(1) 공학계열

**【문제 1】 (30점)**

※ 다음 제시문을 읽고 답하시오.

가) 램버트(Lambert) 법칙은 1700년대 중반에 발견되었다. 이 법칙은, 입사광 세기에 대한 투과광 세기의 비율로 주어지는 투과도($T$)가 매질 내 빛의 이동거리($x$)에 따라 감소하는 것을 보여준다. 1852년에 비어(Beer)는 램버트 법칙이 흡수물질의 정량화에 적용될 수 있음을 보였다. 즉, 비어 법칙은 투과도가 해당 매질에 존재하는 흡수물질의 농도($c$)에 따라 감소하는 것을 설명한다. 램버트 법칙과 비어 법칙을 하나로 묶은 '램버트-비어 법칙'은 아래와 같은 식으로 표현된다.

$$T = e^{-\epsilon c x} \quad (e\text{는 자연상수})$$

어떤 흡수물질이 특정 파장에서 나타내는 흡수율($\epsilon$)을 알고 있으면 실험적으로 얻은 투과도를 사용하여 해당 흡수물질의 농도를 계산할 수 있다. 램버트-비어 법칙은 재료의 광학적 성질(특히, 흡수현상)의 설명에도 적용될 수 있으며, 다양한 정량 화학분석에도 유용하다.

나) 유도방출(induced emission)은 자극방출(stimulated emission)이라고도 부르며, 원자 또는 분자가 높은 에너지 상태에 있다가 외부의 빛에 의한 자극으로 새로운 빛을 방출하는 현상을 의미한다. 유도방출로 인하여 생성된 빛과 자극을 준 빛은, 파장, 편광 및 위상이 동일하기 때문에 지속적인 유도방출을 통하여 빛의 증폭을 가능하게 할 수 있다. 레이저(laser)는 light amplification by stimulated emission of radiation의 약어로서, 유도방출 현상이 레이저의 구현에 핵심적으로 작용하고 있음을 알 수 있다. 레이저를 발진시키기 위해서는 광 손실보다 광 이득이 더 커야만 한다. 즉, 유도방출에 의한 광 세기의 증가가 흡수나 산란에 의한 광 세기의 감소보다 큰 경우에 레이저는 발진된다. 일정한 길이($L$)를 가지는 레이저 매질에서 얻을 수 있는 광 이득($G$)과 손실계수($\alpha$), 이득계수($g$)의 관계는 다음 식과 같이 표현된다.

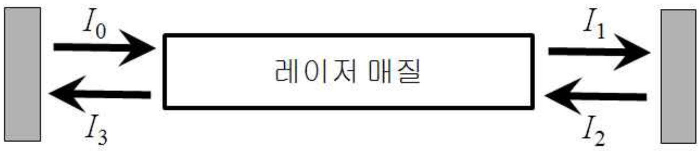
$$G = e^{(g-\alpha)L}$$

[문제 1-1] 광통신 시스템에서는 광신호의 감쇠를 보상하기 위하여 에르븀 첨가 광섬유 증폭기(erbium-doped fiber amplifier; EDFA)를 사용한다. 에르븀 첨가 광섬유(EDF)는 일반적으로 광섬유의 코어 부위에 일정량의 에르븀 이온

을 첨가한 형태로 제작된다. 에르븀에 의한 흡수율이 $4\times10^{-6}$ $\mathrm{m^2/mol}$인 EDF를 지나는 광신호가 2 m를 지날 때마다 광신호의 세기가 바로 2 m 전 세기의 99%가 된다. 본 EDF의 에르븀 농도를 구하시오. (단, $\ln2=0.69$, $\ln9.9=2.29$, $\ln10=2.30$)

[문제 1-2] [문제 1-1]에서 구한 에르븀 농도를 활용하여 광신호의 세기가 처음 세기의 $\frac{1}{2}$이 되는 EDF의 길이를 구하시오.

[문제 1-3] 아래 그림과 같이 일반적인 레이저 발진기는 반사율($R$; 입사광 세기에 대한 반사광 세기의 비율로 크기는 1 이하)을 가지는 거울 2개 사이에 놓인 레이저 매질로 구성된다. 여기에서 $I_0$는 오른쪽 방향으로 레이저 매질에 입사되는 빛의 세기, $I_1$은 $I_0$가 레이저 매질을 투과한 후의 빛 세기, $I_2$는 $I_1$이 오른쪽에 위치한 거울에 의하여 반사된 후의 빛 세기, $I_3$는 $I_2$가 레이저 매질을 투과한 후의 빛 세기를 나타낸다. 길이가 5 cm인 레이저 매질의 손실계수(단위: cm-1=1/cm)와 이득계수(단위: cm-1=1/cm)가 각각 0.1 과 0.2로 주어졌을 때, 1 회 왕복운동을 한 후 레이저 발진 조건($I_3 \geq I_0$)을 만족시키는 오른쪽 거울의 반사율 범위를 구하시오. (단, 레이저 매질과 거울 사이의 공기에 의한 흡수는 무시하며, 레이저 매질로 들어갈 때와 나올 때의 빛 손실 역시 무시한다. 자연상수는 $e=2.7$로 간주한다.)



【문제 2】 (40점)

※ 다음 제시문을 읽고 답하시오.

가) 좌표평면 위의 점 $P(x, y)$를 $P'(x', y')$로 대응시키는 함수를 변환이라 한다. 이러한 변환은 복잡한 곡선 또는 곡면으로 이루어진 도형의 면적 또는 부피를 계산하는 데 사용될 수 있다. 또한 공학 분야에서 구조물의 무게 중심, 모멘트 중심 등을 효과적으로 계산하기 위해 사용된다.

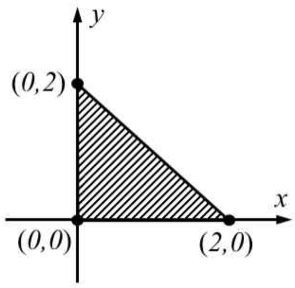
나) 공공 및 편의 시설의 위치를 결정하기 위해 비용 대 편익을 분석하는 예비타당성 조사를 실시할 수 있다. 비용 대 편익 분석은 목표 달성에 가장 효과적인 정책을 찾기 위한 분석 기법으로 공공 및 편의시설과 관련된 비용과 편익을 모두 금전적 가치로 환산한 다음, 비교 평가하여 가장 합리적인 의사결정을 내리기 위해 활용된다.

다) 항공기는 3차원 공간에서 이동한다는 점에서 자동차, 철도, 선박 등과 같은 다른 운송 수단과 다르다. 또한 항공기는 정해진 도로, 또는 궤도가 아닌 3차원 공간을 자유롭게 이동할 수 있는데, 이로 인해 비행 중인 항공기가 다른 항공기에 접근하여 공중 충돌의 가능성이 있는 '근접비행사고'가 발생할 수 있다. 실제로 지난 8월 일본 나리타 공항에 착륙하기 위해 고도를 낮추고 있던 항공기와 이륙 직후 고도를 높이고 있던 항공기가 478m까지 근접비행하는 사건이 발생하기도 하였다. '근접비행사고'를 막기 위해서 항공기들이 지나가는 경로의 예측을 통해 근접비행의 가능성을 경고하는 공학적 장치가 사용되고 있다. 이러한 장치를 이용하여 항공기들이 지나가는 경로들 간의 최단 거리를 계산할 수 있다. 두 직선 사이의 최단 거리는 두 직선에 모두 수직인 선분의 길이이다.

[문제 2-1] 좌표평면 위의 점 $(x, y)$을 점 $(x', y')$에 대응시키는 변환 $f$는 다음과 같다.

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

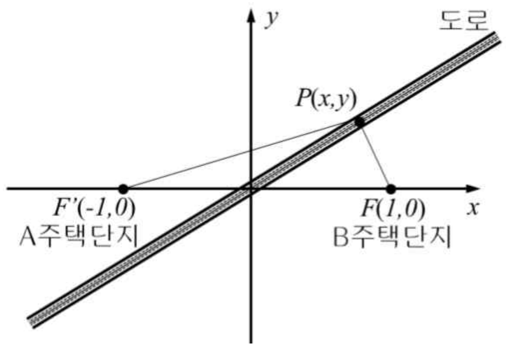
변환 $f$에 의해 아래 그림과 같은 도형을 옮겼을 때 생기는 도형을 $x$축을 중심으로 회전시켜 생기는 회전체의 부피를 구하시오.



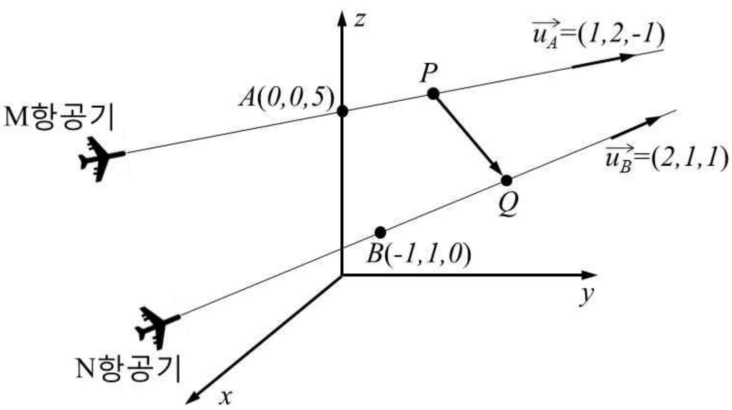

[문제 2-2] 아래 그림과 같은 좌표평면에서 공공도서관의 위치 $P(x,y)$의 $x$범위를 다음 두 가지 사항을 고려하여 결정하시오.

(1) A주택단지는 점 $F'(-1,0)$, B주택단지는 점 $F(1,0)$에 위치하고 있다. 주택단지들에 대한 공공도서관의 편익 측면을 고려하면 공공도서관과 A주택단지 사이의 거리 $\overline{PF'}$와 공공도서관과 B주택단지 사이의 거리인 $\overline{PF}$ 의 합이 4이하가 되어야 한다. 즉 $\overline{PF'}+\overline{PF} \leq 4$ 이다.

(2) 공공도서관의 위치는 비용 측면을 고려하면 직선식 $y=\dfrac{x}{2}$로 나타낼 수 있는 도로 위에 있어야 한다.(단, 공공도서관, 주택단지의 면적과 도로의 폭은 생각하지 않는다.)




[문제 2-3] 3차원 좌표공간에서 아래 그림과 같이 두 대의 항공기가 비행하고 있다. M항공기는 점 $A(0,0,5)$를 지나고, 방향벡터가 $\overrightarrow{u_A}=(1,2,-1)$인 직선 위를 비행하고 있고, N항공기는 점 $B(-1,1,0)$를 지나고, 방향벡터가 $\overrightarrow{u_B}=(2,1,1)$인 직선 위를 비행하고 있다. 두 직선의 벡터방정식을 이용하여, 각 직선 위 임의의 두 점 $P$ 와 $Q$ 사이를 연결하는 벡터 $\overrightarrow{PQ}$의 성분을 구하고, 그 결과와 제시문 다)를 이용하여 두 항공기의 경로인 직선들 사이의 최단 거리를 구하시오.



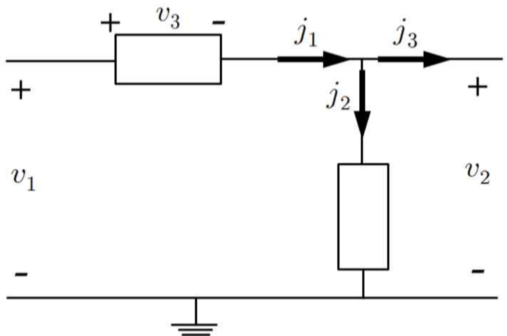

【문제 3】 (30점)

※ 다음 제시문을 읽고 답하시오.

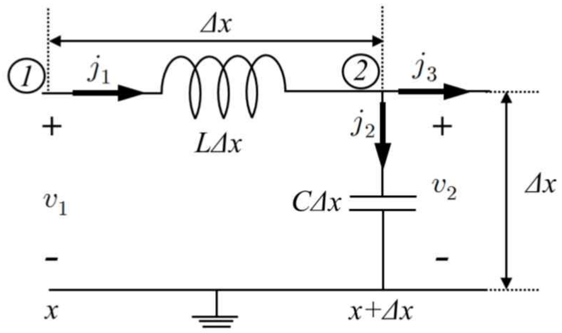
가) 키르히호프의 전압 및 전류법칙은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

(1) 전압법칙: 하나의 전기회로를 구성하는 전기소자(저항, 코일, 축전기 등)에 걸리는 전압의 합은 0이다. 아래 그림과 같은 예시 회로에 전압법칙을 적용하면 $(-v_1)+v_2+v_3=0$이다.

(2) 전류법칙: 하나의 점으로 들어오는 전류의 합은 그 점에서 나가는 전류의 합과 같다. 아래 그림과 같은 예시 회로에 전류법칙을 적용하면 $j_1=j_2+j_3$가 된다.




나) 교류 신호(전압과 전류)의 각속도 $\omega$가 점점 커질수록 이에 반비례하여 파장은 짧아진다. 이로 인하여 좁은 공간에서 교류신호가 전달되는 경우에도 이동하는 거리보다 파장이 더 짧아질 수 있다. 한 지점에서 다른 지점으로 교류신호의 전달이 이루어지면 교류신호의 변동이 생긴다.
아래 그림에서 키르히호프의 전압법칙과 전류법칙을 사용하여 전압 $v_1, v_2$전류 $j_1, j_2, j_3$ 사이의 관계를 구할 수 있다.




교류전압과 교류전류는 허수 단위 i와 각속도 ω를 이용하여 복소수 형태로 나타낼 수 있다. 시간에 따른 변동성을 고려하고자 하면 $e^{i\omega t}$를 추가한다. 코일에 걸리는 교류전압 $v_1 - v_2$은 $L\Delta x\dfrac{dj_1}{dt}$이다. 여기서 L은 단위길이당 코일의 용량을 나타내며, $j_1$는 코일에 흐르는 전류이다. 같은 방식으로 축전기에 흐르는 교류전류 $j_2$는 $C\Delta x\dfrac{dv_2}{dt}$이다. 여기서 C는 단위길이당 축전기의 용량을 나타내며, $v_2$는 축전기에 걸리는 전압이다.

$x$에 따른 전류 및 전압의 변화를 $J(x)$와 $V(x)$로 나타내면, ①에서의 교류전류와 전압은 다음과 같다.

$$j_1 = J(x)e^{i\omega t}$$
$$v_1 = V(x)e^{i\omega t}$$

마찬가지로 지점②에서의 전류와 전압을 나타내면 다음과 같다.

$$j_2 = J(x+\Delta x)e^{i\omega t}$$
$$v_2 = V(x+\Delta x)e^{i\omega t}$$

위 식에서 보듯이 전류와 전압은 시간 및 공간에 대하여 복소수의 형태로 변함을 알 수 있다. $e^{i\omega t}$의 $t$에 대한 도함수는 $i\omega e^{i\omega t}$이다.

[문제 3-1] 제시문 가)의 키르히호프의 법칙을 제시문 나)의 그림에 적용하여 식으로 나타내시오.

[문제 3-2] [문제3-1]의 결과로부터 $V(x+\Delta x)$와 $J(x+\Delta x)$를 $V(x)$와 $J(x)$를 이용하여 나타내시오. 이 결과로부터 전압 $V(x)$의 도함수를 전류 $J(x)$로 나타내고, 전류 $J(x)$의 도함수를 전압 $V(x)$로 나타내시오.

[문제 3-3] [문제 3-2]에서 구한 $V(x)$와 $J(x)$의 도함수에 대한 관계를 이용하여 $V(x)$의 2계 도함수와 $V(x)$ 사이의 관계식을 구하시오. 그리고 $J(x)$의 2계 도함수와 $J(x)$ 사이의 관계식을 구하시오.

2) 출제의도, 채점기준, 모범답안

(1) 공학계열

■ 출제의도

[문제 1]

고등학교 수학 교과과정에서 중요하게 다루는 지수함수 및 로그함수에 대한 이해도를 파악하고 관련 계산능력을 평가하기 위한 문제이다. 램버트-비어 법칙과 유도방출 현상 및 레이저의 발진원리를 제시문에 소개하여 지수-로그 함수가 물리 현상과 매우 밀접한 연관이 있음을 설명하였고, 이를 바탕으로 주어진 문제를 해결할 수 있도록 하였다.

[문제 2]

본 문제는 고등학교 수학 교과과정에서 배운 기하와 벡터의 활용 및 계산 능력을 평가하기 위해 출제하였다. 일차변환에 의한 도형의 이동, 타원식의 이해, 좌표공간에서 벡터의 활용 등의 내용을 다루어 기하와 벡터에 대한 기본적인 이해 정도와 활용능력을 평가하고자 하였다.

[문제 3]

고등학교 물리 교과과정에서 배운 전기회로의 기본적인 개념인 전류와 전압의 이해를 평가하기 위하여 출제하였다. 또한 수학 교과과정에서 배운 자연상수와 허수에 대한 이해도를 바탕으로 미분의 정의 및 2계 도함수에 대한 개념을 종합적으로 평가하기 위한 문제이다.

■ 채점기준

[문제 1]

[문제 1-1] 지수함수 형태로 표현되는 램버트-비어 법칙을 주어진 문제에 적용할 수 있는 능력을 평가한다.

[문제 1-2] 지수함수 문제의 계산 능력을 평가한다.
[문제 1-3] 제시문에 주어진 레이저 발진 현상을 이해하고, 문제에 적용하여 지수부등식을 세우고 이를 계산할 수 있는 능력을 평가한다.

[문제 2]
[문제 2-1] 일차변환에 의한 도형의 이동과 회전체의 부피를 정확히 계산하는 능력을 평가한다.
[문제 2-2] 타원의 정의 등 기본 개념을 이해하고 있는지, 그리고 두 그래프가 만나는 점을 정확히 계산할 수 있는지 평가한다.
[문제 2-3] 위치벡터, 벡터의 성분, 직선의 벡터방정식, 내적의 개념 등을 이용하여 공간좌표에서 벡터의 개념을 활용할 수 있는지 평가한다.

[문제 3]
[문제 3-1] 전압과 전류에 대한 법칙을 이해하고 이를 문제에 적용할 수 있는 능력을 평가한다.
[문제 3-2] 자연상수와 허수를 사용하여 미분의 정의를 정확하게 적용할 수 있는 능력을 평가한다.
[문제 3-3] 도함수의 존재조건을 이해하고 도함수와 2계 도함수를 구하고 특히 상수함수의 2계 도함수를 구하는  능력을 평가한다.

■ 모범답안

【문제 1】 (30점)

[문제 1-1]
[채점기준] 총 10점을 배점하고 단계별 부분점수는 다음과 같다.
램버트-비어 공식의 양변에 로그를 취하면,

$$\ln T = -\epsilon c x$$

이를 구하고자 하는 농도에 대해 정리하면,

$$c = \frac{-\ln T}{\epsilon x}$$ [5점]

문제에서 주어진 값을 활용하여,

$T = 0.99$이므로 $\ln 0.99 = \ln 9.9 - \ln 10 = 2.29 - 2.30 = -0.01$

$\epsilon = 4 \times 10^{-6}\ (m^2/mol)$

$x = 2\ (m)$

위 식에 대입하면,

$$c = \frac{-(-0.01)}{(4\times 10^{-6})(2)} = 1.25\times 10^{3}$$ [3점]

$$c = 1.25\times 10^{3}\,(mol/m^{3}) = 1.25\times 10^{-3}\,(mol/cm^{3})$$ [2점]

* 계산은 맞았으나 단위를 틀리거나 표기하지 않으면 -2점

[문제 1-2]

[채점기준] 총 10점을 배점하고 단계별 부분점수는 다음과 같다.

투과도가 50%가 되는 길이를 $l$이라고 하면 램버트-비어 법칙으로부터,

$$l = \frac{-\ln T}{\epsilon c}$$ [5점]

문제에서 주어진 값을 활용하여,

$T = \frac{1}{2}$이므로 $\ln\frac{1}{2} = -\ln 2 = -0.69$

$\epsilon = 4\times 10^{-6}\ (m^{2}/mol)$

$c = 1.25\times 10^{3}\,(mol/m^{3})$

$$l = \frac{-(-0.69)}{(4\times 10^{-6})(1.25\times 10^{3})} = 1.38\times 10^{2}\,(m)$$ [5점]

* 계산은 맞았으나 단위를 틀리거나 표기하지 않으면 -2점

[문제 1-3]

[채점기준] 총 10점을 배점하고 단계별 부분점수는 다음과 같다.

제시문에 주어진 광 이득 계산식을 활용하면,

$I_1 = I_0 e^{(g-\alpha)L}$

$I_2 = I_1 R = I_0 R e^{(g-\alpha)L}$

$I_3 = I_2\, e^{(g-\alpha)L} = I_0 R e^{2(g-\alpha)L}$

레이저 발진 조건에 의하면 $I_3 \geq I_0$이므로,

$Re^{2(g-\alpha)L} \geq 1$ [5점]

$\ln R \geq -1$

$R \geq e^{-1},\ R \geq 0.37$ [3점]

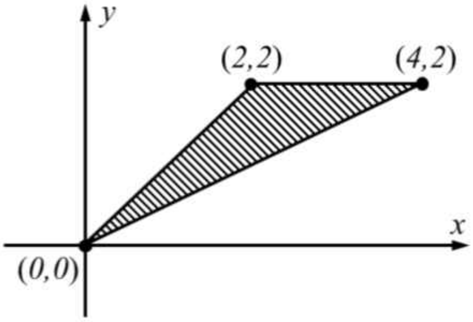
$0.37 \leq R \leq 1$ [2점]

【문제 2】 (40점)

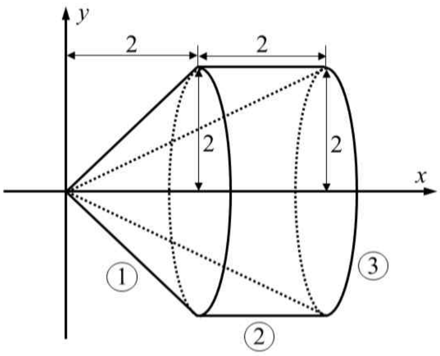
[문제 2-1]

[채점기준] 총 12점을 배점하고 단계별 부분점수는 다음과 같다.

문제에서 주어진 변환 $f$에 의해 그림의 세 점 (0, 0), (0, 2), (2, 0)은 각각 (0, 0), (2, 2), (4, 2)로 옮겨진다. 따라서 옮긴 후 생기는 도형은 아래 그림과 같다. [4점]




위의 도형을 $x$축을 중심으로 회전시켜 생기는 회전체는 아래 그림과 같다.




원뿔의 부피는 $\frac{1}{3}\pi r^2 h$ ($r$은 원뿔 밑면적의 반지름, $h$는 원뿔의 높이), 원기둥의 부피는 $\pi r^2 h$ ($r$은 원기둥 밑면의 반지름, $h$는 원기둥의 높이) 이므로, 원뿔 ①과 원기둥②, 원뿔 ③의 부피를 구하면 다음과 같다.

원뿔 ①의 부피 = $\frac{1}{3}\pi(2)^2 2 = \frac{8}{3}\pi$, 원기둥 ②의 부피 = $\pi(2)^2 2 = 8\pi$, 원뿔 ③의 부피 = $\frac{1}{3}\pi(2)^2 4 = \frac{16}{3}\pi$

회전체의 부피를 구하기 위해 원뿔 ①의 부피와 원기둥②의 부피의 합에서 원뿔 ③의 부피를 빼면,

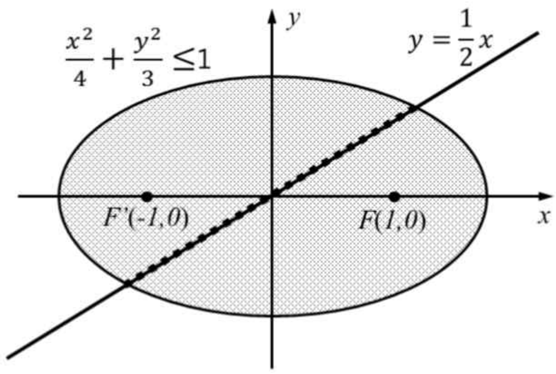
회전체의 부피$= \frac{8}{3}\pi + 8\pi - \frac{16}{3}\pi = \frac{16}{3}\pi$ ($5.333\pi$, $5.333 \times 3.14 = 16.746$ 도 정답)

[8점]
* 회전체 부피 계산을 위해 적분을 이용해도 인정
[문제 2-2]
[채점기준] 총 12점을 배점하고 단계별 부분점수는 다음과 같다.

문제에서 제시된 첫 번째 고려사항 $\overline{PF'}+\overline{PF}\le 4$ 는 타원의 내부를 의미한다. 초점이 $(1,0),(-1,0)$이므로 타원의 방정식에서 $c=1$이고, 거리의 합이 4이므로 $a=2$이다. 또한, $b^2=a^2-c^2$이므로 $b^2=3$이다. 따라서 타원의 내부를 나타내는 식은 다음과 같다.

$\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{3}\le 1$ [5점]

두 가지 고려사항을 모두 만족하는 $P(x,y)$의 위치는 아래 그림과 같이 타원 내부의 직선이다.




따라서 공공도서관의 위치 $P(x,y)$의 $x$범위를 타원식과 직선식을 이용하여 구하면,

$$\frac{x^2}{4}+\frac{(x/2)^2}{3}\le 1$$

$$x^2\le 3$$

$$-\sqrt{3}\le x\le \sqrt{3}$$ [7점]

※ $\sqrt{3}=1.7321$ 이므로 $-1.7321\le x\le 1.7321$도 정답
※범위를 정확히 안 쓰고 $\sqrt{3}$ 만 쓰면 7점 중 4점 감점

[문제 2-3]

[채점기준] 총 16점

직선의 벡터 방정식을 이용하여 위치벡터 $\overrightarrow{OP}$와 $\overrightarrow{OQ}$의 성분을 구하면 다음과 같다.

$$\overrightarrow{OP} = \overrightarrow{OA} + s\,\overrightarrow{u_A} = (s, 2s, 5-s)$$

$$\overrightarrow{OQ} = \overrightarrow{OB} + t\,\overrightarrow{u_B} = (-1+2t, 1+t, t)$$

두 벡터로부터 벡터 $\overrightarrow{PQ}$의 성분을 구하면,

$$\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{OQ} - \overrightarrow{OP} = (-1-s+2t, 1-2s+t, -5+s+t)$$ [5점]

제시문 다)에서 주어진 대로 두 직선 사이의 최단거리는 두 직선에 모두 수직인 선분의 길이이다.

두 직선에 모두 수직인 벡터 $\overrightarrow{PQ}$는 방향벡터 $\overrightarrow{u_A}$, $\overrightarrow{u_B}$와의 내적을 이용해서 구할 수 있다. 두 벡터가 수직일 때 두 벡터의 내적은 0이므로,

$$\overrightarrow{PQ} \bullet \overrightarrow{u_A} = 6-6s+3t = 0$$

$$\overrightarrow{PQ} \bullet \overrightarrow{u_B} = -6-3s+6t = 0$$

위의 두 식을 연립하여 $s, t$를 구하면,

$s = 2,\ t = 2$ [3점]

위에서 구한 $s, t$를 통해 두 직선에 모두 수직인 $\overrightarrow{PQ}$의 성분을 구하면,

$$\overrightarrow{PQ} = (1, -1, -1)$$

두 직선 사이의 최단거리는 벡터 $\overrightarrow{PQ}$의 크기이므로, $\sqrt{3}$ 이다. [8점]

【문제 3】 (30점)

전제조건) 이 문제는 과학에서 사용되는 키르히호프 법칙을 만족하기 위하여 전압($v$)과 전류($j$)가 잘 정의되고 미분 가능한 함수이다.

[문제 3-1]
[채점기준] 총 8점을 배점하고 단계별 부분점수는 다음과 같다.

키르히호프의 전압법칙을 적용하면

$$v_1 - v_2 = L\Delta x \frac{dj_1}{dt}$$

$$V(x)e^{i\omega t} - V(x+\Delta x)e^{i\omega t} = L\Delta x J(x) i\omega e^{i\omega t}$$

(1) [두 식 중 하나만 써도 4점]가 되고,

키르히호프의 전류법칙을 적용하면

$$j_1 = C\Delta x \frac{dv_2}{dt} + j_3$$

$$J(x)e^{i\omega t} = J(x+\Delta x)e^{i\omega t} + j_3$$

또는 $J(x)e^{i\omega t} = C\Delta x\, V(x+\Delta x) i\omega e^{i\omega t} + j_3$

(2) [세 식 중 하나만 써도 4점]가 된다.

[문제 3-2]
[채점기준] 총 16점을 배점하고 단계별 부분점수는 다음과 같다.
식(1)을 $e^{i\omega t}$로 나누면,

$$V(x) - V(x+\Delta x) = L\Delta x J(x) i\omega$$

$$V(x+\Delta x) = V(x) - L\Delta x J(x) i\omega \qquad (3)\ [2점]$$

($L\Delta x J(x) i\omega$ 대신 $L\Delta x \frac{dj_1}{dt}$을 사용하면 1점)

식 (3)을 $\Delta x$로 나눈 후, $\Delta x \to 0$으로 하면,

$$\frac{V(x+\Delta x) - V(x)}{\Delta x} = -i\omega L J(x) \qquad [2점]$$

($L\Delta x J(x) i\omega$ 대신 $L\Delta x \frac{dj_1}{dt}$을 사용하면 1점)

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{V(x+\Delta x) - V(x)}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} (-i\omega L J(x))$$

$$V'(x) = -i\omega L J(x) \qquad (4)\ [3점]$$

가 된다.

주어진 j2에서 $C\Delta x \frac{dv_2}{dt} = J(x+\Delta x)e^{i\omega t}$ 이므로

$$i\omega C\Delta x V(x+\Delta x)e^{i\omega t} = J(x+\Delta x)e^{i\omega t}$$

$$i\omega C\Delta x V(x+\Delta x) = J(x+\Delta x) \qquad [2점]$$

식(3)으로부터

$$J(x+\Delta x) - J(x) = i\omega C\Delta x V(x+\Delta x) + \frac{V(x+\Delta x) - V(x)}{i\omega L\Delta x} \qquad [2점]$$

양변을 $\Delta x$로 나누고 lim을 취하면

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{J(x+\Delta x) - J(x)}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0}\left[i\omega CV(x+\Delta x) + \frac{V(x+\Delta x) - V(x)}{i\omega L(\Delta x)^2}\right] \qquad [2점]$$

$$J'(x) = i\omega CV(x) + \frac{1}{i\omega L}\lim_{\Delta x \to 0}\left[\frac{V(x+\Delta x) - V(x)}{(\Delta x)^2}\right] \qquad (5)\ [1점]$$

$$= i\omega CV(x) + \frac{1}{i\omega L}\lim_{\Delta x \to 0}\left[\frac{(V(x+\Delta x) - V(x))/\Delta x}{\Delta x}\right]$$

도함수가 존재하기 위하여서는 위 식의 오른쪽 두 번째 항이 유효한 값을 가져야 하므로 $V'(x) = 0$ 이 되어야 함. 그러므로 식(4)로부터 $J(x) = 0$ 이고 $J'(x) = 0$ 이 됨. [2점]

[문제 3-3]

[채점기준] 총 6점을 배점하고 단계별 부분점수는 다음과 같다.

[문제 3-2]로부터 $V(x) = 0$ 이 되므로 $J'(x) = 0$ 및 $J''(x) = 0$ 이 됨. [3점]

마찬가지로 $V'(x) = 0$ 이므로 $V''(x) = 0$ . [3점]