

(2) 이항계열

【문제 1】 (30점)

※ 다음 제시문을 읽고 답하십시오

가) 수학적 귀납법을 이용하여 자연수 n 에 대한 명제 $p(n)$ 이 모든 자연수 n 에 대하여 성립하는 것을 증명하려면, 다음과 같이 [과정 1]과 [과정 2]를 보이면 된다.

[과정 1] $n=1$ 일 때, 명제 $p(n)$ 이 성립한다.

[과정 2] $n=k$ 일 때, 명제 $p(n)$ 이 성립한다고 가정하면,
 $n=k+1$ 일 때에도 명제 $p(n)$ 이 성립한다.

나) n 이 2 이상의 자연수일 때, 다음과 같은 명제가 있다.

임의의 n 개의 양수를 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ 이라고 할 때, 부등식 ①이 성립한다.

$$\sqrt[n]{a_1 a_2 a_3 \dots a_n} \leq \frac{\left(\sum_{j=1}^n a_j \right)}{n} \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

부등식 ①이 성립함을 보이기 위하여 아래와 같은 내용을 참고한다. 두 양수 a, b 에 대하여 부등식 ②가 성립함을 보일 수 있다. $\frac{a+b}{2}$, \sqrt{ab} 는 각각 a 와 b 의 산술평균, 기하평균이다.

$$\sqrt{ab} \leq \frac{a+b}{2} \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

위 ②에 주어진 부등식을 이용하면 네 개의 양수 a, b, c, d 에 대하여 ③에 주어진 부등식을 증명할 수 있다.

$$\sqrt[4]{abcd} \leq \frac{a+b+c+d}{4} \quad \dots\dots \textcircled{3}$$

증명의 과정은 다음과 같다.

$$\frac{a+b+c+d}{4} = \frac{\frac{a+b}{2} + \frac{c+d}{2}}{2} \geq \frac{\sqrt{ab} + \sqrt{cd}}{2} \geq \sqrt{\sqrt{ab} \sqrt{cd}} = \sqrt[4]{abcd}$$

위의 결과로부터 부등식 ③이 증명되었다.

부등식 ①에서 $n=2^q$ (단, q 는 자연수)일 때, q 에 관한 수학적 귀납법이란

[과정 1] $q=1$ 일 때 ①이 성립함을 보이고,

[과정 2] $q=k$ 일 때 ①이 성립한다고 가정하면,

$q=k+1$ 일 때에도 ①이 성립함을 보이는 것이다.

위의 방법으로 $n=2^q$ 의 꼴을 가지면 ①에 주어진 부등식이 성립하는 것을 보일 수 있다. 이러한 결과를 이용하여 최종적으로 2 이상의 자연수 n 에 대하여 ①에 주어진 부등식이 성립하는 것을 보일 수 있다.

①에서 등호가 성립하는 경우는

$$a_1 = a_2 = a_3 = \dots = a_n$$

일 때이다. ①식은 최댓값과 최솟값을 구하는 다양한 문제에서 응용될 수 있다.

※ n 은 2 이상의 자연수라고 가정할 때 다음 문제에 답하시오.

[문제 1-1] S_n 과 A_n 이 다음과 같이 주어졌다.

$$S_n = \sum_{j=1}^n a_j, \quad A_n = \frac{S_n}{n} \quad (\text{단, } a_j > 0)$$

$i=1,2,\dots,m$ 에 대하여 $a_{n+i} = A_n$ 일 때 $\frac{S_{n+m}}{n+m}$ 의 값을 A_n 에 관한 식으로 나타내시오. 단, m 은 자연수이다.

[문제 1-2] $n=2^q$ 일 때 제시문에 주어진 부등식 ①이 성립함을 q 에 관한 수학적 귀납법에 의하여 보이시오. 단, q 는 자연수이다.

[문제 1-3] $n \neq 2^q$ (단, q 는 자연수)라고 가정하자. 이런 경우라도 부등식 ④를 만족하는 자연수 q_0 가 존재한다.

$$n < 2^{q_0} \quad \dots \quad \textcircled{4}$$

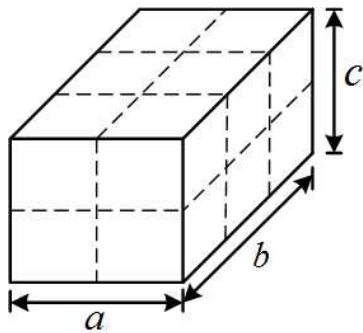
따라서, 등식 ⑤를 만족하는 자연수 r 이 존재한다.

$$n + r = 2^{q_0} \quad \dots\dots \text{⑤}$$

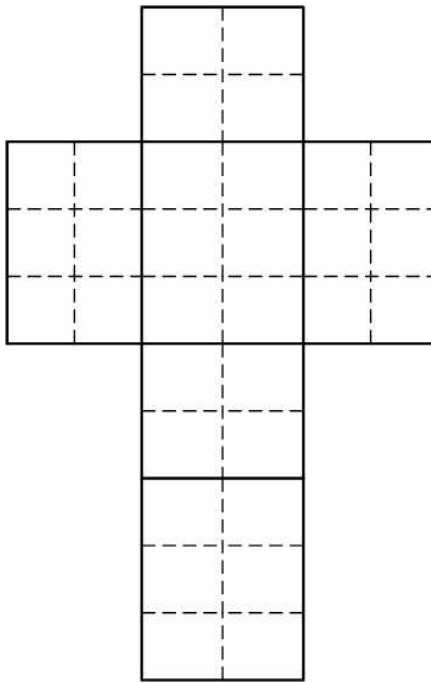
위 [문제 1-1]과 [문제 1-2]의 결과, 그리고 등식 ⑤를 이용하여, $n \neq 2^q$ 일 때 제시문에 주어진 부등식 ①이 성립함을 보이시오.

[문제 1-4] <그림 1-1>과 같이 변의 길이 a, b, c 인 직육면체 모양의 상자의 부피는 12000 cm^3 이다. <그림 1-1>에 주어진 점선을 따라 상자를 묶었을 때의 끈의 위치를 펼친 그림인 <그림 1-2>에 점선으로 표시하였다. 이런 방식으로 상자를 끈으로 묶었을 때, 끈의 길이가 최소가 되는 a, b, c 의 값을 각각 구하시오. 이때, 다음과 같은 가정을 한다.

- (1) 끈과 끈이 만나는 곳에서의 매듭 길이는 계산에서 고려하지 않는다.
- (2) 끈은 늘어나거나 줄어들지 않는다.



<그림 1-1>

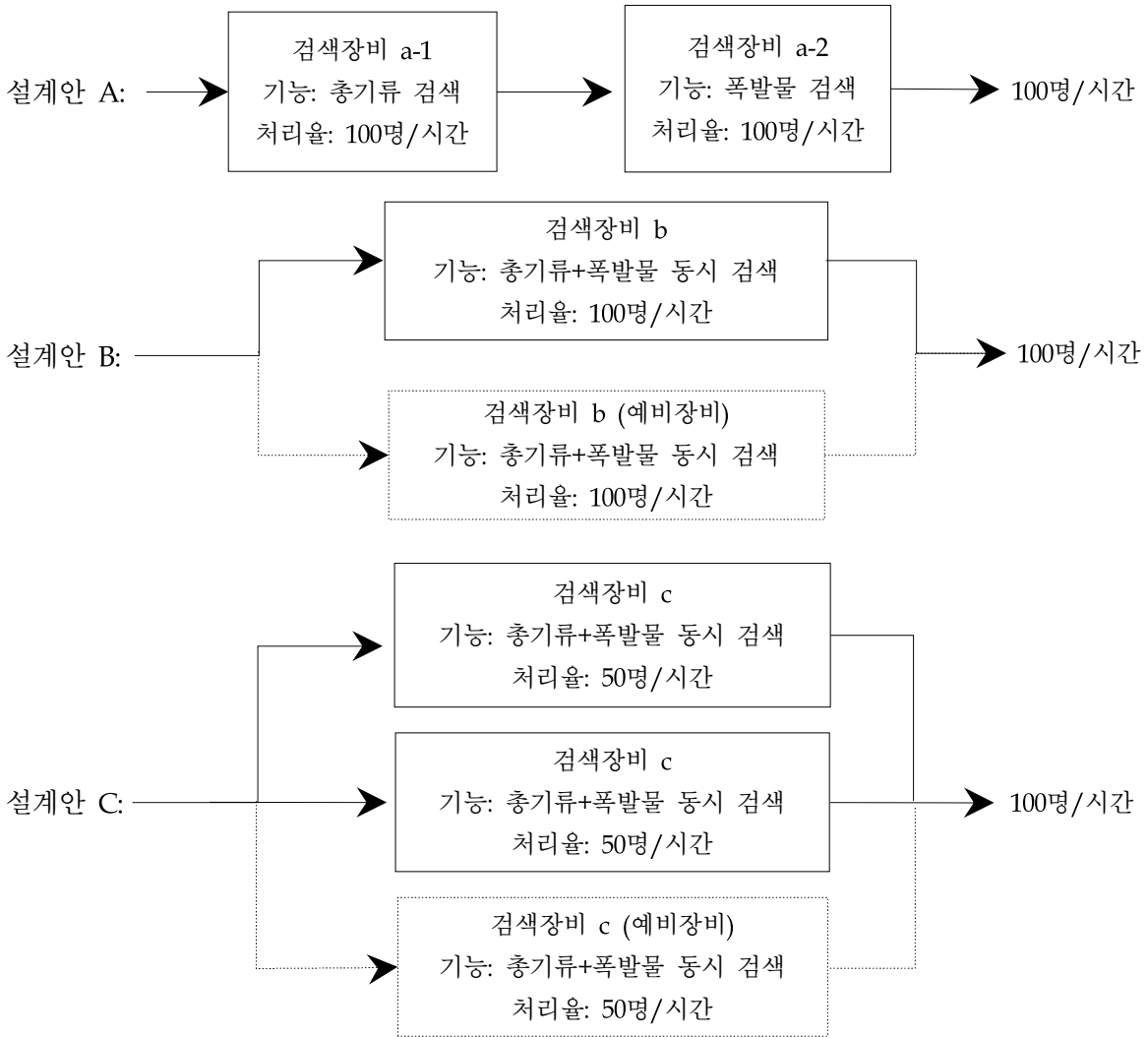


<그림 1-2>

【문제 2】 (40점)

※ 다음 제시문을 읽고 답하시오

가) 공항에서 승객소지품을 검사하는 보안검색장비는 두 가지 기능, 즉 총기류 검색기능과 폭발물 검색기능을 수행한다. 새로운 여객터미널을 건설 중인 △△공항에서는 시간당 100명의 승객을 처리할 수 있는 보안검색시스템의 구축을 목표로 <그림 2-1>과 같은 3가지 설계안을 고려하고 있다.



<그림 2-1> 각 설계안 비교

각 설계안의 특징은 다음과 같다.

설계안 A: 검색장비의 기능이 분리된 형태로 검색장비 a-1 (총기류 검색)과 검색장비 a-2 (폭발물

검색)가 직렬로 연결된 형태이며 각각의 시간당 처리율은 100(명/시간)이다.

설계안 B: 검색장비 b는 첨단 검색장비로 총기류와 폭발물의 동시검색이 가능하다. 시간당 처리율은 100(명/시간)이며, 검색장비에 고장이 발생할 경우를 대비하여 예비 검색장비 1대를 추가 배치한다.

설계안 C: 검색장비 c는 첨단 검색장비로 총기류와 폭발물의 동시검색이 가능하다. 시간당 처리율은 50(명/시간)으로, 2대를 병렬로 배치하였으며, 검색장비에 고장이 발생할 경우를 대비하여 예비 검색장비 1대를 추가 배치한다.

보안검색시스템의 신뢰성은 목표처리율(즉, 100명/시간)을 달성할 확률로 정의되고, 각 검색장비(즉, 검색장비 a-1, a-2, b, c)에 고장이 발생할 확률은 0.1(즉 10%)로 동일하다. 공항 운영진은 검색장비의 고장상황에 따른 손실비용(승객지연, 상업시설 매출액 감소, 공항인지도 저하 등)을 경험적으로 알고 있으며, 그 내용은 <표 2-1>과 같다.

<표 2-1> 시간당 처리율에 따른 손실비용

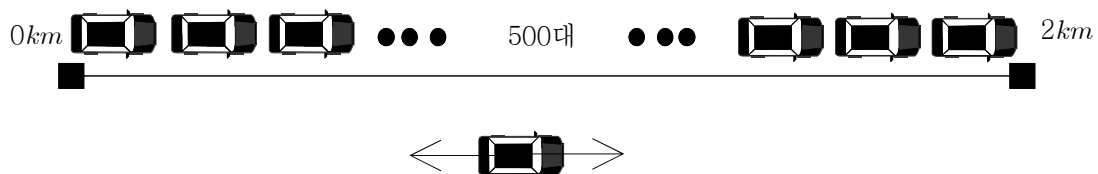
시간당 처리율	손실비용
0 (명/시간)	20 억원
50 (명/시간)	1 억원
100 (명/시간)	0 원

나) 일렬주차로 설계된 길이 2 km의 한강변 주차장은 총 500대의 주차면을 가지고 있으며, 현재 총 500대의 차량이 주차되어 만차인 상태이다. 이 때 한 차량이 주차장에 진입하여, 아래의 두 가지 방법 가운데 어느 방법을 선택하여 주차공간을 찾을 것인가 고민하고 있다.

방법 1: 주차장 중앙(즉, 1 km 지점)에서 정지하고 기다리는 방법



방법 2: 같은 속력으로 주차장의 양 끝점을 지속적으로 왕복하여 움직이는 방법



이 때, 주차된 각 차량이 첫 번째로 출발하게 될 확률은 동일하며, 두 대 이상의 차량이 동시에

출발하는 경우는 없다고 가정한다. 또한 주차하려는 차량의 위치와 출발하는 차량의 위치는 구간 $[0, 2]$ 에서 연속확률변수 X 와 Y 로 각각 정의된다고 가정한다.

[문제 2-1] 제시문 가)의 설계안 A, B, C의 신뢰성을 각각 구하고, 이를 근거로 신뢰성이 가장 높은 설계안을 결정하시오.

[문제 2-2] 제시문 가)에서 공항 운영진은 최신의 통합 검색기능이 적용된 설계안 B와 C 가운데 하나를 선정하기로 결정하였다. 아울러, 선정을 위한 기준으로, 구축비용과 손실비용을 포함한 총비용을 적용하기로 하였다.

검색장비 b와 c의 대당 구축비용은 각각 1.5(억원/대), 1(억원/대)이다. <표 2-1>에 제시된 고장상황별 손실비용을 고려하여 설계안 B와 C의 총비용(=구축비용+손실비용)의 기댓값을 구하고, 이를 근거로 총비용의 기댓값이 더 낮은 설계안을 결정하시오.

[문제 2-3] 제시문 나)의 방법 1과 2에 대해, 주차하려는 차량과 첫 번째 발생하는 주차공간의 거리가 0.2 km 이내일 확률을 각각 구하시오

【문제 3】 (30점)

※ 다음 도표를 보고 물음에 답하시오.

<표 1> 2014년 환경성과지수¹⁾의 범주 및 지표별 의미와 순위

환경성과지수의 범주	환경성과지수의 지표	환경성과지수의 지표의 의미	178개국 중 대한민국 지표 순위	178개국 중 대한민국 범주 순위
환경성 질병부담	영유아사망률	아동이 출생 후 1년에서 5년 사이에 사망할 확률	29	29
대기보전	실내공기오염	고체 연료 사용 인구비율	1	166
	미세먼지 평균노출인구	인구수를 가중치로 한 미세먼지 농도	171 ²⁾	
물보전	식수 접근성	위생적 급수 시설 사용 인구비율	63	37
	물위생	양질의 식수를 이용하는 인구의 비율	1	
수자원	하수처리	폐수 처리 비율	18	18
생물 다양성	보호지역/국토면적	동식물의 보호를 위한 서식지(국토면적 대비)	124	108
	보호지역/세계보호구역 면적	동식물의 보호를 위한 서식지(세계보호구역 면적 대비)	121	
	해양보호	국가별 배타적 경제수역 중 해양동식물 보호지역	45	
삼림	산림손실	2000년과 2012 사이 산림(숲)의 감소 비율	62	62
기후변화	kWh당 CO ₂ 배출량 추이	2000년에서 2010년 사이 생산된 전력(kWh)대비 CO ₂ 량의 추이	91	93
	탄소집약도 ³⁾ 추이	2000년에서 2010년 사이 탄소집약도 추이	90	
	탄소집약도 추이 변화	탄소집약도에서의 2000-2005년 추이와 2006-2010년 추이의 변화	112	

주 1) 환경성과지수(Environmental Performance Index, EPI): 미국의 예일대와 컬럼비아대가 공동으로 환경성 질병부담, 대기보전, 물보전, 수자원, 생물 다양성, 삼림, 기후변화 등의 범주에서 20여개 지표를 활용하여 국가별 환경 보존 및 개선 노력을 평가한 점수와 순위

2) 중국은 176위, 일본은 128위임

3) 탄소집약도: 소비한 에너지에서 발생된 CO₂량을 총 에너지소비량으로 나눈 값

<표 2> 2014년 환경성과지수의 범주별 점수, 순위, 10년간 개선 추이

환경성과지수의 범주	환경성과지수의 범주별 점수	범주별 178개국 중 대한민국 순위	대한민국의 범주별 10년간 개선 추이
환경성 질병부담	96.93	29	7.75 %
대기보전	62.24	166	3.18 %
물보전	85.92	37	10.68 %
수자원	83.68	18	-
생물 다양성	50.40	108	16.94 %
삼림	33.76	62	-
기후변화	41.55	93	-
종합	63.79	43	7.37 %

<표 3> 우리나라 환경성과지수의 최근 추이

구분 \ 연도	2010	2012	2014
환경성과지수(종합)	57.00	57.20	63.79
순위/평가대상국가수	94위/163개국	43위/132개국	43위/178개국
전체 평가대상국가 중 백분율 순위	57.7%	32.6%	24.2%

[문제 3] <표 1>, <표 2>, <표 3>을 이용하여 우리나라의 환경 특성을 기술하고, 개선 방안에 대해 논술하십시오. (600자 내외)

2) 출제의도, 채점기준, 모범답안

(2) 이학계열

■ 출제의도

[문제 1]

수학적 귀납법의 내용을 이해하여 적용할 수 있는 능력이 있는지 알아본다. 두 개의 양수에 대한 산술평균과 기하평균의 관계를 제시하고 이러한 관계를 n 개의 양수에 대한 식으로 확장할 수 있는 논리적 사고를 측정한다. 제시문의 내용을 이해하여 주어진 문제에 적절히 적용할 수 있는 응용력을 지니고 있는지 테스트한다. 또한, 응용문제를 해결하는 과정에서 기하학적 사고와 산술적인 전개능력을 측정한다.

[문제 2]

실제 현장에서 발생하는 문제에 내포된 확률적 문제의 본질을 이해하고 이를 수학적으로 해결하는 능력을 평가하고자 한다. 특히, 확률변수의 및 확률분포에 대해 정확히 이해하는 지를 평가한다.

[문제 3]

우리나라 환경 특성을 환경성과지수를 통해 이해하고, 부족한 부분을 어떻게 개선할 수 있을지를 종합적으로 제시할 수 있는지를 평가한다. 따라서 학생들의 도표에 대한 분석력, 도표 간 종합, 문제 해결 대안 제시의 창의력이 주요 평가 항목이다.

■ 채점기준

[문제 1]

[문제1-1] 문자로 주어진 수식의 정의를 이해할 수 있는지 평가한다. (5점)

[문제 1-2] 제시문에 주어진 내용을 이해하여 확장 적용할 수 있는지 평가한다. (10점)

[문제 1-3] [문제1-1]과 [문제1-2]의 결과와 주어진 등식을 응용, 확장하여 문제를 해결할 수 있는지 평가한다. (10점)

[문제 1-4] 제시문의 내용과 앞의 문제에서 보인 결과를 응용 문제에 적용할 수 있는지 평가한다. (10점)

[문제 2]

[문제 2-1] 계산과정과 결과의 정확성을 기준으로 채점 (10점)

[문제 2-2] 계산과정과 결과의 정확성을 기준으로 채점 (10점)

[문제 2-3] 확률변수의 정의 및 계산과정, 결과의 정확성을 기준으로 채점 (15점)

[문제3] (40점 만점)

1) <표 1>, <표 2>, <표 3>의 분석 (20점) :

- 예시 답안의 첫 번째 ① - ⑤ 참조

- 각 표에서 주요 특징 도출
- 구체적인 수치 인용도 중요함
- 고려사항
 - ① - ④와 같이 단순히 표를 해석하여 3개 이상 쓰면 “우수”
 - ⑤와 같이 앞의 분석을 종합하는 경우가 있어야 “만점”

2) <표 1>, <표 2>, <표 3>의 분석을 기반으로 문제 해결 방안 제시 (20점)

- 예시 답안의 두 번째 - ① - ③ 참조
- 나름의 카테고리 및 논리를 구축하여 방안을 제시하는 것이 중요
- 세 가지 이상의 방안을 논리적으로 제시하면 만점
- 분석 결과 혹은 문제점을 단순히 반복(예, 단순히 ‘oo개선이 필요하다’고 기술)하면 점수를 주지 말 것

■ 모범답안

[문제 1] 35점

[문제 1-1] 배점 5점

$$\begin{aligned} \frac{S_{n+m}}{n+m} &= \frac{S_n + a_{n+1} + a_{n+2} + \dots + a_{n+m}}{n+m} \\ &= \frac{nA_n + mA_n}{n+m} \quad (A_n = \frac{S_n}{n}, a_{n+1} = a_{n+2} = \dots = a_{n+m} = A_n \text{ 이므로}) \\ &= \frac{(n+m)A_n}{n+m} = A_n \end{aligned}$$

답: $\frac{S_{n+m}}{n+m} = A_n$

[문제 1-2] 배점 10점 = 2점+4점+4점

<과정 1>

$q=1$ 일 때, $n=2$ 이므로 $\sqrt{a_1 a_2} \leq \frac{a_1 + a_2}{2}$ 을 보이면 된다.

$$\left(\frac{a_1 + a_2}{2}\right)^2 - (\sqrt{a_1 a_2})^2 = \frac{a_1^2 + 2a_1 a_2 + a_2^2}{4} - a_1 a_2 = \frac{(a_1 - a_2)^2}{4} \geq 0$$

위의 결과에 의하여 $\left(\frac{a_1 + a_2}{2}\right)^2 \geq (\sqrt{a_1 a_2})^2$ 이다.

따라서, $\sqrt{a_1 a_2} \leq \frac{a_1 + a_2}{2}$ ($\because a_1 > 0, a_2 > 0$)

(2점)

* <과정 1>의 별해: 제시문에서 ③식을 증명하는 과정 중에 두 양수에 대한 산술평균과 기하평균의 관계를 이용하므로 이런 사실을 언급하고 아래 부등식이 성립한다고 밝히면 <과정 1>을 보인 것으로 한다.

$$\sqrt{a_1 a_2} \leq \frac{a_1 + a_2}{2}$$

(2점)

<과정 2>

$q = k$ (즉, $n = 2^k$)일 때, 제시문에서 주어진 부등식 ①이 성립한다고 가정하자. 즉, 임의의 2^k 개의 양수에 대하여 부등식 ①이 성립한다고 가정하자. 임의의 2^{k+1} 개의 양수 $a_1, a_2, \dots, a_{2^{k+1}}$ 에 대하여,

$$\begin{aligned} & \frac{a_1 + a_2 + \dots + a_{2^{k+1}}}{2^{k+1}} \\ &= \frac{\frac{a_1 + a_2 + \dots + a_{2^k}}{2^k} + \frac{a_{2^k+1} + a_{2^k+2} + \dots + a_{2^k+2^k}}{2^k}}{2} \quad (\because 2^{k+1} = 2^k + 2^k) \end{aligned}$$

(4점)

$$\geq \frac{{}^{2^k}\sqrt{a_1 a_2 \dots a_{2^k}} + {}^{2^k}\sqrt{a_{2^k+1} a_{2^k+2} \dots a_{2^k+2^k}}}{2} \quad (\because \text{가정에 의하여})$$

$$\geq \left[{}^{2^k}\sqrt{a_1 a_2 \dots a_{2^k}} \cdot {}^{2^k}\sqrt{a_{2^k+1} a_{2^k+2} \dots a_{2^k+2^k}} \right]^{1/2} \quad (\because \text{<과정 1>에 의하여})$$

위의 결과로부터 다음과 같은 부등식을 얻는다.

$$\frac{a_1 + a_2 + \dots + a_{2^{k+1}}}{2^{k+1}} \geq \left[{}^{2^k}\sqrt{a_1 a_2 \dots a_{2^k}} \cdot {}^{2^k}\sqrt{a_{2^k+1} a_{2^k+2} \dots a_{2^k+2^k}} \right]^{1/2}$$

위의 부등식에서 오른쪽 식을 정리하면 다음과 같다.

$$\frac{a_1 + a_2 + \dots + a_{2^{k+1}}}{2^{k+1}} \geq {}^{2^{k+1}}\sqrt{a_1 a_2 a_3 \dots a_{2^{k+1}}}$$

따라서, $q = k + 1$ (즉, $n = 2^{k+1}$)일 때, 제시문에서 주어진 부등식 ①이 성립한다.

(4점)

[문제 1-3] 배점 10점 = 2점+4점+4점

임의의 n 개의 양수 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ 에 대하여

$$A_n = \frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{n} \text{ 이고 } a_{n+1} = a_{n+2} = \dots = a_{n+r} = A_n \text{ 일 때,} \quad (2\text{점})$$

$$\begin{aligned} A_n &= \frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{n} \\ &= \frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n + a_{n+1} + \dots + a_{n+r}}{n+r} \quad (\because \text{문제 [1-1]의 결과 이용}) \end{aligned}$$

$$= \frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n + a_{n+1} + \dots + a_{2^{q_0}}}{2^{q_0}} \quad (\because n+r=2^{q_0}) \quad (4\text{점})$$

$$\geq (a_1 a_2 \dots a_n a_{n+1} \dots a_{2^{q_0}})^{1/2^{q_0}} \quad (\because \text{문제 [1-2]의 결과 이용})$$

위의 결과는 $a_{n+1} = a_{n+2} = \dots = a_{n+r} = A_n$ 와 $n+r=2^{q_0}$ 로부터

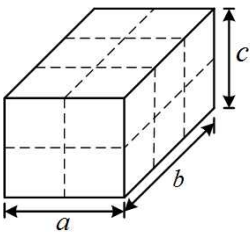
$$A_n^{n+r} \geq a_1 a_2 \dots a_n A_n^r$$

위의 식을 정리하면 $A_n^n \geq a_1 a_2 \dots a_n \quad (\because A_n > 0)$

위의 결과로부터 $\sqrt[n]{a_1 a_2 \dots a_n} \leq \frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{n}$

즉, $n \neq 2^q$ 일 때 제시문에 주어진 부등식 ①이 성립한다. (4점)

[문제 1-4]



상자의 부피가 12000 이므로 $abc = 12000$ 이다. 끈의 길이를 L 이라고 할 때, $L = 6a + 4b + 6c$ 가 된다.

(2점)

[문제 1-2]와 [문제 1-3]에 의하여 부등식 ①이 성립함을 보였기 때문에

$$\frac{6a + 4b + 6c}{3} \geq \sqrt[3]{(6a)(4b)(6c)}$$

위 부등식의 오른쪽을 정리하면

$$\sqrt[3]{(6a)(4b)(6c)} = \sqrt[3]{6^2 \cdot 2^2 \cdot abc} = \sqrt[3]{6^2 \cdot 2^2 \cdot 2^2 \cdot 3 \cdot 10^3}$$

$$= 2 \times 6 \times 10 = 120$$

위의 결과로부터 $\frac{6a+4b+6c}{3} \geq 120$

(4점)

위의 부등식에서 등호가 성립하는 경우는

$$6a = 4b = 6c \quad \dots\dots (*)$$

일 때이므로 $6a = 4b = 6c = \alpha$ 라고 하면 $\alpha = 120$ 이다.

따라서, $a = 20, b = 30, c = 20$

위 (*)에 대한 이유:

①에서 등호가 성립하는 경우는 $a_1 = a_2 = a_3 = \dots = a_n$ 일 때라는 내용이 제시문에 주어졌다.

답: $a = 20 \text{ cm}, b = 30 \text{ cm}, c = 20 \text{ cm}$

(4점)

[문제 2] (35점)

[문제 2-1] (10점)

설계안 A,B,C가 목표를 달성하지 못할 확률 $P(F_A)$, $P(F_B)$, $P(F_C)$ 를 구하고, 이를 토대로 각 설계안의 신뢰성 $1-P(F_A)$, $1-P(F_B)$, $1-P(F_C)$ 을 계산한다.

각 설계안의 시간당 처리율을 Q라 하면, $Q \in \{0,50,100\}$ 으로 정의된다. Q를 이용하여 $P(F_A)$, $P(F_B)$, $P(F_C)$ 를 계산하면 다음과 같다. 이때 (주어진 조건에 의해) 각 검색장비 a-1, a-2, b, c에 고장이 발생할 확률은 $P(F_{a-1})=P(F_{a-2})=P(F_b)=P(F_c)=0.1$ 로 동일하다.

$$\begin{aligned} P(F_A) &= P(Q=0) \\ &= P(F_{a-1} \cup F_{a-2}) \\ &= P(F_{a-1}) + P(F_{a-2}) - P(F_{a-1} \cap F_{a-2}) \\ &= P(F_{a-1}) + P(F_{a-2}) - P(F_{a-1}) \times P(F_{a-2}) \\ &= 0.1 + 0.1 - (0.1)(0.1) = 0.19 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(F_B) &= P(Q=0) \\ &= P(F_b \cap F_b) \\ &= P(F_b) \times P(F_b) \\ &= (0.1)(0.1) \\ &= 0.01 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(F_C) &= P(Q=0) + P(Q=50) \\ &= 0.001 + 0.027 \\ &= 0.028 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{여기서, } P(Q=0) &= P(F_c) \times P(F_c) \times P(F_c) \\ &= (0.1)(0.1)(0.1) \\ &= 0.001 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(Q=50) &= 3 \times P(F_c \cap F_c \cap F_c^c) \\ &= 3 \times P(F_c) \times P(F_c) \times (1-P(F_c)) \\ &= 3(0.1)(0.1)(1-0.1) \\ &= 0.027 \end{aligned}$$

$$\text{설계안 A의 신뢰성} = 1 - P(F_A) = 1 - 0.19 = 0.81 \quad (\text{정답이 아닌 경우 -3})$$

$$\text{설계안 B의 신뢰성} = 1 - P(F_B) = 1 - 0.001 = 0.999 \quad (\text{정답이 아닌 경우 -2})$$

$$\text{설계안 C의 신뢰성} = 1 - P(F_C) = 1 - 0.028 = 0.972 \quad (\text{정답이 아닌 경우 -5})$$

따라서, 가장 신뢰성이 높은 설계는 설계안 B 이다.

[문제 2-2] (10점)

설계안 B의 상황별 총비용

Q (시간당 처리율)	P(Q)	총 비용 (억원)
0 (명/시간)	0.01	$2(1.5) + 20 = 23$
50 (명/시간)	0	$2(1.5) + 1 = 4$
100 (명/시간)	0.99	$2(1.5) = 3$

$$\begin{aligned} \text{설계안 B의 총비용 기대값} &= 23(0.01) + 4(0) + 3(0.99) \\ &= 3.2 \text{ (억원)} \quad (\text{수식은 맞고 정답이 아닌 경우 -3}) \end{aligned}$$

설계안 C의 상황별 총비용

Q (시간당 처리율)	P(Q)	총 비용 (억원)
0 (명/시간)	0.001	$3(1) + 20 = 23$
50 (명/시간)	0.027	$3(1) + 1 = 4$
100 (명/시간)	0.972	$3(1) = 3$

$$\begin{aligned} \text{설계안 C의 총비용 기대값} &= 23(0.001) + 4(0.027) + 3(0.972) \\ &= 0.023 + 0.108 + 2.916 = 3.047 \text{ (억원)} \\ &\quad (\text{수식은 맞고 정답이 아닌 경우 -3}) \end{aligned}$$

설계안 B의 총비용 기대값 > 설계안 C의 총비용 기대값, ∴ 설계안 C 선택

<별해>

설계안 B

$$\text{구축비용: } 2(\text{대}) \times 1.5(\text{억원/대}) = 3\text{억원}$$

상황별 손실비용

Q (시간당 처리율)	P(Q)	손실비용 (억원)
0 (명/시간)	0.01	20
50 (명/시간)	0	1
100 (명/시간)	0.99	0

$$\begin{aligned} \text{손실비용 기대값} &= 20(0.01) + 1(0) + 0(0.99) = 0.2 \text{ 억원} \\ \text{총비용 기댓값} &= \text{구축비용 기댓값} + \text{손실비용 기댓값} \\ &= 3 + 0.2 \text{ 억원} \\ &= 3.2 \text{ 억원} \quad (\text{수식은 맞고 정답이 아닌 경우 -3}) \end{aligned}$$

설계안 C

$$\text{구축비용: } 3(\text{대}) \times 1(\text{억원/대}) = 3\text{억원}$$

손실비용 (개통연도):

Q (시간당 처리율)	P(Q)	총 비용 (억원)
0 (명/시간)	0.001	20
50 (명/시간)	0.027	1
100 (명/시간)	0.972	0

$$\begin{aligned} \text{손실비용 기대값} &= 20(0.001) + 1(0.027) + 0(0.972) = 0.047 \text{ 억원} \\ \text{총비용 기댓값} &= \text{구축비용 기댓값} + \text{손실비용 기댓값} \\ &= 3 + 0.047 \text{ 억원} \\ &= 3.047 \text{ 억원} \quad (\text{수식은 맞고 정답이 아닌 경우 -3}) \end{aligned}$$

설계안 B의 총비용 기대값 > 설계 C의 총비용 기댓값, ∴ 설계안 C 선택

[문제 2-3] (15점)

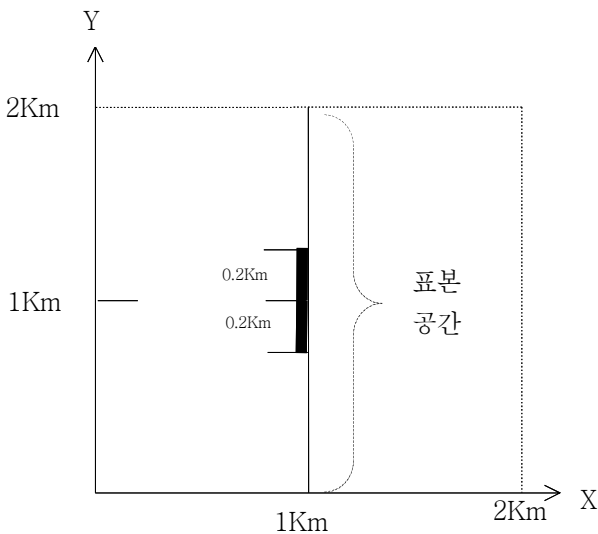
(타당한 설명을 제시하지 않고 없이 수자로 답만 구한 경우 -5점)

확률변수 D: 주차하려는 차량과 출발하는 차량의 거리 = $|X-Y|$

1) 1 km 지점에 정지하는 하는 경우 (5점)

표본공간: $X=1, 0 \leq Y \leq 2$

$P(D \leq 0.2) = P(|X-Y| \leq 0.2) = P(|1-Y| \leq 0.2) = P(0.8 \leq Y \leq 1.2) = 0.2$ (정답이 아닌 경우 -5점)

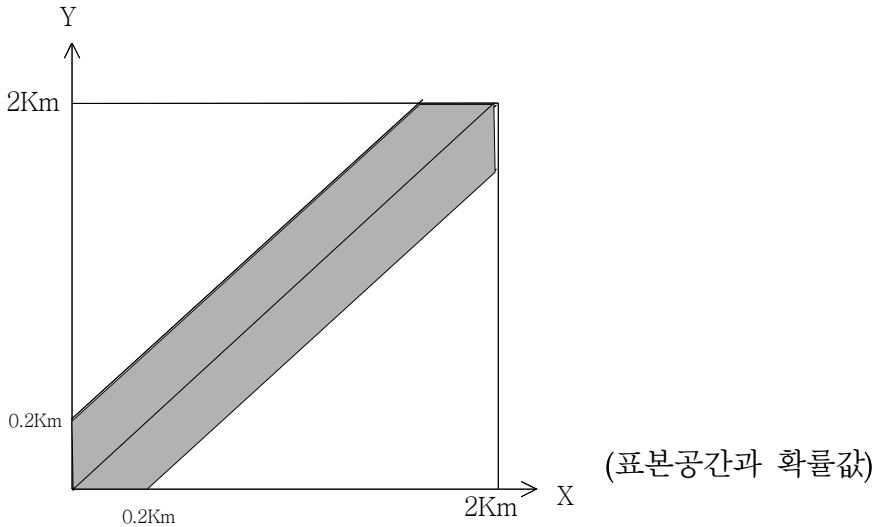


2) 왕복하는 경우 (10점)

표본공간: $0 \leq X \leq 2, 0 \leq Y \leq 2$

$P(D < 0.2) = P(|X-Y| < 0.2) = \text{그림의 빗금친 부분 면적} / \text{전체면적}$
 $= (\text{전체면적} - 2 \times \text{아래 삼각형 면적}) / \text{전체면적}$
 $= \{4 - 2(0.5)(2-0.2)^2\} / 4 = (4 - 3.24) / 4 = 0.76 / 4 = 0.19$

(계산오차 -5점)



[문제 3] (40점)

첫째, 우리나라 환경 특성을 기술하면 다음과 같다.

① <도표 1>에서는 실내공기오염, 물위생, 하수처리, 유아사망률 등은 상위권에, 미세먼지평균노출 인구, 보호지역/국토면적, 보호지역/세계보호구역면적, 탄소집약도 추세 변화, 탄소집약도 추세, kWh당 CO₂배출량 추세 등은 타국에 비해 낮은 수준을 나타내고 있다.

② <도표 2>에서 환경성과지수의 범주별 특징을 살펴보면, 환경성 질병부담, 물보전, 수자원 등에서는 상위권에, 대기보전, 생물 다양성, 기후변화 등에서는 매우 낮은 수준을 나타내고 있다.

③ <도표 2>에서는 또한 환경 개선을 위한 노력 정도를 살펴볼 수 있다. 생물다양성 16.94%, 물보전 10.68%로 우리나라 평균 이상의, 대기보전의 경우 3.18로 낮은 노력 정도를 나타내고 있다. 수 있겠다.

④ <도표 3>에서는 환경개발지수로 살펴볼 때, 총점 63.7로 187개국 중 43위, 상위 24.2%에 해당하는 위상을 나타내고 있다. 전세계적 기준으로 볼 때, 환경 상태는 어느 정도 양호한 것으로 평가할 수 있다. 또 연도별로 순위가 계속 상승하고 있어 개선 노력이 어느 정도 성과를 나타내는 것으로 볼 수 있다.

⑤ 이상을 종합하면, 실내공기오염, 물위생, 하수처리, 영유아사망률 등 국민 생활 관련 영역에서는 매우 우수하나, 미세먼지 평균노출인구, 보호지역 관련(생물다양성), CO₂배출이나 탄소집약도 추세 (기후변화) 등 자연환경이나 산업시설 관련 부분은 낮은 수준으로 나타나고 있다.

둘째, 이러한 분석을 기초로 우리나라 환경을 개선하기 위해서는 개인 인식 및 생활변화, 환경친화적 정부정책 및 과학기술 발전, 국제협력 등 다양한 분야에서 구체적인 방안을 제시하고자 한다.

① 개인 인식과 생활 변화: 가장 중요한 것은 국민 개인의 자연에 대한 인식의 전환이다. 자연은 개발의 대상이 아니라, 인간이 그 일부로 함께 공존하는 생태계라는 관점을 가져야 한다. 생태계 내의 모든 개체는 가치있고, 존중되는 평등 혹은 공생해야 한다는 원칙을 가져야 한다. 나아가 후대

역시 환경의 이용권이 있다는 생각을 하여야 한다. 이런 인식을 바탕으로 환경개선을 위한 쓰레기 줄이기, 물질약, 자동차 이용 제한 등 일반 생활에서도 환경을 고려한 행동을 전개하여야 한다. 또, 이는 생물 다양성, 기후변화, 자원보호를 촉진하는 계기가 될 것이다.

② 환경친화적 정부정책 및 과학기술 발전: 그동안 정부는 국민편의 및 경제성장, 또 이를 위한 자연 개발 중심 정책을 추구하였다. 이에 도시화, 공장건설 등을 우선시하였다. 이제는 숲이나 공원조성, 풍력/수력/조력/태양열/지열 등 재생에너지 산업 육성 등 환경친화적인 산업 및 과학기술 지원정책을 적극적으로 시행할 것이 요구된다.

③ 국제협력: 생태계에서는 어느 한 부분에서의 문제가 전체 공동체에 영향을 미친다. 중국에서의 미세먼지는 우리나라나 일본에 영향을 미친다. 따라서 한국, 중국, 일본 등이 함께 미세먼지에 대한 대응책을 함께 세워나가야 한다. 또 기후 변화 대응책의 하나인 “탄소배출권 거래”의 경우, 선진국과 후진국 간에 첨예한 이해대립이 존재한다. 우리는 이들 사이에서 협력을 적극적으로 이끌어 낼 수 있도록 중재하고, 또 주도적으로 대응해 나가는 노력이 필요하다.

이상 살펴 본 바와 같이 환경 개선을 위해서는 개인, 국가, 국제 등 다양한 수준에서 적극적 노력이 필요하다. 그러나 그 출발점은 우리 자신의 인식과 행동의 변화라 하겠다.