

2010학년도 수시 1차 일반전형

# 논술고사 문제지

(공학계열)

시험시간: 120분

학 부 (과) :

수험 번호 :

성 명 :

한 국 항 공 대 학 교

## 논술고사 (공학계열)

---

### ■ 유의사항

1. 시험시간은 120분이며, 배점은 총 100점입니다.
2. 답안 작성 시 반드시 흑색 필기구를 사용하십시오.(연필은 제외)
3. 수정액 사용은 불허하며, 수정이 필요하다면 두 줄을 긋고 정정하십시오.
4. 연습은 문제지 내의 연습지를 사용하십시오.
5. 제목은 생략하고, 본문부터 작성하십시오.
6. 답안지에 불필요한 사항을 기재(표시)하지 마십시오.

## 논술고사 (공학계열)

### 【문항 1】 (40점)

※ 다음 제시문을 읽고 답하십시오

순열과 조합 계산법은 확률 이론과 함께 발전하여 왔고, 프랑스 수학자 파스칼이 확률 계산 과정에서 발견한 파스칼 삼각형은 이항전개 계수의 규칙성과 관련된다. 이러한 내용은 이산수학으로 자리 잡았으며 컴퓨터나 그래프 이론, 알고리즘의 복잡성 문제 등에서 중요한 역할을 하고 있다. 또한 컴퓨터의 계산 능력으로도 유도하기 쉽지 않은 결과를 이산수학의 기본 개념으로 쉽게 비교할 수 있다. 예를 들어, 양의 정수  $n$ 에 대하여  $(n+1)^{n+1}$ 과  $(n+2)^n$ 의 크기를 비교할 때,  $n$ 이 어떤 수 이상의 값을 가질 경우 컴퓨터 언어의 2배 정확도(double precision)로도 두 수의 크기를 간단히 비교할 수 없고, 계산용 특수 프로그램을 이용해야 할 것이다. 그러나 이산수학의 기본 개념을 사용하면 제시된 두 수의 크기를 어렵지 않게 비교할 수 있다.

[문제 1-1] 두 수  $2010^{2010}$  과  $2011^{2009}$  의 크기를 비교하고, 그 이유를 자세히 기술하십시오.

[문제 1-2]  $n$ 이 양의 정수일 때  $(n+1)^{n+1}$  과  $(n+2)^n$  의 크기를 비교하고, 그 이유를 자세히 기술하십시오.

**【문항 2】 (30점)**

※ 다음 제시문을 읽고 답하시오.

(가) Hook의 법칙

물체에 가해진 힘이 충분히 작을 때 변형력과 변형의 관계는 훅의 법칙에 따른다. 이때 훅의 법칙은 ‘ $\frac{\text{변형력}}{\text{변형}} = \text{탄성률}$ ’이다. 여기서, 변형력이란 물체가 변형을 일으킬 때 가해진 힘이고, 변형이란 변형력이 작용해서 나타난 결과이다. 예를 들어 용수철에 대해 훅의 법칙을 적용하면, ‘ $F = kx$ ’이다. 여기서,  $F$ 는 용수철에 가해진 힘,  $k$ 는 용수철 상수,  $x$ 는 늘어나거나 줄어든 거리이다. 이와 같이 일반적인 경우, 힘은 변위의 함수로 주어진다.

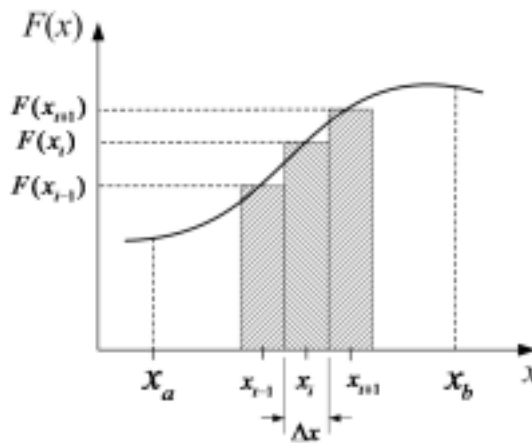
(나) 직선운동에서 힘이 하는 일

$x$ 축을 따라 운동하는 물체에 작용하는 힘  $F(x)$ 가  $x$ 축의 두 점  $x_a$ 와  $x_b$ 사이에서 물체에 한 일(work)을 계산하고자 한다. 이 힘이 한 일을 계산하기 위해서는 두 점 사이의 변위를  $n$ 개의 작은 조각  $\Delta x$ 로 균등하게 나누고,  $i$ 번째 작은 변위(미소변위)  $\Delta x$ 에 대해 힘  $F(x_i)$ 가 한 일  $\Delta W_i$ 는 다음과 같이 계산한다.

$$\Delta W_i = F(x_i)\Delta x \tag{1}$$

식 (1)로부터 전체 변위 사이에서 힘이 한 일은 미소변위에 대해 한 일을 모두 합하여 다음과 같이 근사적으로 구할 수 있다.

$$W \approx \sum_{i=1}^n \Delta W_i \tag{2}$$



1 -

적분 정의로부터 미소변위를 무한히 작게 함으로써( $\Delta x \rightarrow 0$ ), 두 변위 사이에서 힘  $F(x)$ 가 한 일은 다음과 같은 적분식으로 표현할 수 있다.

$$W = \int_{x_a}^{x_b} F(x)dx \tag{3}$$

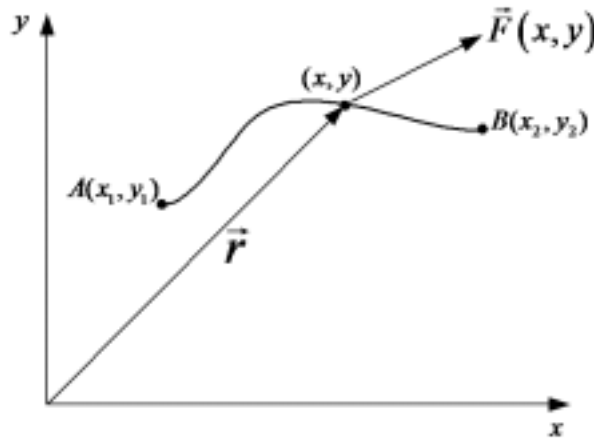
(다) 평면운동에서 힘이 하는 일

물체가 평면상의 점  $A(x_1, y_1)$ 에서 점  $B(x_2, y_2)$ 로 그림 2와 같이 이동할 때 힘  $F(x, y)$ 가 작용한다. 힘이 물체에 한 일을 구하는 과정은 다음과 같다. 임의의 점  $(x, y)$ 에서의 위치 벡터  $\vec{r}$  과 그 점에서 작용하는 힘 벡터  $\vec{F}$ 를 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\vec{r} = x \vec{i} + y \vec{j} \quad (4)$$

$$\vec{F} = F_x(x, y) \vec{i} + F_y(x, y) \vec{j} \quad (5)$$

여기서, 벡터  $\vec{i}$ 와  $\vec{j}$ 는  $x$ 와  $y$  방향의 단위 벡터이고,  $F_x$ 와  $F_y$ 는 각각 힘 벡터  $\vec{F}$ 의  $x$ 와  $y$  방향의 성분이다.



2

점  $(x, y)$ 에서 미소변위  $\Delta \vec{r}$ 에 대해 힘이 한 일  $\Delta W$ 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \Delta W &= \vec{F} \cdot \Delta \vec{r} \\ &= [F_x(x, y) \vec{i} + F_y(x, y) \vec{j}] \cdot (\Delta x \vec{i} + \Delta y \vec{j}) \end{aligned} \quad (6)$$

여기서, ‘ $\cdot$ ’는 벡터의 내적이다.

식 (2)와 식 (3)을 이용하여 평면운동을 하는 물체에 대해 힘이 한 일은 다음과 같이 구할 수 있다.

$$W = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{r} \quad (7)$$

여기서, 미소변위 벡터  $d\vec{r}$ 은 다음과 같다.

$$d\vec{r} = dx \vec{i} + dy \vec{j} \quad (8)$$

(라) 치환적분

다음과 같은 적분에 대해 생각해 보자.

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x \cos x dx \quad (9)$$

만약,  $t = \sin x$  라고 가정하면,

$$dt = \cos x dx \quad (10)$$

식 (10)을 식 (9)에 대입하면 적분은 다음과 같다. 이때, 적분 구간은  $[0, \frac{\pi}{2}]$ 에서  $[0, 1]$ 로 변화된다.

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x \cos x dx = \int_0^1 \sin x \cos x \frac{dt}{\cos x} = \int_0^1 t dt \quad (11)$$

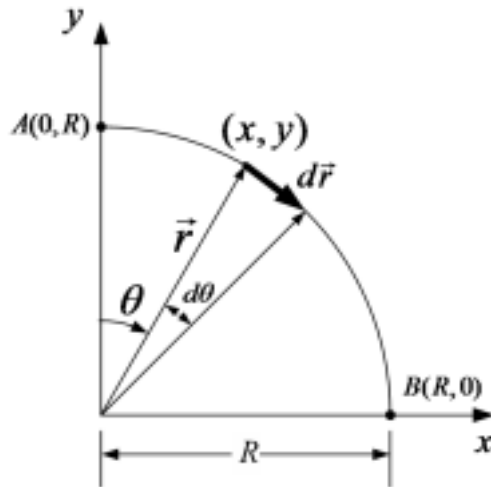
따라서, 적분값  $I$  는  $\frac{1}{2}$ 이다.

[문제 2-1] 그림 1을 참조하여 구간  $[x_a, x_b]$ 에서 힘  $F(x)$ 가 한 일이 식 (3)이 되는 과정을 자세히 기술하시오.

[문제 2-2] 물체가 그림 3과 같이 점 A에서 점 B로 원운동 할 때, 힘은 다음과 같이 작용한다.

$$\vec{F} = F_0 \theta \vec{i} + F_0 \cos \theta \vec{j}$$

여기서,  $F_0$ 는 상수이고,  $\theta$ 는  $y$ 축과 벡터  $\vec{r}$ 사이의 각도(radian)이다. 점 A에서 점 B로 이동할 때 물체에 가해진 힘이 한 일을 계산하시오.



**【문항 3】 (30점)**

※ 다음 제시문을 읽고 답하시오.

(가) 화학반응

로켓의 추진력을 얻기 위해서는 연료와 산화제로 이루어진 추진제를 연소시켜 에너지를 생성하는 것이 필요하다. 우유를 냉장고에 오랫동안 보관하고자 할 때는 우유를 부패시키는 화학반응을 억제시켜야 한다. 방사성이 붕괴될 때도 화학반응이 일어난다. 앞에서 예로 든 반응은 화학반응의 빠르기, 즉 반응속도가 각각 다른 경우들이다. 화학반응의 속도는 온도, 압력 및 반응에 관여하는 화학종들의 농도에 의존한다. 농도는 용액에 녹아 있는 용질의 양을 나타내는 값이고, 반응속도는 단위시간 동안 반응물질이나 생성물질의 농도 변화량으로 나타낼 수 있으며, 활성화 에너지는 반응을 일으키는 데 필요한 최소한의 에너지이다.

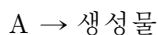
화학반응이 일어날 때 반응물과 생성물의 농도는 시간에 따라 변화한다. 반응이 진행됨에 따라 반응물의 농도는 낮아지고 생성물의 농도는 높아진다. 화학반응이 일어나면 처음에 있던 물질은 그 양이 감소하고, 새로 생성되는 물질의 양이 증가하게 된다. 반응이 빠르다는 것은 일정시간 동안에 반응물질이 빨리 없어지는 것을 의미한다. 물질이 반응을 일으키려면 물질을 구성하는 입자들이 활성화 에너지 이상의 충분한 에너지를 가지고 서로 충돌하여야 한다. 농도가 높아지면 단위 부피 속의 입자수가 증가하여 충돌 횟수도 많아지고, 충돌 횟수가 많아질수록 반응을 일으킬 입자의 수도 증가하여 반응속도가 빠르게 된다. 농도가 높은 용액의 경우에는 농도가 낮은 용액보다 같은 부피일지라도 용질이 많이 들어 있게 되고, 용질 입자가 많을수록 충돌 횟수가 많아져 반응속도가 빨라진다. 화학반응에서 반응 물질 사이의 충돌 기회는 농도뿐만 아니라 입자의 운동 속도에 따라서도 달라진다. 일반적으로 분자의 운동 속도는 온도가 높을수록 빨라지게 되어, 온도가 상승하게 되면 반응속도는 빨라지게 된다.

화학반응이 일어날 때 반응물과 생성물의 농도는 시간에 따라 변화한다. 농도를 나타내는 것 중에는 몰농도가 있으며 단위 부피(예를 들어, 리터(L))당 몰의 수를 몰농도라고 한다. 물질 A의 몰농도는  $[A]$ 로 표기한다. 촉매는 전체 반응이 일어나는 동안 자신은 소모되지 않지만 활성화 에너지를 변화시켜 반응 속도에 영향을 주는 물질로서, 화학반응에 의해서 소모되지 않으므로 반응식에는 나타나지 않는다. 반응이 진행됨에 따라 반응물의 농도는 낮아지고 생성물의 농도는 높아진다. 반응속도는 단위시간당 반응물질이나 생성물질의 농도 변화로 정의되며, 단위는  $\text{mol}/(\text{L} \cdot \text{s})$  또는  $\text{M}/\text{s}$  등으로 나타낼 수 있다. 즉, 반응속도( $v$ )는 다음과 같다.

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta M}{\Delta t}$$

여기서,  $M$ 은 몰농도를 의미한다.

단일물질이 생성물로 분해되는 과정에서 반응물질 A의 몰농도가 p배로 되면, 반응속도는 p배가 된다. 반응물질 A가 역반응이 일어나지 않고 생성물로 분해되는 단일물질 A의 분해반응은 다음과 같이 표현된다.



단일물질 A의 분해반응에서 반응속도는 A의 몰농도에 비례하므로, 단일물질 A의 반응속도( $v$ )는 다음과 같다.

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta [A]}{\Delta t} = -k[A]$$

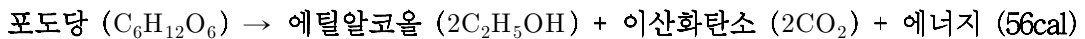
여기서,  $k$ 는 비례상수이며 '반응속도상수'라 한다.

(나) 발효과정에서 화학반응

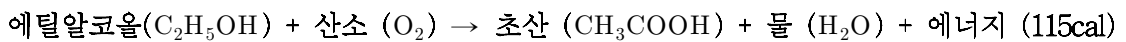
효모 속에 있는 효소가 발효를 일으킨다. 효모는 미생물의 일종으로 술을 만들 때 사용해왔던 이스트(yeast)를 가리킨다. 효모 속에는 많은 효소가 존재할 것이다. 발효는 효모를 비롯한 많은 미생물들이 자연 상태에서 일으키는 화학반응이며, 이 과정을 통해서 반응물질이 다른 물질로 변환된다. 즉 어떤 물질은 없어지기도 하고 또 다른 물질이 생성되기도 한다. 발효물질 속에는 상당한 양의 효소가 들어있다. 발효는 효모가 일으키는 것으로 알고 있지만, 효모 속에 존재하는 효소가 일으키는 것이다. 그래서 효소를 생물체 내에서 일어나는 여러 가지 화학반응의 촉매역할을 한다고 말할 수 있다.

발효 술은 모두 미생물에 의한 발효과정을 거쳐서 생성된다. 전통적인 탁주(막걸리) 제조방법으로는 탄수화물이 다량 들어있는 쌀과 효모가 들어있는 누룩과 물을 함께 섞어 항아리에 담는다. 이 항아리를 땅 속에 묻거나 아랫목에 놓고 발효시키면 전통적인 탁주를 만들 수 있다. 이 과정에서 효모는 탄수화물을 분해해 알코올을 만든다. 이때 여러 가지 균이 들어간다 하더라도 크게 염려할 필요가 없다. 대부분의 균은 발효과정에서 생기는 알코올 때문에 곧 죽기 때문이다. 문제가 되는 것은 알코올에도 견뎌낼 수 있는 초산균이다. 초산균은 산화반응에 의해 술과 같은 발효식품을 시게 만드는 원인균이다. 막걸리와 같은 발효 술이 오래되면 초산발효에 의해서 산화되어 식초가 된다. 따라서, 전통적인 탁주는 열흘을 넘게 보관하기 힘들다.

효모에 의해 술이 만들어지는 알코올 발효과정은 다음과 같다.



반응식에서 알 수 있듯이 효모는 포도당을 분해해서 2분자의 에틸알코올과 2분자의 이산화탄소를 만드는 동시에, 그 때 생긴 에너지로 생존한다. 초산균에 의한 초산발효는 다음과 같이 나타낼 수 있다.



반응식에서 알 수 있듯이 초산균은 에틸알코올이 산화반응하여 초산과 물을 생성한다.

(다) 변수를 분리하여 적분하는 방법

$y$ 에 대한  $x$ 의 미분  $y'$ 이 다음과 같이 주어져 있다.

$$y' = \frac{dy}{dx} = y^2x \tag{1}$$

초기값  $x_1$ 일 때  $y_1$ 이 주어지면,  $x_2$ 일 때  $y_2$ 값을 구하는 방법을 알아보자.

식 (1)의 해를 구하기 위해서는 다음과 같이 변수  $x, y$ 를 각각 분리한다.

$$\frac{dy}{y^2} = xdx \tag{2}$$

다음과 같이 식 (2)의 양변을 적분하여  $y_2$ 를 구할 수 있다.



$$\int_{y_1}^{y_2} \frac{1}{y^2} dy = \int_{x_1}^{x_2} x dx \quad (3)$$

식 (3)의 적분 결과는 다음과 같다.

$$-\frac{1}{y_2} + \frac{1}{y_1} = \frac{1}{2}(x_2^2 - x_1^2)$$

따라서, 구하는 해는 다음과 같다.

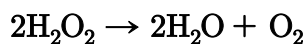
$$y_2 = \frac{1}{\frac{1}{y_1} - \frac{1}{2}(x_2^2 - x_1^2)}$$

### [문제 3-1]

- (가) 효모가 없으면 알코올 발효과정이 어떻게 될 것인지 이유를 들어 자세히 설명하시오.  
 (나) 막걸리를 수개월 또는 그 이상으로 보관할 수 있는 방안들을 제시하고 그 이유를 설명하시오.

[문제 3-2] 단일물질 A의 분해반응에서, 반응속도상수를  $k$ 라 하고, 초기 몰농도를  $[A]_0$ 라 할 때, 임의의 시간  $t$ 에서 A의 몰농도, 즉  $[A]_t$ 를 구하시오.

[문제 3-3] 다음과 같은 과산화수소의 분해반응을 생각해 보자.



여기서, 분해반응의 반응속도상수는  $k = 7.30 \times 10^{-4} \text{ (s}^{-1}\text{)}$ 이라 가정한다. 반감기는 반응물의 소비량이 절반이 되는 기간이다. 과산화수소의 분해반응에서 반감기를 구하시오. 필요하다면 다음 값을 이용하시오.  $\log_e x = \ln x$ 로 표기한다.

$$\log_e 2 = \ln 2 = 0.693, \log_e 3 = \ln 3 = 1.10, \log_e 4 = \ln 4 = 1.39, \log_e 5 = \ln 5 = 1.61$$

2010학년도 수시 1차 일반전형

# 논술고사 연습지

---