413 지수법칙을 이해하고, 이를 이용하여 식을 간단히 나타낼 수 있다. [수학 II] - (라) 지수와 로그 - ① 로그 수학2422 상용로그를 활용하여 문제를 해결할 수 있다. [미적분 II] - (가) 지수함수와 로그함수 - ① 지수함수와 로그함수의 뜻과 그래프 미적2113 지수함수와 로그함수를 활용하여 문제를 해결할 수 있다.
문제2-3	교육과정	[수학 II] - (다) 수열 - ① 등차수열과 등비수열 등비수열의 뜻을 알고, 일반항, 첫째항부터 제n항까지의 합을 구할 수 있다. [수학 II] - (라) 지수와 로그 - ① 지수 지수법칙을 이해하고, 이를 이용하여 식을 간단히 나타낼 수 있다. [수학 II] - (라) 지수와 로그 - ① 로그 상용로그를 이해하고, 이를 활용할 수 있다. [미적분 II] - (가) 지수함수와 로그함수 - ① 지수함수와 로그함수의 뜻과 그래프 지수함수와 로그함수를 활용하여 문제를 해결할 수 있다.
	성취기준·성취수준	[수학 II] - (다) 수열 - ① 등차수열과 등비수열 수학2411 거듭제곱과 거듭제곱근의 뜻과 그 성질을 설명할 수 있다. [수학 II] - (라) 지수와 로그 - ① 지수 수학2413 지수법칙을 이해하고, 이를 이용하여 식을 간단히 나타낼 수 있다. [수학 II] - (라) 지수와 로그 - ① 로그 수학2422 상용로그를 활용하여 문제를 해결할 수 있다. [미적분 II] - (가) 지수함수와 로그함수 - ① 지수함수와 로그함수의 뜻과 그래프 미적2113 지수함수와 로그함수를 활용하여 문제를 해결할 수 있다.
문제2-4	교육과정	[수학 II] - (다) 수열 - ① 등차수열과 등비수열 등비수열의 뜻을 알고, 일반항, 첫째항부터 제n항까지의 합을 구할 수 있다. [수학 II] - (라) 지수와 로그 - ① 지수 지수법칙을 이해하고, 이를 이용하여 식을 간단히 나타낼 수 있다. [수학 II] - (라) 지수와 로그 - ① 로그 상용로그를 이해하고, 이를 활용할 수 있다. [미적분 II] - (가) 지수함수와 로그함수 - ① 지수함수와 로그함수의 뜻과 그래프 지수함수와 로그함수를 활용하여 문제를 해결할 수 있다.
	성취기준·성취수준	[수학 II] - (다) 수열 - ① 등차수열과 등비수열 수학2411 거듭제곱과 거듭제곱근의 뜻과 그 성질을 설명할 수 있다. [수학 II] - (라) 지수와 로그 - ① 지수 수학2413 지수법칙을 이해하고, 이를 이용하여 식을 간단히 나타낼 수 있다. [수학 II] - (라) 지수와 로그 - ① 로그 수학2422 상용로그를 활용하여 문제를 해결할 수 있다. [미적분 II] - (가) 지수함수와 로그함수 - ① 지수함수와 로그함수의 뜻과 그래프 미적2113 지수함수와 로그함수를 활용하여 문제를 해결할 수 있다.

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행 연도	쪽수
고등학교 교과서	수학 II	조도연외	경기도교육청	2014	122~132, 184~208
	수학 II	이준열외	천재교육	2014	114~148, 172~202
	수학 II	김원경외	비상교육	2014	109~120, 155~177
	미적분 II	정상권외	㈜금성출판사	2014	12~30
	미적분 II	이강섭외	미래엔	2014	11~20
	미적분 II	김창동외	㈜교학사	2014	13~28
	과학	곽영직외	더텍스트	2016	94~129
	과학	전동렬외	미래	2016	58~83
	과학	정완호외	㈜교학사	2016	250
	과학	안태인외	㈜금성출판사	2016	236~237
기타					

5. 문항 해설

제시문은 나노기술에서 다루는 크기인 나노의 의미와 나노소재가 보이는 특이한 성질의 원리를 설명한다. 이 내용은 고등학교 과학 교과과정에서 다루고 있는 '정보통신과 신소재' 단위에 포함되어 있다. 제시문에서는 부피대비 표면적이 더 큰 나노소재의 성질을 이해하고, 논리적인 사고를 통해 문항에 제시된 자료를 해석하는 능력을 요구한다.
수열, 거듭제곱근, 지수함수, 로그함수를 활용한 상황은 사회, 과학 분야에서 여러 가지 변수간의 변화를 해석하는 데 수학적 기초가 된다. 본 문항의 핵심적인 내용은 「수학 II」의 수열 영역과 「미적분 II」의 로그와 지수 함수 단원에서 다루어진다. 본 문항을 통해 학생들이 제시문을 읽고 지수적으로 변하는 수들의 규칙을 이해하고 관계식을 도출하여, 제시된 문제를 논리적으로 해결할 수 있는지를 평가한다.

6. 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
2-1	거듭제곱근을 활용하여 관계식을 유도 할 수 있는가?	3
	식을 바르게 정리하고 답을 유도하였는가?	3
2-2	등비수열에서 첫째항과 공비를 찾아 일반항을 바르게 유도 하였는가?	2
	변화의 관계식을 바르게 유도 할 수 있는가?	2
	식들을 바르게 정리하고 답을 유도 할 수 있는가?	4
2-3	등비수열에서 첫째항과 공비를 찾아 일반항을 바르게 유도 하였는가?	2
	변화의 관계식을 바르게 유도 할 수 있는가?	2
	식들을 바르게 정리하고 답을 유도 할 수 있는가?	4
2-4	등비수열에서 첫째항과 공비를 찾아 일반항을 바르게 유도 하였는가?	2
	변화의 관계식을 바르게 유도 할 수 있는가?	2
	식들을 바르게 정리하고 답을 유도 할 수 있는가?	4

7. 예시 답안

【문제 2】 (30점)

[문제 2-1]
[채점기준] 총 6점을 배점하고 단계별 부분점수는 다음과 같다.

(1단계) 부분점수 3점
초기광원의 세기(I_0)와 n개의 층을 통과한 빛의 세기(I_n)의 관계식을 바르게 유도 했으면, 3점을 부여함. 관계식은 틀렸지만 0.977 공비를 적용하여 정리되면 부분점수 1점 인정함.

$$I_n = I_0 \times (0.977)^n \geq 0.5 \times I_0$$

(2단계) 부분점수 3점
위의 식을 바르게 정리하고 답을 유도 했으면 3점을 부여함. 전개과정에 실수가 있어도, 그 과정이 논리적으로 유도되면 재량껏 부분점수 인정함. (최소 2점 감점)

$$n\log(0.977) \geq \log 0.5$$
$$n\log\left(\frac{9.77}{10}\right) \geq -\log 2$$
$$n(\log 9.77 - 1) \geq -\log 2$$
$$n(0.99 - 1) \geq -\log 2$$
$$n(-0.01) \geq -0.3$$
$$n(-0.01) \geq -0.3$$
$$n \leq 30$$
$$n = 30$$

[문제 2-2]
[채점기준] 총 8점을 배점하고 단계별 부분점수는 다음과 같다.

(1단계) 부분점수 4점
[그림 2-2]와 같이 자르기를 n회 반복할 때, 옆면적의 합이 윗면적의 합보다 크거나 같은 관계식을 바르게 유도 했으면 4점을 부여함.
(공비를 바르게 유도 했으나 관계식이 틀리면 2점만 부여 함.)
정사각형 윗면, 한 변의 길이 $x=1000$
옆면적의 증가는, 첫째항 a_1, 공비가 2^n 인 등비수열$\{a_n\}$으로 나타내어진다.

$a_1=(x\times\frac{1}{2}\times0.3\times4^2)$
$a_2=(x\times(\frac{1}{2})^2\times0.3\times4^3)$
$a_n=(x\times(\frac{1}{2})^n\times0.3\times4^n\times4)$

$a_n=(x\times0.3\times2^n\times2^2)$

[그림 2-2]와 같이 자르기를 n 회 반복할 때,
윗면적은 x^2으로 일정하다.
따라서 $a_n=(x\times0.3\times2^n\times2^2)\geq x^2$
$x=1000$ 대입하면, $(10^3\times0.3\times2^n\times2^2)\geq10^6$

(2단계) 부분점수 4점
위의 식을 바르게 정리하고 답을 유도 했으면 4점을 부여함.
(정답이 아닌 경우, 부분점수 2점 이하 부여 가능)
$2^n\times0.3\times2^2\geq10^3$

$n\log2+\log3-1+2\log2\geq3$
$n\log2\geq4-(\log3+2\log2)$
$0.3\times n\geq2.9$
$n\geq9.67$
n의 최솟값은 10
[문제 2-3]
[채점기준] 총 8점을 배점하고 단계별 부분점수는 다음과 같다.
(1단계) 부분점수 4점
[그림 2-3]와 같이 '자르기와 쌓기'를 n회 반복할 때, 옆면적의 합이 윗면적의 합보다 더 크기 위한 관계식을 바르게 유도 했으면 4점을 부여함.
(공비를 바르게 유도 했으나 관계식이 틀리면 2점만 부여 함.)
정사각형 윗면, 한 변의 길이 $x=1000$
옆면적 증가는, 첫째항 a_1, 공비가 2^n 인 등비수열$\{a_n\}$으로 나타내어진다.
$a_1=(x\times\frac{1}{2}\times0.3\times4^2)$
$a_2=(x\times(\frac{1}{2})^2\times0.3\times4^3)$
.
$a_n=(x\times(\frac{1}{2})^n\times0.3\times4^n\times4)$
$a_n=(x\times0.3\times2^n\times2^2)$
윗면적의 감소는, 첫째항 b_1, 공비가 $\frac{1}{4}$인 등비수열$\{b_n\}$으로 나타내어진다.
$b_n=(\frac{1}{4})^n\times x^2$
옆면적 합이 윗면적 합보다 더 크기 위해서는 $a_n>b_n$

$a_n = (x \times (2^{-n}) \times 0.3 \times 2^{2n} \times 2^2) > b_n = (\frac{1}{4})^n \times x^2$

$10^3 \times 0.3 \times 2^n \times 2^2 > (2^{-2n}) \times 10^6$

(2단계) 부분점수 4점

위의 식을 바르게 정리하고 답을 유도 했으면 4점을 부여함.

(정답이 아닌 경우, 부분점수 2점 이하 부여 가능)

$2^{3n+2} \times 0.3 > 10^3$ 이 식에 log를 취하면,

$(3n+2)\log 2 + \log 3 - 1 > 3$

$(3n+2) \times 0.3 + 0.5 - 1 > 3$

$3n \times 0.3 + 0.6 > 3.5$

$0.9n > 2.9$

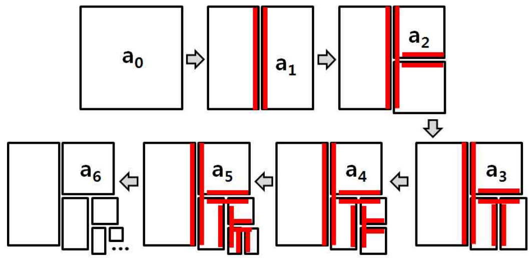
$n > 3.22$

n 의 값은 4

[문제 2-4]

[채점기준] 총 8점을 배점하고 단계별 부분점수는 다음과 같다.

a_0는 초기 옆면적합, a_1은 1회 자른 후 생성된 옆면적합, a_n은 n회 자른 후 생성된 옆면적합



(1단계) 부분점수 4점

관계식을 바르게 유도 했으면 4점을 부여함.

(관계식은 틀렸지만, 공비를 적용하여 정리되면 부분점수 2점 이하 부여 가능).

초기 옆 면적 $a_0 = x \times 0.3 \times 4$ ($x = 1000$) 나눌 때 새롭게 생성되는 추가 옆면적은 아래와 같다.

$a_1 = (x \times 0.3 \times 2)$

$a_2 = (x \times \frac{1}{2} \times 0.3 \times 2)$

$a_3 = (x \times \frac{1}{2} \times 0.3 \times 2)$

$b_1 = a_2 + a_3 = (x \times \frac{1}{2} \times 0.3 \times 2) \times 2$

$a_4 = (x \times (\frac{1}{2})^2 \times 0.3 \times 2)$

$a_5 = (x \times (\frac{1}{2})^2 \times 0.3 \times 2)$

$b_2 = a_4 + a_3 = (x \times (\frac{1}{2})^2 \times 0.3 \times 2) \times 2$

$b_n = x \times (\frac{1}{2})^n \times 0.3 \times 2 \times 2$

$(a_2 + a_3 = b_1), (a_4 + a_5 = b_2), (a_6 + a_7 = b_3)$...등비수열로 감소함,

(2단계) 부분점수 4점

위의 식을 바르게 정리하고 답을 유도 했으면 4점을 부여함.

(정답이 아닌 경우, 부분점수 2점 이하 부여 가능)

첫째 항이 b_1 공비가 $\frac{1}{2}$인 등비수열 $\{b_n\}$에서 첫째항부터 제n항까지의

합을 S_n이라 할 때, $S_n = \dfrac{600(1-(\frac{1}{2})^n)}{1-\frac{1}{2}} = 1200(1-(\frac{1}{2})^n)$, $a_0 = 1200$,

$a_1 = 600$

n를 한없이 반복할 때,

$\lim_{n\to\infty}(S_n + a_0 + a_1) = 1200 + 1200 + 600 = 3000$

답은 3000

<공학계열 3번>

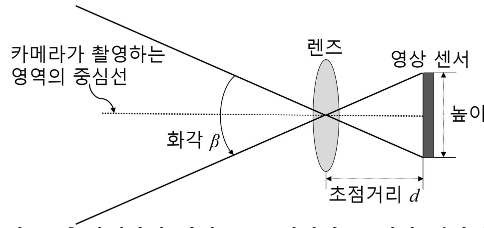
1. 일반정보

유형	☑ 논술고사 ☐ 면접 및 구술고사	
전형명	논술우수자전형	
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	공학계열 / 문제3	
출제 범위	교육과정 과목명	☐ 수학 : 수학 I, 미적분 I, 미적분 II, 기하와 벡터 ☐ 과학 : 과학(국민 공통 기본교과)
	핵심개념 및 용어	☐ 수학 : 여러 가지 부등식, 극값, 삼각함수의 극한, 도함수의 활용, 평면운동, 정적분의 활용 ☐ 과학 : 정보의 발생, 영상저장 장치
예상 소요 시간	40분 / 전체 120분	

2. 문항 및 제시문

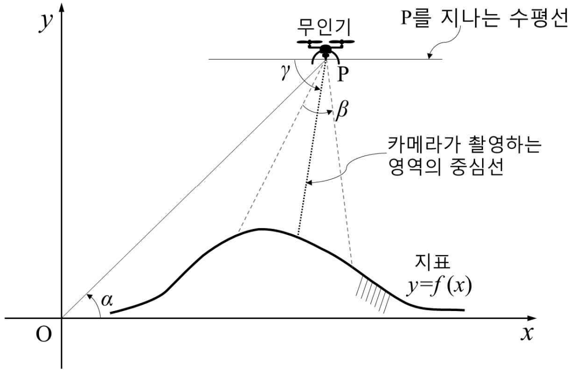
가) 미래 사회에서는 많은 정보를 획득하고 빠르게 전달하는 것이 중요하다. 획득된 정보는 관찰이나 측정을 통하여 수집한 자료이다. 무인기는 사람이 타지 않고 운용하는 항공기로, 사용되는 용도에 따라 표적용, 택배용, 촬영용 등으로 분류할 수 있다. 촬영용 무인기는 하부에 부착된 카메라를 통해 지표의 다양한 모습을 관찰하는 데 사용한다.

나) 카메라는 인간의 눈과 비교할 수 있다. [그림 3-1]과 같이 눈의 수정체에 해당되는 렌즈를 통과한 빛이 눈의 망막에 해당되는 영상 센서에 반응하여, 촬영이 이루어진다. 이때 화각 β는 촬영 가능한 범위의 각의 크기를 나타낸다. '카메라가 촬영하는 영역의 중심선'은 영상 센서에 수직으로 화각을 이등분한다. 화각이 작은 경우 멀리 있는 대상을 확대 촬영할 수 있지만 좁은 범위의 촬영만 가능하다. 화각이 큰 경우 넓은 범위를 촬영할 수 있지만 대상물의 크기는 작아진다. 여기서 렌즈의 중심을 통과한 빛은 [그림 3-1]과 같이 직선으로 진행한다.



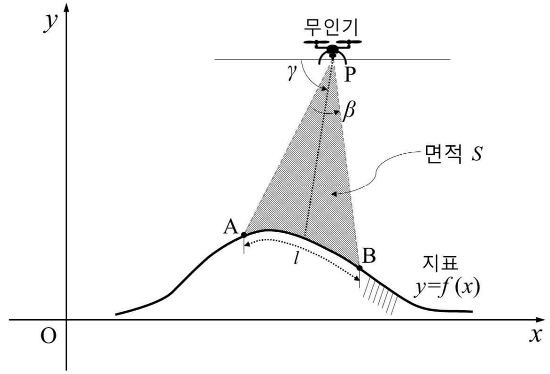
[그림 3-1] 카메라의 화각 β, 초점거리 d, 영상 센서 높이 h

다) 촬영용 무인기가 지표의 모습을 관찰하기 위해 비행을 하고 있다. 무인기가 비행하는 공간은 [그림 3-2]와 같이 좌표평면으로 가정하고, 촬영하는 지표는 좌표평면 상의 선으로 가정한다. 무인기 하부에 부착된 카메라의 크기는 무시한다. 카메라의 위치는 P, 화각은 $\beta\,(0 \le \beta \le \pi)$ 이다. 좌표평면에서, '카메라가 촬영하는 영역의 중심선'과 'P를 지나는 수평선' 사이의 각의 크기 (카메라 각의 크기)는 $\gamma\,(0 \le \gamma \le \pi)$ 이다. 지표는 함수 $y = f(x)$로 표현된다. 위치의 단위는 미터(m), 각도는 라디안을 사용하며, 단위는 계산의 편의를 위해서 생략한다.



[그림 3-2] 촬영용 무인기

[그림 3-3]은 무인기에서 촬영하는 지표의 길이 l을 보여준다. 카메라의 위치가 P일 때 S는 선분 PA, 선분 PB, 촬영되는 지표를 표현하는 곡선으로 둘러싸인 부분의 면적이다.



[그림 3-3] 무인기 카메라의 촬영길이 l과 면적 S

[문제 3-1] 카메라의 화각 β, 초점거리 d, 영상 센서 높이 h의 관계식을 제시문 나)의 [그림 3-1]을 이용하여 구하시오. 화각 β가 $\frac{\pi}{3} \le \beta \le \frac{\pi}{2}$ 를 만족하게 하는 카메라의 초점거리 d의 범위를 구하시오. (영상 센서의 높이 h는 0.04이다.)

[문제 3-2] 제시문 다)의 [그림 3-2]에서 무인기에 부착된 카메라의 위치 P와 원점 O 사이의 거리는 10, 선분 OP와 x축이 이루는 각의 크기 α $(0 \le \alpha \le \pi)$는 시간 t에 대한 함수 $\alpha(t) = \dfrac{\pi t \sin t}{3 - 3\cos t}$로 표현된다. 시간 t가 0에 한없이 가까워질 때 각의 크기 α를 구하고, 그때의 카메라 위치 P의 좌표를 구하시오.

[문제 3-3] 제시문 다)의 [그림 3-3]에서 지표를 표현하는 함수는

$$f(x) = \begin{cases} 0 & (x < 0) \\ \dfrac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x & (0 \le x < 3) \\ 0 & (3 \le x) \end{cases}$$

이다. 이 지역에 위치한 무인기에서 카메라의 위치 P는 $\left(4, \frac{13}{3}\right)$이고, 카메라의 화각 β는 $\frac{\pi}{6}$이다.

1) 지표를 표현하는 함수 $f(x)$의 개형을 그리고, 지표의 최고점(y값이 가장 큰 지점)의 좌표를 구하시오.

2) 지표의 최고점을 촬영하기 위한 γ의 범위를 구하시오.

[문제 3-4] 제시문 다)의 [그림 3-3]에서 지표를 표현하는 함수는

$$f(x)=\begin{cases} 5 & (x<1) \\ -x^2+\frac{1}{8}\ln x+6 & (1\le x<2) \\ 2+\frac{1}{8}\ln 2 & (2\le x) \end{cases}$$

이다. 이 지역에 위치한 무인기에서 카메라의 위치 P는 $(3,7)$이고, 촬영하고 있는 지표의 x좌표 범위는 $1 \le x \le 3$ 이다.

1) 지표를 표현하는 함수 $f(x)$의 개형을 그리고, β와 γ를 구하시오.

2) 촬영하는 지표의 길이 l을 구하시오.

3) 면적 S를 구하시오.

3. 출제 의도

본 문제는 고등학교 과학과 교육과정의 과학분야에서 다루어지고 있는 눈과 디지털 카메라의 원리에 대한 이해와 논리적인 사고, 자료 분석 능력을 평가한다.

고등학교 수학 교과과정에서 다루고 있는 좌표공간에서 그래프의 개형을 그리고, 점의 좌표, 각의 크기, 곡선의 길이, 곡선으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구할 수 있는지를 평가하고자 한다.

3-1 간단한 삼각함수의 값을 구하고 일차부등식을 풀 수 있는지 평가하는 문제이다.

3-2 좌표공간에서 삼각함수의 극한값을 이용하여 점의 좌표를 구할 수 있는지를 평가하는 문제이다.

3-3 좌표공간에서 그래프의 개형을 그리고, 최댓값을 계산하고, 간단한 삼각함수의 값을 통해 각도를 구할 수 있는지를 평가하는 문제이다.

3-4 좌표공간에서 그래프의 개형을 그리고, 곡선의 길이와 곡선으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구할 수 있는지를 평가하는 문제이다.

4. 출제 근거

가) 교육과정 및 관련 성취기준

문항 및 제시문		관련 성취기준
제시문	교육과정	교육과학기술부 고시 제 2011-361호[별책9] "과학과 교육과정"
	성취기준·성취수준	1. 교육과정문서 제2부 과학과 문명 (1) 정보통신과 신소재 (가) 빛, 힘, 소리, 온도변화, 압력변화, 탄성파, 전자기파 등 자연계의 물리적 정보 발생 과정을 이해하고, 아날로그 정보와 디지털 정보의 의미와 차이를 이해한다. (라) 눈에서 색을 인식하는 세포의 특성과 빛의 3원색 사이의 관계를 이해하고, 이를 바탕으로 LCD등 영상표현 장치와 디지털 카메라 등 영상 저장 장치의 원리와 구조를 과학적으로 이해한다.
문제3-1	교육과정	[수학I] - (나) 방정식과 부등식 - $\boxed{4}$ 여러 가지 부등식 부등식의 성질을 이해하고, 절댓값을 포함한 일차부등식을 풀 수 있다. [미적분II] - (나) 삼각함수 - $\boxed{1}$ 삼각함수의 뜻과 그래프 삼각함수의 뜻을 알고, 사인함수, 코사인함수, 탄젠트 함수의 그래프를 그릴 수 있다.
	성취기준·성취수준	[수학I] - (나) 방정식과 부등식 - $\boxed{4}$ 여러 가지 부등식 수학1241. 부등식의 성질을 이해하고, 절댓값을 포함한 일차부등식을 풀 수 있다. [미적분II] - (나) 삼각함수 - $\boxed{1}$ 삼각함수의 뜻과 그래프 미적2212-1. 삼각함수의 뜻을 알고, 간단한 삼각함수의 값을 구할 수 있다.
문제3-2	교육과정	[미적분II] - (나) 삼각함수 - $\boxed{2}$ 삼각함수의 미분 삼각함수의 극한을 구할수 있다. [미적분II] - (나) 삼각함수 - $\boxed{1}$ 삼각함수의 뜻과 그래프 일반각과 호도법의 뜻을 안다. [미적분II] - (나) 삼각함수 - $\boxed{1}$ 삼각함수의 뜻과 그래프 삼각함수의 뜻을 알고, 사인함수, 코사인함수, 탄젠트 함수의 그래프를 그릴 수 있다.
	성취기준·성취수준	[미적분II] - (나) 삼각함수 - $\boxed{2}$ 삼각함수의 미분 미적2222. 삼각함수의 극한을 구할 수 있다.

		[미적분II] - (나) 삼각함수 - $\boxed{1}$ 삼각함수의 뜻과 그래프 미적2211-1. 일반각의 뜻을 알고, 주어진 각의 일반각을 구할 수 있다. [미적분II] - (나) 삼각함수 - $\boxed{1}$ 삼각함수의 뜻과 그래프 미적2212-1. 삼각함수의 뜻을 알고, 간단한 삼각함수의 값을 구할 수 있다.
문제3-3 (1)	교육과정	[미적분II] - (다) 미분법 - $\boxed{2}$ 도함수의 활용 함수의 그래프의 개형을 그릴 수 있다. [미적분I] - (다) 다항함수의 미분법 - $\boxed{3}$ 도함수의 활용 함수의 증가, 감소, 극대와 극소를 판정하고 설명할 수 있다.
	성취기준·성취수준	[미적분II] - (다) 미분법 - $\boxed{2}$ 도함수의 활용 미적2322. 함수의 그래프의 개형을 그릴 수 있다. [미적분I] - (다) 다항함수의 미분법 - $\boxed{3}$ 도함수의 활용 미적1333. 함수의 증가, 감소, 극대와 극소를 판정하고 설명할 수 있다.
문제3-3 (2)	교육과정	[미적분II] - (나) 삼각함수 - $\boxed{1}$ 삼각함수의 뜻과 그래프 삼각함수의 뜻을 알고, 사인함수, 코사인함수, 탄젠트 함수의 그래프를 그릴 수 있다.
	성취기준·성취수준	[미적분II] - (나) 삼각함수 - $\boxed{1}$ 삼각함수의 뜻과 그래프 미적2212-1. 삼각함수의 뜻을 알고, 간단한 삼각함수의 값을 구할 수 있다.
문제3-4 (1)	교육과정	[미적분II] - (다) 미분법 - $\boxed{2}$ 도함수의 활용 함수의 그래프의 개형을 그릴 수 있다. [미적분II] - (나) 삼각함수 - $\boxed{1}$ 삼각함수의 뜻과 그래프 삼각함수의 뜻을 알고, 사인함수, 코사인함수, 탄젠트 함수의 그래프를 그릴 수 있다.
	성취기준·성취수준	[미적분II] - (다) 미분법 - $\boxed{2}$ 도함수의 활용 미적2322. 함수의 그래프의 개형을 그릴 수 있다. [미적분II] - (나) 삼각함수 - $\boxed{1}$ 삼각함수의 뜻과 그래프 미적2212-1. 삼각함수의 뜻을 알고, 간단한 삼각함수의 값을 구할 수 있다.
문제3-4 (2)	교육과정	[기하와벡터] - (나) 평면벡터 - $\boxed{3}$ 평면 운동 정적분을 이용하여 속도와 거리에 대한 문제를 해결할 수 있다. [미적분II] - (가) 지수함수와 로그함수 - $\boxed{2}$ 지수함수와 로그함수의 미분 지수함수와 로그함수를 미분할 수 있다. [미적분II] - (라) 적분법 - $\boxed{1}$ 여러 가지 적분법 여러 가지 함수의 부정적분과 정적분을 구할 수 있다.
	성취기준·성취수준	[기하와벡터] - (나) 평면벡터 - $\boxed{3}$ 평면 운동 기벡1232. 정적분을 이용하여 속도와 거리에 대한 문제를 해결할 수 있다. [미적분II] - (가) 지수함수와 로그함수 - $\boxed{2}$ 지수함수와 로그함수의 미분 미적 2122. 지수함수와 로그함수를 미분할 수 있다. [미적분II] - (라) 적분법 - $\boxed{1}$ 여러 가지 적분법 미적 2413-1. 함수 $y=x^n$ (n은 실수)의 부정적분과 정적분을 구할 수 있다.
문제3-4 (3)	교육과정	[미적분II] - (라) 적분법 - $\boxed{2}$ 정적분의 활용 곡선으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구할 수 있다.
	성취기준·성취수준	미적분II] - (라) 적분법 - $\boxed{2}$ 정적분의 활용 미적2421. 곡선으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구할 수 있다.

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행 연도	쪽수
고등학교 교과서	수학 I	신항균외	지학사	2016	111-120
	수학 I	김원경외	비상교육	2016	93-102
	미적분 I	김원경외	비상교육	2016	104-110
	미적분 I	김창동외	교학사	2016	118-123
	미적분 II	김창동외	교학사	2016	13-95 133-143 159-188
	미적분 II	이준열외	천재교육	2016	12-97 118-151 168-196
	기하와 벡터	우정호외	동아출판	2016	124-143
	기하와 벡터	정상권외	금성출판	2016	104-114
	고등학교 과학	오필석외	천재교육	2016	232-255
	고등학교 과학	정완호외	교학사	2016	200-235
	고등학교 과학	곽영직외	더텍스트	2016	232-264
	고등학교 과학	안태인외	금성출판사	2016	189-217
기타					

5. 문항 해설

제시문의 내용은 영상 정보를 획득하기 위한 카메라의 원리를 기술한 것으로 고등학교 과학과 교육과정의 과학분야에서도 다루어지고 있는 내용으로 교육과정 범위에 포함되어 있다. 제시문에서 주어진 디지털 카메라의 그림을 통해 영상 저장 장치의 원리와 구조를 과학적으로 이해하고 논리적인 사고를 통해 문항에 제시된 자료를 해석하는 능력을 요구하는 문항이다.

미적분법은 함수의 개형을 이해하고, 길이, 부피와 같은 물리량을 측정하는데 활용되는 핵심적인 수학적 도구이다. 본 문항의 핵심적인 내용은 「미적분II」의 도함수의 활용과 적분법의 활용, 「기하와 벡터」의 평면운동 단원에서 다루어진다.

제시문에서 주어진 카메라의 원리는 고등학교 과학과 교육과정에서 다루어지고 있는 내용으로 교육과정 범위에 포함되어 있다. 본 문항을 통해 학생들이 제시문을 읽고, 좌표평면에서 점의 위치, 각의 크기, 그래프의 개형, 곡선의 길이, 곡선으로 둘러싸인 도형의 넓이 등을 구할 수 있는지, 풀이과정을 논리적으로 전개할 수 있는지를 평가한다.

6. 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
3-1	주어진 그림에서 삼각함수식을 구할 수 있는가?	3
	일차 부등식을 풀 수 있는가?	2
3-2	삼각함수의 극한을 구할 수 있는가?	3
	좌표평면에서 점의 좌표를 구할 수 있는가?	2
3-3 (1)	그래프의 개형을 그릴 수 있는가?	4
	최댓값을 찾을 수 있는가?	2
3-3 (2)	좌표평면의 두 점으로부터 각의 크기를 구할 수 있는가?	3
	좌표평면에서 각도의 계산을 할 수 있는가?	1
3-4 (1)	그래프의 개형을 그릴 수 있는가?	3
	좌표평면의 두 점으로부터 각의 크기를 구할 수 있는가?	2
3-4 (2)	곡선의 길이를 구할 수 있는가?	4
	길이의 합을 구할 수 있는가?	1
3-4 (3)	두 곡선 사이의 면적을 계산할 수 있는가?	4
	면적의 합을 구할 수 있는가?	1

7. 예시 답안

[문제 3-1]

[채점기준] 총 5점을 배점하고 단계별 부분점수는 다음과 같다.

[부분점수 3점]

화각 β, 초점거리 d, 영상 센서 높이 h의 관계를 그림[3-1]에서 구하면

$$\frac{h}{2d} = \tan\left(\frac{\beta}{2}\right)$$

[부분점수 2점]

영상 센서 높이 $h=0.04$일 때 계산된 주어진 화각β의 범위를 만족하는 초점거리 d를 구하면 다음과 같다.

$$\tan\left(\frac{\pi}{6}\right) \le \frac{0.04}{2d} \le \tan\left(\frac{\pi}{4}\right) \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{\sqrt{3}} \le \frac{0.02}{d} \le 1$$

$$\Rightarrow \quad 0.02 \le d \le 0.02\sqrt{3}$$

[문제 3-2]

[채점기준] 총 5점을 배점하고 단계별 부분점수는 다음과 같다.

[부분점수 3점]

삼각함수의 극한을 계산하면

$$\alpha = \lim_{t\to 0}\frac{\pi t\sin t}{3-3\cos t}\times\frac{3+3\cos t}{3+3\cos t} = \lim_{t\to 0}\frac{\pi t\sin t(3+3\cos t)}{9(1-\cos^2 t)} = \lim_{t\to 0}\frac{\pi t\sin t(3+3\cos t)}{9\sin^2 t}$$

$$= \lim_{t\to 0}\frac{\pi t(3+3\cos t)}{9\sin t} = \lim_{t\to 0}\frac{3\pi}{9}\frac{t}{\sin t}(1+\cos t) = \frac{\pi}{3}\times 1\times(1+\cos 0) = \frac{2\pi}{3}$$

[부분점수 2점]

카메라의 위치 P의 x, y 좌표를 계산하면 다음과 같다.

$$(x,y) = \left(10\cos\frac{2\pi}{3},\ 10\sin\frac{2\pi}{3}\right) = (-5,\ 5\sqrt{3})$$

[문제 3-3]

[채점기준] 총 10점을 배점하고 문항별 점수와 단계별 부분점수는 다음과 같다.

1) 1번 문항에는 총 6점을 배점한다.

[부분점수 4점]

지표의 함수 $f(x)$의 개형을 그리기 위해 $0 \le x < 3$ 에서 도함수가 0인 x값을 찾으면 다음과 같다.

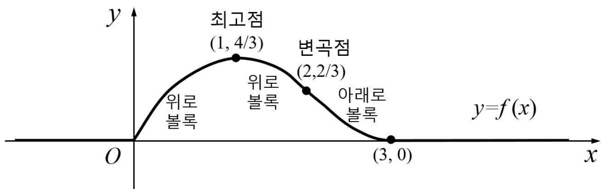
$$f'(x) = x^2 - 4x + 3 = 0 \quad \Rightarrow \quad x = 1, 3 \qquad (x = 1, 3\text{에서 극값을 갖는다.})$$

변곡점을 찾기위해 $0 \le x < 3$ 에서 이계도함수가 0인 x값을 찾으면 다음과 같다.

$$f''(x) = 2x - 4 = 0 \quad \Rightarrow \quad x = 2$$

변곡점의 좌표는 $(2, f(2))$이고, 아래 그림과 같이 $x = 2$의 좌,우에서 함수의 그래프의 모양이 각각 위로 볼록, 아래로 볼록이다.

$x = 1, 3$과 $x = 2$에서 $f(x)$를 계산하면 $f(1) = \frac{4}{3}$, $f(2) = \frac{2}{3}$, $f(3) = 0$이므로 함수$f(x)$의 개형은 다음 그림과 같다.



* 이계도함수를 이용한 볼록에 대한 조사가 없으면 1점 감점.

* 극값과 변곡점에 대한 함수값은 구하지 않아도 감점 없음

[부분점수 2점]

위 그림에서 확인할 수 있듯이 지표의 최고점은, $x = 1$에서 $y = \frac{4}{3}$이다.

2) 2번 문항에는 총 4점을 배점한다.

[부분점수 3점]

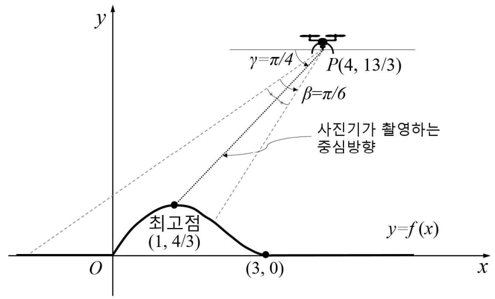
최고점과 P를 지나는 직선의 기울기는 1이므로 카메라가 촬영하는 중심방향이 최고점을 지날 때 카메라 각도 $\gamma = \frac{\pi}{4}$이다.

[부분점수 1점]

아래 그림에서와 같이 카메라가 촬영하는 중심방향은 화각 β를 이등분 한다. 카메라 화각 $\beta = \frac{\pi}{6}$이므로, 최고점을 촬영하기 위한 카메라 각도의 범위는 다음과 같다.

$$\frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{12} \le \gamma \le \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{12}$$

$$\Rightarrow \frac{\pi}{6} \le \gamma \le \frac{\pi}{3}$$



[문제 3-4]

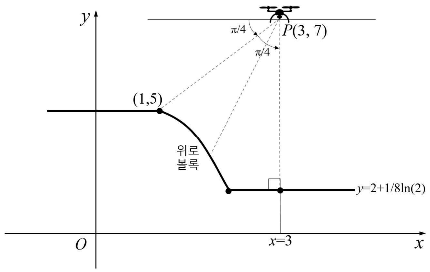
[채점기준] 총 15점을 배점하고 문항별 점수와 단계별 부분점수는 다음과 같다.

1) 1번 문항에는 총 5점을 배점한다.

[부분점수 3점]

그래프의 개형을 그리기 위해, $1 \le x < 2$에서 $f(x)$를 미분하면 $f'(x) = -2x + \frac{1}{8x}$이다. $f'(x) = 0$에서 $x = -\frac{1}{4}, \frac{1}{4}$이고, 범위 $1 \le x < 2$에서 $f'(x)$는 음수이다.

위로 볼록, 아래로 볼록을 조사하기 위해 이계도함수를 구하면 $f''(x) = -2 - \frac{1}{8x^2}$이고 범위 $1 \le x < 2$에서 $f''(x)$는 음수이다. 따라서 지표을 표현하는 함수의 개형은 아래 그림과 같다.



* 이계도함수를 이용한 볼록에 대한 조사가 없으면 1점 감점.

[부분점수 2점]

카메라가 촬영하는 끝점의 위치는 $(1,5), (3, 2 + \frac{1}{8}\ln 2)$이므로, 카메라의 위치 P와 촬영하는 끝점을 연결하면 위의 그림과 같다. $(1,5)$와 $(3,7)$을 연결한 선분과 P를 지나는 수평선 사이의 각도는 $\frac{\pi}{4}$이므로 카메라의 화각 $\beta = \frac{\pi}{4}$ [1점]이다. 카메라가 촬영하는 중심방향은 화각을 이등분하므로, 카메라의 각도 $\gamma = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{8} = \frac{3\pi}{8}$ [1점]이다.

2) 2번 문항에는 총 5점을 배점한다.
촬영하는 지표의 길이 l은 $x = 1$에서 $x = 2$까지의 촬영길이와 $x = 2$에서 $x = 3$ 까지의 촬영길이인 1의 합이다.

[부분점수 4점]
$x = 1$에서 $x = 2$까지의 길이를 계산하면 다음과 같다.

$$l_1 = \int_1^2 \sqrt{1 + f'(x)^2}\, dx = \int_1^2 \sqrt{1 + (-2x + \frac{1}{8x})^2}\, dx = \int_1^2 \sqrt{1 + (4x^2 + \frac{1}{64x^2} - \frac{1}{2})}\, dx$$

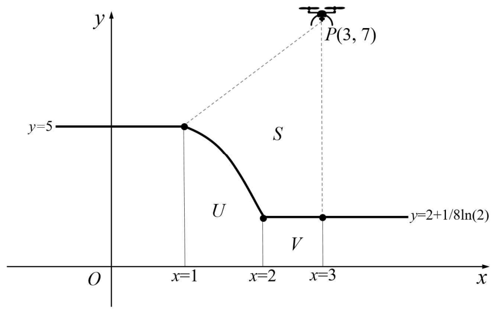
$$= \int_1^2 \sqrt{4x^2 + \frac{1}{64x^2} + \frac{1}{2}}\, dx = \int_1^2 \sqrt{(2x + \frac{1}{8x})^2}\, dx = \int_1^2 \left| 2x + \frac{1}{8x} \right| dx$$

$$= \left[x^2 + \frac{1}{8}\ln|x| \right]_1^2 = 4 - 1 + \frac{1}{8}\ln 2 - 0 = 3 + \frac{1}{8}\ln 2$$

[부분점수 1점]

촬영길이 $l = l_1 + 1 = 4 + \frac{1}{8}\ln 2$이다.

3) 3번 문항에는 총 5점을 배점한다.
면적 S를 구하기 위해 아래 그림에서와 같이 사다리꼴의 면적에서 U와 V의 면적을 뺀다.



[부분점수 1점]

사다리꼴의 면적은 $\frac{1}{2}(5+7) \times (3-1) = \frac{1}{2} \times 12 \times 2 = 12$

면적 $V = (3-2) \times (2 + \frac{1}{8}\ln 2) = 2 + \frac{1}{8}\ln 2$

[부분점수 3점]

면적 $U=\int_{1}^{2}(-x^2+\frac{1}{8}\ln x+6)\,dx=\left[-\frac{1}{3}x^3+\frac{1}{8}(x\ln x-x)+6x\right]_1^2$

$$=-\frac{1}{3}(8-1)+\frac{1}{8}[(2\ln2-2)-(1\ln1-1)]+6(2-1)$$

$$=-\frac{7}{3}+\frac{1}{8}(2\ln2-1)+6=\frac{85}{24}+\frac{1}{4}\ln2$$

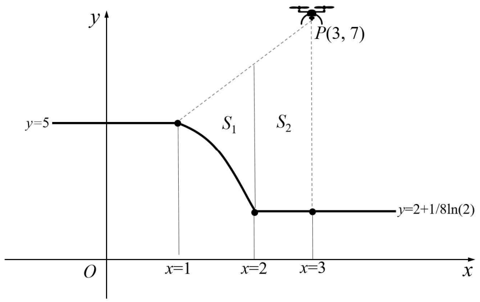
[부분점수 1점]

면적 $S=12-V-U=12-(2+\frac{1}{8}\ln2)-(\frac{85}{24}+\frac{1}{4}\ln2)$

$$=10-\frac{85}{24}-\frac{3}{8}\ln 2$$

$$=\frac{155}{24}-\frac{3}{8}\ln 2$$

*** 다른 풀이: 면적 S는 아래 그림에서 S_1과 S_2의 합으로 구할 수 있다.**



[부분점수 3점]

면적 $S_1=\int_{1}^{2}(x+4)-(-x^2+\frac{1}{8}\ln x+6)\,dx$

$$=\left[\frac{1}{2}x^2+4x\right]_1^2-\left[-\frac{1}{3}x^3+\frac{1}{8}(x\ln x-x)+6x\right]_1^2$$

$$=\frac{1}{2}(4-1)+4(2-1)-\left(\frac{85}{24}+\frac{1}{4}\ln2\right)$$

$$=\frac{11}{2}-\left(\frac{85}{24}+\frac{1}{4}\ln2\right)$$

$$=\frac{47}{24}-\frac{1}{4}\ln2$$

[부분점수 1점]

면적 $S_2=\frac{1}{2}(6+7)(3-2)-(2+\frac{1}{8}\ln2)=\frac{9}{2}-\frac{1}{8}\ln2$ **이므로**

[부분점수 1점]

면적 $S=S_1+S_2$

$$=\left(\frac{47}{24}-\frac{1}{4}\ln2\right)+\left(\frac{9}{2}-\frac{1}{8}\ln2\right)$$

$$=\frac{155}{24}-\frac{3}{8}\ln 2$$