2013학년도 수시 논술고사 기출문제 및 해설

- 공학계열 -

한국항공대학교

◆ 대 학 명 : 한국항공대학교

◆ 모집시기 : 수시1차

◆ 전형명칭 : 일반학생전형/고양시지역고교 출신자 전형

◆ 모집계열 : 공학계열

◆ 출제유형: 통합교과형중 자료제시 논술형

◆ 개요

- 시험시간 : 120분
- 출제문항수 : 3문항
- 답안지 양식, 작성분량 : 무선 (지정된 칸 내에서 자유기술)
- 지정된 필기구 : 흑색필기구 (볼펜만 사용가능)
- 수험생 유의사항 :

1. 논술고사 전 별도 예비소집일은 없으며 수험생은 고사 시작 30분 전까지 본교의 지정된 장소에 입실하여야 한다.
2. 지정된 일시에 논술고사 대기 장소에 입실하지 못한 경우에는 고사응시에 제한을 받을 수 있으며 논술고사 결시자는 불합격 처리 한다.
3. 논술고사 당일 수험표와 신분증(주민등록증, 운전면허증, 여권, 학생증 등)이 없는 수험생은 논술고사 응시를 제한받을 수 있으며, 수험표를 분실한 경우는 사진 1매를 지참하여 입시 본부에서 재교부 받아야 한다.
4. 전자 및 통신기기류 등을 지참하고 고사장에 입실할 수 없으며, 발견 시에는 부정행위로 간주한다.
5. 시험 중 부정행위로 적발되면 퇴실 조치하며, 불합격 처리한다.
6. 고사장에 입실 후 책상에 부착된 표의 수험번호와 성명을 확인하여야 한다.
7. 논술고사 답안은 흑색필기구로 작성하여야 하며, 내용수정도 같은 색 필기구를 사용하여야 한다. 답안을 수정할 경우 수정할 부분을 두 줄로 긋고 그은 줄 위에 작성한다.
8. 다른 필기구를 사용하거나 답안지에 수험생이 누구인지를 나타낼 수 있는 표시를 하면 그 답안지는 무효 처리됨.
9. 논술고사 답안지는 원칙적으로 교환하여 주지 않으며, 문제지와 답안지는 가지고 나갈 수 없다.

◈ 출제방향(취지) 및 교과서 관련여부 및 근거 :

[문제 1]

평면에서 벡터 개념을 사용하여 실생활 관련 문제의 해결 과정을 이해할 수 있는지를 묻고 있다. 평면에 주어진 벡터를 회전하였을 때 얻어지는 형태를 추론하여 그 결과를 응용하는 문제이다. 고등학교 교과서 '기하와 벡터'의 내용 중 벡터 성질과 연산을 이용한 문제이다.

[문제 2]

수학, 물리, 화학의 내용을 모두 포함하고 있는 복합형 문제이지만, 물리, 화학의 전문적 내용을 완벽히 숙지하지 못하더라도 제시문을 통하여 내용을 파악하고, 이를 근거로 과학적 논리는 전개하는 능력을 종합적으로 평가한다.

<수학>: 구의 밀집 형태로 이루어진 정육면체 형상의 이해 및 구의 반지름과 정육면체의 한 변의 길이의 상관관계 해석 (공간도형)

<물리>: 이중슬릿 실험을 통한 빛의 회절현상 이해 (공통과학, 물리1), 부력에 대한 이해 (공통과학)

<화학>: 밀도에 대한 이해 (공통과학), 원자론, 고체 내의 원자배열 (공통과학, 화학1)

[문제 3]

수학 교과과정에서 배운 포물선 방정식 및 미분 적분의 기본적인 개념을 이용하여 중력을 받고 이동하는 물체의 궤적을 논리적으로 해석하는 능력을 측정하고자 함.

수학(미분과 적분 포함) 교과서, 물리 I 교과서

◈ 평가기준 :

[문제 1]

[문제 1-3]에 나타난 바와 같이, 거리 합의 최솟값은 무게중심을 선택할 경우라고 결론을 알려주고 있다. 그러므로 이러한 결론에 이르는 과정을 객관적이고 논리적으로 서술할 수 있는지를 평가한다.

[문제 1-1]과 [문제 1-2]를 해결하고 그 결과를 적용하는 과정 또한 논리의 전후관계가 명백하여야 한다.

[문제 2]

30점 만점 중 세 개의 문항 [문제 2-1], [문제 2-2], [문제 2-3] 에 각 10점씩 배점. 각 문항을 푸는 과정은 2~3단계로 구성되어 있다. 단, 이전 단계의 계산결과가 잘못되어 다음 단계의 계산에 영향을 미치는 경우 해당 단계 계산 과정의 적합성을 평가하여 점수를 부여한다.

[문제 2-1]:

1단계 (5점) - 제시문에 나온 브래그의 법칙을 이용하여 반사면간 거리 d를 구함

2단계 (5점) - 반사면간 거리와 구의 반지름간의 관계를 이용 원자반지름을 구함

[문제 2-2]:

1단계 (3점) - 정육면체 형상의 단위구조체의 부피 계산

2단계 (2점) - 제시문에 나온 몰 개념을 이용하여 원자 한 개의 질량을 계산

3단계 (5점) - 단위구조체 내의 원자 총질량과 단위구조체 부피를 통해 밀도 계산

[문제 2-3]:

1단계 (5점) - 부력의 개념을 통해 왕관의 부피를 구하고 이로부터 왕관의 밀도 계산

2단계 (5점) - 밀도가 다른 두 금속으로 이루어진 합금의 밀도는 그 성분비에 따라 비례식으로 결정된다는 사실에 근거하여 은의 함량을 구함.

[문제 3]

포물선 방정식의 의미와 곡선의 기울기를 이해하고 이것을 문제에 적용할 수 있는 능력

중력을 받고 이동하는 물체의 궤적을 수학적으로 기술하고 물리적인 의미를 이해할 수 있는 능력

가속도, 속도 그리고 거리의 관계를 이해하고 미분 및 적분 계산을 정확하게 수행할 수 있는 능력

◆ 출제문제: 공학계열

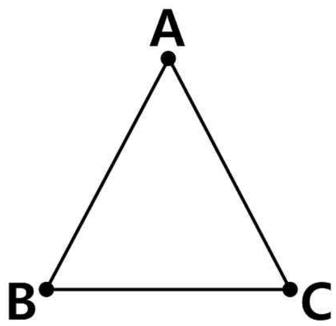
【문제 1】 (30점)

※ 다음 제시문을 읽고 답하시오

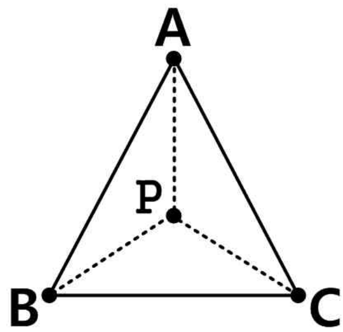
가) 두 점 A와 B를 잇는 선분 AB의 길이는 $\overline{AB}$로 표기한다.

나) 평면 위에 주어진 다각형의 각 부분의 질량이 균등할 때, 질량의 중심점을 평면 다각형의 무게중심이라 정의하자. 예를 들어, 삼각형에서는 세 개의 중선이 교차하는 점이다.

다) 평면 α에 주어진 정삼각형 ABC의 세 꼭짓점의 위치에 슈퍼마켓을 건설하였고 편의상 꼭짓점 A,B,C가 <그림 1-1>과 같이 각각의 슈퍼마켓을 나타낸다. 각각의 꼭짓점 A,B,C에서 평면 α위의 임의의 점 P까지의 거리 합 D를 $D=\overline{PA}+\overline{PB}+\overline{PC}$로 정의하였을 때(<그림 1-2> 참조), 이동거리를 최소로 하기 위하여 정삼각형 ABC의 무게중심 위치에 슈퍼마켓 A,B,C를 총 관리하는 본부건물을 새로이 건설하였다. 즉, 임의의 점 P가 정삼각형 ABC의 무게중심이 되면 D의 최솟값이 구해진다.



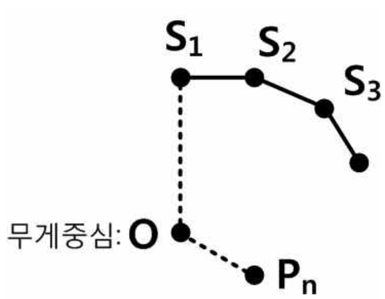
<그림 1-1>



<그림 1-2>

[문제 1]

평면 β에 주어진 정n각형 $S_1S_2\cdots S_n$의 꼭짓점 $S_1, S_2, \cdots, S_n$의 위치에 슈퍼마켓을 건설하였다고 가정하자. <그림 1-3>은 정n각형 $S_1S_2\cdots S_n$의 일부분이고 꼭짓점 S_1, S_2, S_3 는 슈퍼마켓을 나타낸다. 이때, P_n은 평면 β위의 한 점이다.



<그림 1-3>

[문제 1-1]

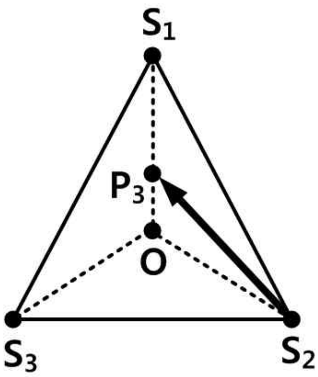
정n각형 $S_1S_2\cdots S_n$의 무게중심이 O라고 할 때, 벡터 $\overrightarrow{P_nS_1}$, $\overrightarrow{P_nS_2}$, ... , $\overrightarrow{P_nS_n}$ 은 다음 관계가 성립함을 설명하시오:

$$\overrightarrow{P_nS_1} + \overrightarrow{P_nS_2} + \overrightarrow{P_nS_3} + \ldots + \overrightarrow{P_nS_n} = n\overrightarrow{P_nO}$$

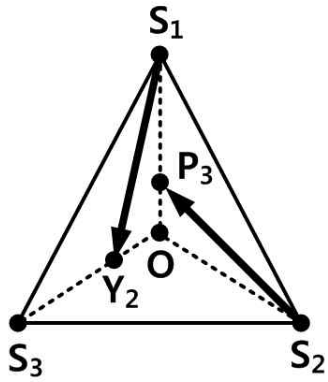
[문제 1-2]

정n각형 $S_1S_2\cdots S_n$의 무게중심 O를 기준으로 S_k를 S_1으로 보내는 회전 R이 주어졌을 때, 회전 R에 의한 점 P_n의 대응점을 Y_k라고 하자 (단, $k=1,2,\ldots,n$). 예를 들어, <그림 1-4>와 같이 정삼각형 $S_1S_2S_3$와 점 P_3가 주어졌을 때, 벡터 $\overrightarrow{S_2P_3}$ 가 회전 R에 의하여 <그림 1-5>와 같이 $\overrightarrow{S_1Y_2}$ 가 된다. 이 때, 다음 관계가 성립함을 설명하시오:

$$\overrightarrow{S_1Y_1} + \overrightarrow{S_1Y_2} + \overrightarrow{S_1Y_3} + \ldots + \overrightarrow{S_1Y_n} = n\overrightarrow{S_1O} + \overrightarrow{OY_1} + \overrightarrow{OY_2} + \ldots + \overrightarrow{OY_n}$$



<그림 1-4>



<그림 1-5>

[문제 1-3]

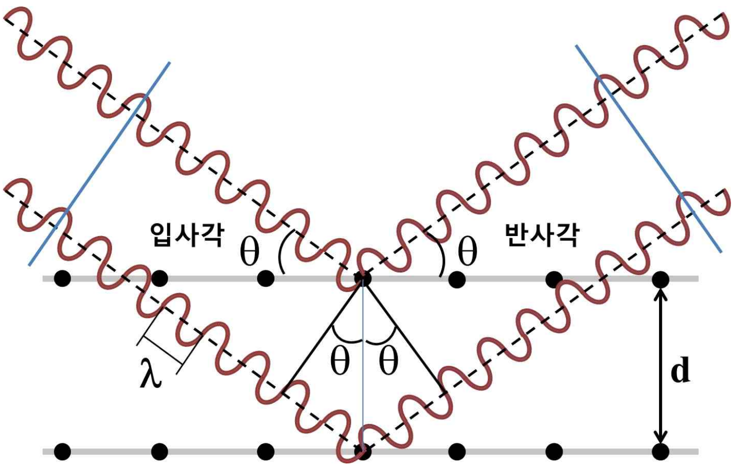
평면 β위의 정n각형 $S_1S_2\cdots S_n$의 꼭짓점에서 임의의 점 P_n까지의 거리 합

$D_n= \overline{P_nS_1}+\overline{P_nS_2}+\overline{P_nS_3}+\ldots+\overline{P_nS_n}$ 을 구할 때, 점 P_n이 정n각형 $S_1S_2\cdots S_n$의 무게중심 O와 일치하면 거리 합 D_n이 최솟값이 됨을 설명하시오.

【문제 2】

※ 다음 제시문을 읽고 답하시오.

가) 토마스 영은 1800년경 이중 슬릿을 이용하여 빛의 간섭현상을 관찰하였다. 영의 실험은 빛이 파동임을 보여주는 증거로 받아들여졌다. 두 슬릿으로부터 나오는 빛의 경로차가 파장 λ 의 정수 배가 될 경우 빛은 보강간섭 한다. 같은 개념으로 [그림 1]과 같이 일정한 간격 d 를 둔 반사면들에서 반사된 동일 파장의 빛은 특정한 입사각 조건에서 보강간섭을 일으키며, 이 때 보강간섭을 일으키는 입사각 θ, 반사면 간 간격 d, 빛의 파장 λ 사이의 관계는 브래그(Bragg)의 법칙으로 정리된다. 이 브래그의 법칙은 빛의 회절을 이용하여 결정질 고체에서 원자층간 거리를 계산하는 데 유용하게 활용된다.



<그림 2-1>

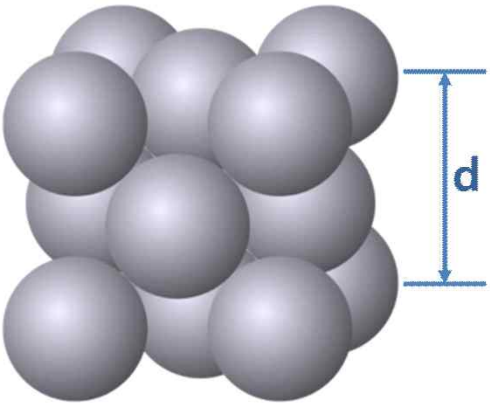
브래그의 법칙: $n\lambda = 2dsin\theta$

나) BC 420년, 데모크리토스는 "물질은 원자와 빈 공간으로 이루어져 있으며 더 이상 쪼갤 수 없는 입자를 원자라 한다"고 하였다. 1808년 돌턴은 데모크리토스의 주장을 발전시켜 "원자는 더 이상 깨뜨릴 수 없는 고체입자로서 구형의 모양이다"라는 원자 모형을 제안함으로써 질량보존의 법칙, 일정성분비의 법칙, 배수비례의 법칙을 잘 설명하였다.

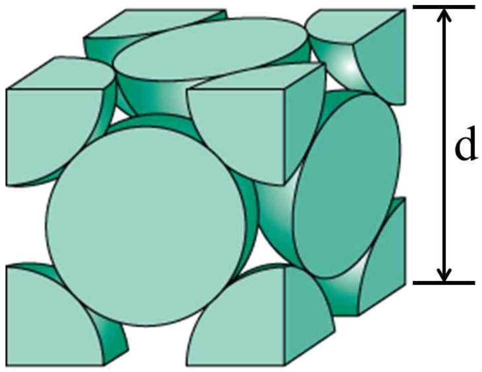
순수한 고체금속물질은 한 가지 종류의 금속원자만의 규칙적인 결합으로 이루어져 있으며, 그러한 규칙적인 결합 형태를 결정구조라 한다. 금속물질인 금과 은은 모두 같은 형태의 원자결정구조인 면심입방체구조를 가지고 있다. 즉, <그림 2-2>와 같이 구형의 금속원자들이 밀집되어 정육면체 형상의 단위구조체를 이루고, 정육면체의 꼭짓점 뿐만 아니라 각 면의 중심에도 원자가 위치하고 있다. 이 때 면의 중심에 위치한 원자는 꼭짓점에 위치한 원자와 접해 있다. 단위구조체인 정육면체의 한 변의 길이는 꼭짓점에 위치한 원자의 중심점 간의 거

리로 볼 수 있다.

금과 은의 몰질량은 각각 200 g/mol 과 110 g/mol 로 금이 은보다 훨씬 무겁다는 것을 알 수 있다. 고체 물질 1몰은 아보가드로수 ($\approx 6 \times 10^{23}$) 만큼의 원자의 집단으로 생각할 수 있다.



<그림 2-2>



<그림 2-3>

다) 시칠리아의 히에론 왕은 자신이 받은 왕관이 순금으로 만든 것인지, 아니면 속아서 은이 섞인 왕관을 받은 것인지 알아내고자 하여 아르키메데스에게 이 문제를 해결하도록 했다. 왕관을 파손하지 않고 문제를 해결하는 방안을 고심하던 중 우연히 목욕탕에 들어갔을 때 물 속에서는 자기의 몸 부피에 비례하여 무게가 가벼워진다는 것을 문득 알아냈다. 흥분한 그는 옷도 입지 않은 채 목욕탕에서 뛰어나와 "유레카, 유레카!"라고 외치며, 집으로 달려가 그 금관과 같은 무게의 순금덩이를 물 속에서 달아 본즉 저울대는 순금덩이 쪽으로 기울어 금관이 위조품인 것을 알아내었다. 그는 이를 응용하여 유명한 '아르키메데스의 원리'를 발견하였다. 즉 위조왕관에는 은이 섞여 있어 같은 무게의 순금보다도 부피가 크고 따라서 그만큼 부력(浮力)도 커진다는 것이다.

부력이란 중력장에서 유체 내에 있는 물체가 그 표면에 작용하는 유체압력의 총합에 의해서 중력과 반대방향으로 받게 되는 힘을 말한다. 용기에 담겨 있는 유체 내에서 이 유체를 구성하는 어떤 작은 유체입자를 생각할 때 이 유체입자를 둘러싼 표면적을 통해 유체입자를 누르는 힘을 압력이라고 한다. 유체가 정지해 있을 때 유체입자에 작용하는 압력은 모든 방향에서 유체입자의 안쪽방향으로 작용하며(압력의 등방성), 연직방향으로는 부력이 그 유체입자에 작용하는 중력과 평형을 이룬다.

[문제 2-1]

제시문 (가)와 (나)를 이용하여 다음 문제에 답하시오.

금과 은 시료에 파장 λ 가 0.28 나노미터 (1 nm = 10^{-9} m)인 빛을 조사한 결과 두 시료 모두 <그림 2-2>의 정육면체 단위구조체의 윗면과 아랫면에 의해서 반사된 빛이 45도의 입사각 및 반사각 조건에서 보강간섭을 일으켰다. 두 시료 모두 n = 2를 적용한다.

위의 실험 결과를 이용하여 정육면체 단위구조체의 한 변의 길이 d를 계산하고, 금과 은 원자의 반지름을 구하시오. (나노미터 단위로 소수 둘째 자리까지 구하시오)

[문제 2-2]

결정질 고체의 이론밀도는 <그림 2-3> 에서 표시한 바와 같이 단위구조체를 고려하여 계산한다. 제시문 (나)와 [문제 2-1]의 결과를 활용하여 금과 은의 이론밀도를 g/㎤ 단위로 소수 첫째 자리까지 각각 구하시오.

[문제 2-3]

제시문 (다)에서 소개한 아르키메데스의 일화에서 왕관의 무게가 500 g 이고, 물속에서의 무게가 473.6 g 이었다. 왕관 제작업자가 사용한 합금에는 순금 대신 몇 %의 은이 함유되어 있는지 구하시오. 단, 물의 밀도는 1 g/㎤ 으로 가정한다.

【문제 3】 (40점)

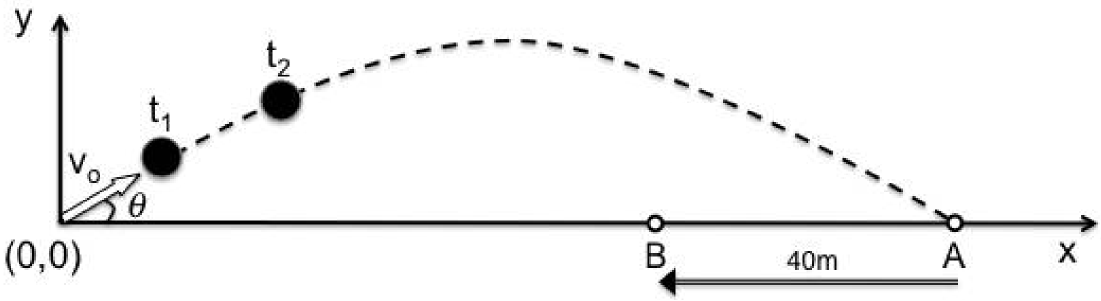
※ 다음 제시문을 읽고 답하시오.

16 세기 물리학자들은 무한히 작은 시간 간격 사이에 발생하는 거리의 증분량 비를 이용하여 미분법을 발전시켰다. 미분법을 이용하면, 물체의 운동 궤적 상의 임의의 한 점에서 운동 방향을 찾을 수 있고 속도 또는 가속도의 개념을 수학적으로 표현할 수 있다.

17 세기 유럽에서는 각국이 유럽의 패권을 둘러싸고 전쟁이 되풀이 되었고, 전쟁에서 승리하기 위해서는 강력한 대포의 명중률을 높이는 것이 필요했다. 미분법을 이용하면 포탄의 궤도가 어떠한 모양을 그리는지 정확하게 계산할 수 있다. 공중으로 발사된 포탄은 지구의 중력에 의해 지면을 향해 떨어지고, 포탄의 속도는 수평방향과 중력을 받는 수직방향으로 나누어 생각할 수 있다. 이때, 수평방향의 속도는 변하지 않고, 수직방향의 속도만 시간에 따라 변한다. 그 결과 포탄의 궤도는 포물선을 그린다. 포탄의 발사 지점을 원점으로 하고, x축을 발사 지점에서의 수평방향, y축을 수직방향으로 하면, 발사된 포탄이 그리는 궤적을 xy-좌표 상에 나타낼 수 있다 (<그림 3-1> 참조).

1812년 나폴레옹은 60만 대군을 이끌고 러시아를 공격하였다. 나폴레옹은 러시아의 식량 창고를 폭파하기 위해서 대포를 쏘았으나, 포탄은 창고를 지나 40m 떨어진 곳에 떨어졌다. 이 포탄이 발사된 후 시간 경과에 따른 포탄의 궤적 위치가 아래와 같이 관찰되었다.

경과 시간	궤적 위치	
	수평 방향	수직 방향
0.1 초(t_1)	2 m	1.95 m
0.5 초(t_2)	10 m	8.75 m



<그림 3-1>

[문제 3]

제시문을 바탕으로 다음을 구하시오. 단, 중력가속도는 g = 10 m/s^2 으로 가정하고, 공기저항은 무시한다.

[문제 3-1]

포탄의 경사각 θ(rad), 초기속도 v_o(m/s), 그리고 포탄을 발사 후 지면에 떨어지는 A점까지 경과한 시간(s)을 구하시오.

[문제 3-2]

포탄의 수평 운동거리가 60 m에 도달했을 때의 수평방향 속도 v_x(m/s) 와 수직방향 속도 v_y(m/s)를 구하시오.

[문제 3-3]

위 문제 [3-1]의 초기 속도 v_o(m/s)를 이용하여, <그림 3-1>과 같이 A점에서 40 m 이동한 B점에 포탄을 명중시키기 위한 포탄의 발사 경사각을 구하시오.

◆ 출제문제 해설: 공학계열

[문제 1]

- 출제의도

평면에서 벡터 개념을 사용하여 실생활 관련 문제의 해결 과정을 이해할 수 있는지를 묻고 있다. 고교 과정의 내용을 기초로 추론할 수 있는 능력을 테스트한다.

- 제시문 해설

평면에서 두 점을 잇는 선분의 길이와 평면다각형의 무게중심에 대한 정의가 주어져서 문제를 좀더 쉽게 접근하고 이해하도록 제시문이 구성되었다.

제시문의 내용을 짧고 간결하게 하여 문제와 관련된 수학적 개념은 기본적인 것임을 보여준다.

- 논제분석(해설)

[문제 1-1]과 [문제 1-2]의 내용을 이용하여 [문제 1-3]을 해결하는 내용으로 구성되어 있다. 어떤 결론을 얻고자 할 때, 주어진 조건을 이용하여 결합하고 추론하는 능력을 묻고있다.

[문제 2]

- 출제의도

본 출제문제에서는 제시문을 읽고, 제시문에서 제공하는 내용을 습득한 후 이를 이용하여 문

제의 실마리를 찾아가는 전 과정을 평가하고 있다. 관련된 교과목은 수학, 물리, 화학으로, 원자의 3차원적인 배열로 이루어진 결정구조의 이해에는 수학의 “공간 도형” 개념을 활용하고 있으며, 물리에서 나오는 내용으로는 빛의 보강간섭 원리로부터 도출되는 브레그의 법칙과 부력의 개념 이해를 들 수 있다. 또한 순금속과 합금의 밀도에 대한 이해는 화학적인 지식을 요구한다.

- 제시문 해설

가) 제시문에서 나오는 이중슬릿에서의 빛의 회절 현상은 공통과학 및 물리1에서 다루는 내용으로 타 대학 기출문제에도 자주 등장하는 내용이다. 다만, 본 제시문에서는 빛의 회절현상의 응용으로 브래그의 법칙을 이용하여 물질의 결정 구조 내에서 원자 층간의 거리를 구하는 상황을 제시하고 있다.

나) 제시문에서는 원자론에 입각한 원자의 개념과 모양 그리고, 결정질 고체에서 원자의 배열 상태 묘사를 통하여 금, 은 등의 금속 물질의 결정구조를 설명하고 있다. 이러한 정보를 바탕으로 금과 은의 결정 구조는 같고, 다만 금 원자와 은 원자의 질량이 다른 상태라는 것을 이해하여야 한다.

다) 제시문은 유명한 아르키메데스 일화를 소개하는 내용으로 서로 다른 물질인 금과 은은 밀도가 다르므로 무게가 같다면 부피가 다르다는 것을 이해시키기 위한 제시문이다. 이 때 부정형일 물체의 부피는 부력의 개념을 이용하여 구할 수 있으며, 아르키메데스가 적용한 방법을 통해 부력을 구하고 이로부터 부피를 계산하는 과정을 제시하고 있다

- 논제분석(해설)

[문제 2-1] 그림 2-1과 브래그의 법칙으로부터 원자층간 거리 (d)는 쉽게 구할 수 있으나, 원자층간 거리 d 와 원자의 반지름과의 관계를 제시문 (나)에 수록된 그림 2-2, 2-3으로부터 도출하는 과정이 요구된다.

[문제 2-2] 물질의 이론밀도에 대한 이해가 요구되는 문제이다. 이 때 결정구조 및 구성 원소를 알고 있는 물질의 이론밀도는 단위구조체를 이루는 원자 질량의 총 합을 단위구조체의 부피로 나눔으로써 구할 수 있으며, 이를 제시된 그림으로부터 논리적으로 유추하는 능력을 평가한다.

[문제 2-3] 부력에 대한 이해 및 서로 다른 물질은 밀도가 다르다는 것에 대한 이해로부터 시작되며, 두 가지 금속의 합금의 밀도는 그 구성된 순금속의 밀도와 성분함량에 비례한다는 것을 활용한다. 일단, 부정형의 물체 (왕관)의 부피를 구하기 위해 부력의 개념을 활용하는 것이 첫 번째 논제라 할 수 있으며, 이 때 구해진 부피로 합금의 밀도를 구한 후 금과 은의 성분비를 비례식을 이용하여 추론하는 것이 요구된다.

[문제 3]

- 출제의도

고등학교 수학 교과과정에서 배운 미분 적분의 기본적인 개념과 포물선 방정식의 전반적인 이해 정도와 활용 및 계산 능력을 평가하기 위해 출제하였다. 또한, 고등학교 물리 교과과정에서 다루고 있는 가속도, 속도 그리고 거리와의 관계에 대한 정확한 개념 이해와 분석

능력을 평가하는데 주안점을 두었다.

- 제시문 해설

미분법에 대한 간단히 소개와 이를 활용하여 속도와 가속도를 구할 수 있음을 기술하였다. 중력을 받는 물체가 초기 속도를 가지고 이동할 때, 그 물리적 현상을 포물선 방정식을 이용하여 표시할 수 있음을 설명하였다. 문제 예시로, 시간에 따른 포탄의 궤적을 수평방향과 수직방향으로 나누어 제시하였고, 이를 바탕으로 포물선의 방정식을 유추하고 포탄의 궤적에 중력 미치는 영향을 도출할 수 있도록 하였다.

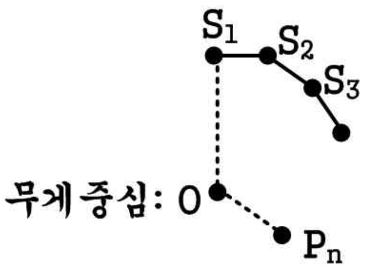
- 논제분석(해설)

중력을 받는 물체의 이동 궤적을 포물선으로 나타낼 수 있음을 설명하였고 미분 적분을 이용하여 궤적을 따라 이동하는 물체의 속도 및 거리를 구체적으로 구하도록 하였다. 고동학교 물리 교과과정에서 소개하고 있는 가속도, 속도 그리고 거리의 관계식을 수식적으로 제시하기 보다는 좌표를 이용하여 물체의 운동방정식을 유추하고 미분 및 적분 개념을 이해하고 계산할 수 있는 문제로 이루어져 있다.

◈ 예시답안 :

[문제 1]

<문제 1-1 풀이>



<1단계>

$$\overrightarrow{P_nS_1} = \overrightarrow{P_nO} + \overrightarrow{OS_1}$$
$$\overrightarrow{P_nS_2} = \overrightarrow{P_nO} + \overrightarrow{OS_2}$$
$$\vdots$$
$$\overrightarrow{P_nS_n} = \overrightarrow{P_nO} + \overrightarrow{OS_n}$$ 에서

$$\begin{aligned}\overrightarrow{P_nS_1} + \overrightarrow{P_nS_2} + \dots + \overrightarrow{P_nS_n} &= \overrightarrow{P_nO} + \overrightarrow{P_nO} + \dots + \overrightarrow{P_nO} \\ &\quad + \overrightarrow{OS_1} + \overrightarrow{OS_2} + \dots + \overrightarrow{OS_n} \\ &= n\overrightarrow{P_nO} + \overrightarrow{OS_1} + \overrightarrow{OS_2} + \dots + \overrightarrow{OS_n}\end{aligned}$$

<2단계>

중심 O를 중심으로 벡터 $\vec{v}$ = $\overrightarrow{OS_1}$ + $\overrightarrow{OS_2}$ + ... + $\overrightarrow{OS_n}$ 를 $\frac{360^o}{n}$ 회전시켜도 주어진 다각형 $S_1S_2 \cdots S_n$이 정n각형이므로 벡터 $\vec{v}$의 위치가 변하지 않는다. 그러므로, 벡터 $\vec{v}$ 는 영 벡터(=$\vec{O}$)이다.

따라서, $\overrightarrow{P_nS_1}$ +$\overrightarrow{P_nS_2}$+ ... + $\overrightarrow{P_nS_n}$ = $n\overrightarrow{P_nO}$

<문제 1-2 풀이>

<1단계>

정n각형 $S_1S_2 \cdots S_n$의 무게중심 O를 기준으로 S_k를 S_1으로 보내는 회전 R이 주어졌을 때, 회전 R에 의한 점 P_n의 대응점을 Y_k라 하자.

그러므로, $k=1,2,3,\ldots,n$에 대하여 벡터 $\overrightarrow{S_kP_n}$ 는 회전 R에 의하여 $\overrightarrow{S_1Y_k}$ 이다. 회전 R에 의하여, 정n각형 $S_1S_2 \cdots S_n$과 정n각형 $Y_1Y_2 \cdots Y_n$은 같은
무게중심 O를 가진다.

<2단계>

$\overrightarrow{S_1Y_1}$ + $\overrightarrow{S_1Y_2}$ + ... + $\overrightarrow{S_1Y_n}$
= $\overrightarrow{S_1O}$ + $\overrightarrow{OY_1}$ + $\overrightarrow{S_1O}$ + $\overrightarrow{OY_2}$ + ... + $\overrightarrow{S_1O}$ + $\overrightarrow{OY_n}$
= $n\overrightarrow{S_1O}$ + $\overrightarrow{OY_1}$ + $\overrightarrow{OY_2}$ + ... + $\overrightarrow{OY_n}$
따라서,
$\overrightarrow{S_1Y_1}$ + $\overrightarrow{S_1Y_2}$ + ... + $\overrightarrow{S_1Y_n}$ = $n\overrightarrow{S_1O}$ + $\overrightarrow{OY_1}$ + $\overrightarrow{OY_2}$ + ... + $\overrightarrow{OY_n}$

<문제 1-3 풀이>

<1단계>

회전 R에 의하여
$\overline{S_1P_n}$ + $\overline{S_2P_n}$ + ... + $\overline{S_nP_n}$ = $\overline{S_1Y_1}$ + $\overline{S_1Y_2}$ + ... + $\overline{S_1Y_n}$ 이다.

<문제 1-2 풀이>를 이용하면, $\overrightarrow{OY_1}$ + $\overrightarrow{OY_2}$ + ... + $\overrightarrow{OY_n}$ = $\vec{O}$ 이므로

$$\overrightarrow{S_1Y_1} + \overrightarrow{S_1Y_2} + \ldots + \overrightarrow{S_1Y_n} = n\overrightarrow{S_1O} + \overrightarrow{OY_1} + \overrightarrow{OY_2} + \ldots + \overrightarrow{OY_n}$$
$$= n\overrightarrow{S_1O}$$

<2단계>

$\overline{P_nS_1}+\overline{P_nS_2}+ \ldots +\overline{P_nS_n} = \overline{S_1P_n} + \overline{S_2P_n} + \ldots + \overline{S_nP_n}$

$\geq n\overline{S_1O}$

= $\overline{S_1O} + \overline{S_2O} + \overline{S_3O} + \ldots + \overline{S_nO}$ 이다.

위의 부등식은 평면 위의 임의의 점 P_n에 대하여

$\overline{P_nS_1}+\overline{P_nS_2}+ \ldots +\overline{P_nS_n} \geq \overline{S_1O} + \overline{S_2O} + \overline{S_3O} + \ldots + \overline{S_nO}$ 이므로

점 P_n이 정n각형 $S_1S_2 \cdots S_n$의 무게중심 O와 일치하면 거리 합 D_n이 최솟값을 가지게 됨을 보이게 된다.

[문제 2]

<문제 2-1 풀이>

0.28 나노미터 파장의 빛을 금과 은 시료에 45도의 입사각으로 조사하면 <그림 2-1> 의 정육면체 형태의 단위구조체 윗면과 아랫면에 의해 45도의 반사각으로 반사되며, 보강간섭을 일으킨다.
이는 곧 브래그의 법칙을 만족하는 조건임을 나타내어 다음의 식에 의해 반사면 간의 거리 d 를 구할 수 있다.

$$\mathrm{n}\lambda = 2\mathrm{d}\sin\theta, \qquad n = 2, \qquad \lambda = 0.28\,nm, \qquad \theta = 45\,degree$$

$$\mathrm{d} = \frac{n\lambda}{2\sin\theta} = \frac{2 \times 0.28nm}{2 \times \sin 45°} = 0.4\,nm$$

반사면 간 거리 d는 정육면체 단위구조체의 한 변의 길이와 같고, <그림 2-3>에서와 같이
정육면체 면의 대각선의 길이는 원자 반지름 (R) 의 4배와 같다.

$$\sqrt{2} \times d = 4R$$

$$\mathrm{R} = \frac{\sqrt{2} \times 0.4\,nm}{4} = 0.14\,nm$$

금과 은의 보강간섭 조건과 결정구조가 모두 같기 때문에 반사면 간 거리와 원자의 반지름은 0.14 나노미터로 같은 크기를 가진다.

<문제 2-2 풀이>

결정질 고체의 이론 밀도는 단위구조체의 부피와 질량을 통해 계산된다.

단위구조체는 한 변의 길이가 d 인 정육면체의 부피에 해당하며, [문제 2-1]의 결과를 통해 금과 은 모두 d = 0.4 nm 임을 알 수 있다. 따라서 단위구조체의 부피는 한 변의 길이가 0.4 나노미터인 정육면체의 부피와 같으므로

$$Volume = d^3 = (o.4nm)^3 = 6.4 \times 10^{-23} cm^3$$

단위구조체의 질량은 원자 한 개의 질량과 단위구조체 내의 원자수의 곱으로 구해진다.

원자 한 개의 질량은 몰질량을 아보가드로수로 나눈 값에 해당한다.

$$\text{금의 원자질량} = \frac{200\ g/mol}{6\times10^{23}\ /mol} = 3.33 \times 10^{-22} g$$

$$\text{은의 원자질량} = \frac{110\ g/mol}{6\times10^{23}\ /mol} = 1.83 \times 10^{-22} g$$

$$\text{금의 밀도} = \frac{4\times3.33\times10^{-22}\ g}{6.4\times10^{-23}\ cm^3} = 20.8\ g/cm^3$$

$$\text{은의 밀도} = \frac{4\times1.83\times10^{-22}\ g}{6.4\times10^{-23}\ cm^3} = 11.5\ g/cm^3$$

<문제 2-3 풀이>

물체를 물속에 넣으면 부력이 작용하며, 부력의 크기는 그 물체의 부피와 같은 양의 물의 무게와 일치한다. 물속에서 왕관의 무게가 473.6 g 이라면 부력의 크기는 중력의 반대 방향으로 500-473.6 = 26.4 g 의 물체에 작용하는 중력과 같은 크기이다.

부력은 물체의 부피와 동일한 물의 무게에 해당하므로 왕관의 부피는 26.4 cm^3에 해당한다.

왕관의 무게가 500 g 이므로 이 왕관을 제작한 소재의 밀도는 다음과 같다.

$$\rho = \frac{500\ g}{26.4\ cm^3} = 18.94\ g/cm^3$$

합금의 밀도는 그 구성 조성에 비례한다.

은의 함량을 x 라 하면,

합금의 밀도 = x(은의 밀도) + (1-x)(금의 밀도)

$$= \mathrm{x} \times 11.5 \frac{\mathrm{g}}{cm^3} + (1-x) \times 20.8 \frac{g}{cm^3} = 18.94 \frac{g}{cm^3}$$

$$(20.8 - 11.5)\mathrm{x} = 20.8 - 18.94$$

$$\mathrm{x} = \frac{1.86}{9.3} = 0.2$$

즉, 20% 의 은을 섞어서 만든 합금을 사용하여 왕관을 제작하였다.

[문제 3]

<문제3-1 풀이> (15점)

ⅰ)

포물선 방정식 $y = ax^2 + bx + c$에 (x=0, y=0)을 대입하면 $c = 0$.

(x=2, y=1.95) 그리고 (x=10, y=8.75)을 대입하면, $a = -\frac{1}{80}, b = 1$.

포탄 궤적의 포물선 방정식 $y = -\frac{1}{80}x^2 + x$ 그리고 이를 x에 대해 미분하면 포물선 기울기 $y' = -\frac{1}{40}x + 1 = \tan\theta$을 얻는다.

여기에 x=0을 대입하면 경사각 $\theta = \tan^{-1}(1) = \frac{\pi}{4}$ (5점)

다른 방법

$x = v_o \cos\theta t, y = v_o \sin\theta t - \frac{1}{2}gt^2$에 (x=2, y=1.95) 그리고 (x=10, y=8.75)을 대입하여 연립하여 풀면, $\tan\theta = 1 \quad \therefore \theta = \tan^{-1}(1) = \frac{\pi}{4}$ (5점)

ⅱ)

x 방향의 속도는, $v_x = \frac{2}{0.1} = 20\ m/s$

$v_x = v_o \cos\theta = 20\ m/s$을 이용하면.

초기속도 $v_0 = 20/\cos(\frac{\pi}{4}) = 20\sqrt{2}\,(m/s)$ (5점)

다른 방법

$x = v_o \cos\theta t, y = v_o \sin\theta t - \frac{1}{2}gt^2$에 (x=2, y=1.95) 그리고 (x=10, y=8.75)을 대입하여 연립하여 풀면, $v_0 = 20\sqrt{2}\,(m/s)$ (5점)

iii)

포물선 방정식이 0이 되는 x 값은 0과 80을 얻을 수 있다.

$y = -\frac{1}{80}x^2 + x = -\frac{1}{80}x(x-80) = 0$, 따라서 A의 거리 x=80 m.

x 방향의 속도로 20m/s로 나누어 주면, 도달 시간은 4초가 된다. (5점)

다른 방법

$v_y = v_o \sin\theta - gt$, 수직방향의 속도가 0 되는 시간 $t = \frac{v_o \sin\theta}{g}$

$v_o = 20\sqrt{2}$, $\theta = \frac{\pi}{4}$를 대입하면, 2초 뒤에 수직방향의 속도가 0이 된다.

따라서 A지점 까지 도달 시간은 4초가 된다. (5점)

<문제3-2 풀이> (10점)

포물선 방정식을 x에 대해 미분 $y' = -\frac{1}{40}x + 1$, x=60m을 대입하면

$y' = -\frac{60}{40} + 1 = -\frac{1}{2}$

따라서 x=60m 지점에서 포물선의 기울기 $\tan\theta = -\frac{1}{2}$ (5점)

x방향의 속도는 항상 일정하다. $v_x = 20\,m/s$

y방향의 속도 $v_y = v_x \tan\theta = 20 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = -10\,m/s$ (5점)

다른방법

x방향의 속도 $v_x = 20\,m/s$는 항상 일정, 60m을 v_x으로 나누어 주면 도달시간은 t=3초 (5점)

$v_y = v_o \sin\theta - gt = 20\sqrt{2}\frac{1}{\sqrt{2}} - 10 \times 3 = -10\,m/s$ (5점)

<문제3-3 풀이> (15점)

원점에서부터 A점의 x방향 거리는 80m, B점의 x방향 거리는 40m

포탄의 수직방향의 속도가 0 되는 시간 $t=\frac{v_o \sin\theta}{g}$ (5점)

포탄이 지면에 도달한 시간은 $2t$, 시간 $2t$를 $x=v_o \cos\theta t$에 대입하면,

포탄이 움직인 수평방향의 거리, $x=\frac{v_o^2 \sin 2\theta}{g}$ (5점)

B점의 x방향 거리 x=40m를 대입하면, $\sin 2\theta=\frac{g}{v_o^2}x=\frac{10\times 40}{(20\sqrt{2})^2}=\frac{1}{2}$

$\therefore \theta=\frac{\pi}{12}$ (5점)