

# 자연계열II(오후) 문제 해설

## 제시문 출전

**[수학 문제 1]** 제시문 : 확률과 통계 II-2-1 조건부확률의 뜻 (㈜금성출판사, 정상권 외 7인, 2017; pp.95-101)  
확률과 통계 II-2-1 조건부확률 (동아출판, 우정호 외 24인, 2017; pp.120-125)  
확률과 통계 II-2-1 조건부확률 (천재교과서, 류희찬 외 17인, 2017; pp.100-103)  
확률과 통계 III-1-3 이항분포 (㈜금성출판사, 정상권 외 7인, 2017; pp.134-139)  
확률과 통계 III-1-3 이항분포 (좋은책신사고, 황선욱 외 10인, 2017; pp.107-112)  
확률과 통계 III-1-2 이항분포 (㈜교학사, 김창동 외 14인, 2017; pp.125-131)

**[수학 문제 2]** 제시문 (가) : 미적분 II, 치환적분법 (비상교육, 김원경 외 11인, p.140)  
제시문 (나) : 미적분 I, 함수의 극대와 극소 (좋은책신사고, 황선욱 외 10인, p.120)

**[수학 문제 3]** 제시문 (가) : 기하와 벡터 (교학사, 김창동 외 14인, p.137)  
제시문 (나) : 기하와 벡터 (천재교육, 이준열 외 9인, p. 194)  
제시문 (다) : 미적분학 II (지학사, 신항균 외 11인, P. 112)  
제시문 (라) : 기하와 벡터 (동아출판, 우정호 외 19인, p. 40)

**[생명과학 문제 4]** 제시문 (가), (나), (다) : 고등학교 생명과학 I, 단원 3 항상성과 건강 (천재교육, p100-103)  
고등학교 생명과학 I, 단원 3 항상성과 건강 (교학사, p130-136)  
고등학교 생명과학 I, 단원 3 항상성과 건강 (상상아카데미, p112-117)  
고등학교 생명과학 II, 단원 1 세포와 물질대사 (비상교육, p54-65)  
고등학교 생명과학 II, 단원 1 세포와 물질대사 (상상아카데미, p46-53)  
고등학교 생명과학 II, 단원 1 세포와 물질대사 (교학사, p48-59)  
제시문 (다), (라) : 고등학교 과학, 단원 3 생명의 진화 (교학사, p176-182)  
고등학교 과학, 단원 3 생명의 진화 (천재교육, p20-211)  
고등학교 과학, 단원 3 생명의 진화 (금성출판사, p148-163)  
고등학교 생명과학 II, 단원 2 유전자와 생명 공학 (비상교육, p150-173, p176-191)  
고등학교 생명과학 II, 단원 2 유전자와 생명 공학 (상상아카데미, p128-135, p140-150)  
고등학교 생명과학 II, 단원 2 유전자와 생명 공학 (교학사, p140-154)

- [물리 문제 4]** 제시문 (가) : 고등학교 물리 II, 단위 1 운동과 에너지 (천재교육, p.51)  
 고등학교 물리 II, 단위 1 운동과 에너지 (교학사, p52)
- 제시문 (나) : 고등학교 물리 I, 단위 1 시공간과 우주 (천재교육, p33)  
 고등학교 물리 I, 단위 1 시공간과 우주 (교학사, p42)  
 고등학교 물리 II, 단위 1 운동과 에너지 (천재교육, p.25)  
 고등학교 물리 II, 단위 1 운동과 에너지 (교학사, p45)
- 제시문 (다) : 고등학교 물리 I, 단위 1 시공간과 우주 (천재교육, p35)  
 고등학교 물리 I, 단위 1 시공간과 우주 (교학사, p45)  
 고등학교 물리 II, 단위 1 운동과 에너지 (천재교육, p.25)  
 고등학교 물리 II, 단위 1 운동과 에너지 (교학사, p41)
- 제시문 (라) : 고등학교 물리 II, 단위 1 운동과 에너지 (천재교육, p.52)  
 고등학교 물리 II, 단위 1 운동과 에너지 (교학사, p35)

- [물리 문제 4]** 제시문 (가) : 화학 I, 단위 2 개성 있는 원소(상상아카데미, p. 77-80); 단위 2 개성 있는 원소(교학사, p. 70-73);  
 단위 2 개성 있는 원소(천재교육, p.82-84); 단위 2 개성 있는 원소(비상교육, p.76-79).
- 제시문 (나) : 화학 I, 단위 4, 닭은꼴 화학반응(상상아카데미, p. 185); 단위 4, 닭은꼴 화학반응(교학사, p. 213);  
 단위 4, 닭은꼴 화학반응(천재교육, p. 190); 단위 4, 닭은꼴 화학반응(비상교육, p. 199-200).
- 제시문 (다) : 화학 II, 단위 2 물질 변화와 에너지(상상아카데미 p.95-98); 단위 2 물질 변화와 에너지(교학사, p.94-98);  
 단위 23 물질 변화와 에너지(천재교육, p.89-94); 단위 2 물질 변화와 에너지(비상교육, p.90-95).
- 제시문 (라) : 화학 II, 단위 3 화학 평형(상상아카데미 p.150-152); 단위 3 화학 평형(교학사, p.162-164);  
 단위 3 화학 평형(천재교육, p.149-151); 단위 3 화학 평형(비상교육, p.151-153).

# 자연계열II(오후) 문제 해설

## 예시 답안 / 채점기준

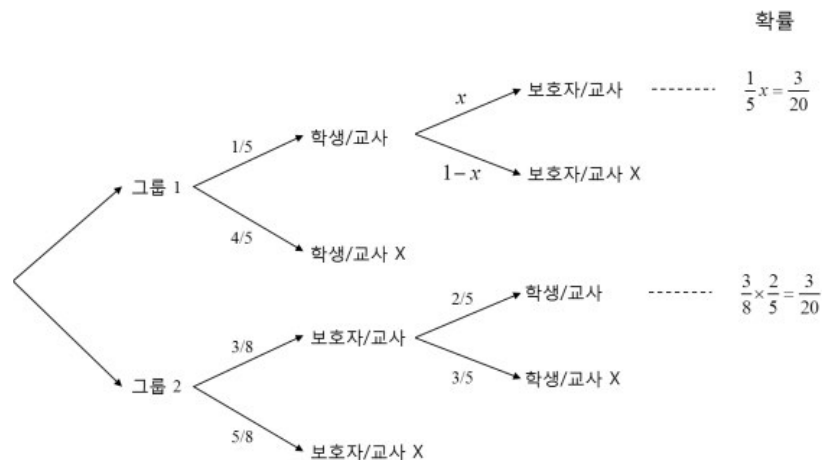
### 수학

#### [문제 1]

#### 예시 답안

##### <방법 1 : 이항분포 언급함>

- 학생과 그 보호자 20쌍을 임의로 그룹 1, 2에 각각 10쌍씩 나누고 그룹 1에서는 학생에게만 희망직업을 조사하고, 그룹 2에서는 보호자에게만 희망하는 학생의 직업을 조사하는 경우 나올 수 있는 결과는 다음의 그림과 같다.



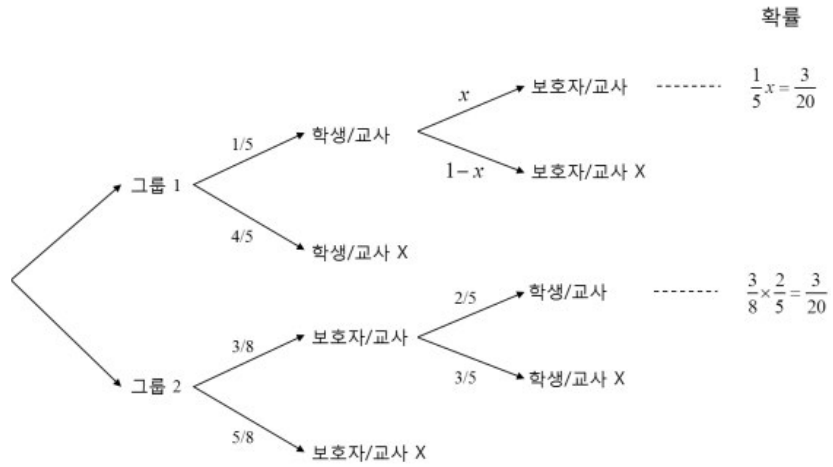
- 그룹 1에서는 학생에게만 희망직업을 조사하였고 그 결과 희망직업이 교사인 경우가 2쌍이 관측되었다. 이때 학생의 희망 직업이 교사일 때 보호자가 희망하는 학생의 직업이 교사일 확률 ( $x$ )은 위의 그림에서  $x = \frac{3}{20} \times 5 = \frac{3}{4}$ 이다.
- 그룹 2에서는 보호자에게만 희망하는 학생의 직업을 조사하였고 그 결과 희망직업이 교사인 경우가 2쌍이 관측되었다. 이때 학생의 직업이 교사일 확률은 문제에 주어져 있는 대로  $\frac{2}{5}$ 이다.
- 그룹 1, 2에서 학생과 그 보호자의 희망직업이 일치하는 쌍의 수를 각각  $X, Y$ 라고 하면,  $X$ 와  $Y$ 는 각각 이항분포  $B\left(2, \frac{3}{4}\right)$ 와  $B\left(2, \frac{2}{5}\right)$ 를 따른다.
- 구하는 확률은  $X$ 와  $Y$ 의 합이 2 이상일 확률이고 그 확률은 1에서  $X$ 와  $Y$ 의 합이 1 이하일 확률을 빼면 된다. 그리고  $X$ 와  $Y$ 의 합이 1 이하일 확률은  $X=Y=0$ 일 확률,  $X=1$ 이고  $Y=0$ 일 확률,  $X=0$ 이고  $Y=1$ 일 확률의 합과 같다. 따라서 구하는 확률은 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$1 - \left\{ {}_2C_0 \left(\frac{3}{4}\right)^0 \left(\frac{1}{4}\right)^2 \times {}_2C_0 \left(\frac{2}{5}\right)^0 \left(\frac{3}{5}\right)^2 + {}_2C_1 \left(\frac{3}{4}\right)^1 \left(\frac{1}{4}\right)^1 \times {}_2C_0 \left(\frac{2}{5}\right)^0 \left(\frac{3}{5}\right)^2 + {}_2C_0 \left(\frac{3}{4}\right)^0 \left(\frac{1}{4}\right)^2 \times {}_2C_1 \left(\frac{2}{5}\right)^1 \left(\frac{3}{5}\right)^1 \right\}$$

$$= 1 - \left( \frac{1}{16} \times \frac{9}{25} + 2 \times \frac{3}{16} \times \frac{9}{25} + \frac{1}{16} \times 2 \times \frac{6}{25} \right) = 1 - \frac{75}{400} = \frac{13}{16}$$

<방법 II : 이항분포 언급하지 않음>

- 학생과 그 보호자 20쌍을 임의로 그룹 1, 2에 각각 10쌍씩 나누고 그룹 1에서는 학생에게만 희망직업을 조사하고, 그룹 2에서는 보호자에게만 희망하는 학생의 직업을 조사하는 경우 나올 수 있는 결과는 다음의 그림과 같다.



- 그룹 1에서는 학생에게만 희망직업을 조사하였고 그 결과 희망직업이 교사인 경우가 2쌍이 관측되었다. 이때 학생의 희망 직업이 교사일 때 보호자가 희망하는 학생의 직업이 교사일 확률( $x$ )은 위의 그림에서  $x = \frac{3}{20} \times 5 = \frac{3}{4}$ 이다.
- 그룹 2에서는 보호자에게만 희망하는 학생의 직업을 조사하였고 그 결과 희망직업이 교사인 경우가 2쌍이 관측되었다. 이때 학생의 직업이 교사일 확률은 문제에 주어져 있는 대로  $\frac{2}{5}$ 이다.
- 그룹 1, 2에서 관측된 4쌍 중에서 학생과 그 보호자의 희망직업이 일치하는 경우가 최소한 2쌍 이상일 확률은 1쌍 이하일 확률을 계산하여 1에서 빼면 된다. 그리고 그룹 1, 2에서 관측된 4쌍 중에서 희망직업이 일치하는 경우가 1쌍 이하일 확률은 둘 다 한 쌍도 없을 확률, 그룹 1에서만 1쌍이 일치할 확률, 그룹 2에서만 1쌍이 일치할 확률의 합이다. 따라서 구하는 확률은 다음과 같이 계산된다.
- 따라서 구하는 확률은 다음과 같이 계산된다.

$$1 - \left\{ \left( \frac{1}{4} \right)^2 \times \left( \frac{3}{5} \right)^2 + 2 \times \left( \frac{3}{4} \right)^1 \left( \frac{1}{4} \right)^1 \times \left( \frac{3}{5} \right)^2 + \left( \frac{1}{4} \right)^2 \times 2 \times \left( \frac{2}{5} \right)^1 \left( \frac{3}{5} \right)^1 \right\} = 1 - \left( \frac{1}{16} \times \frac{9}{25} + 2 \times \frac{3}{16} \times \frac{9}{25} + \frac{1}{16} \times 2 \times \frac{6}{25} \right)$$

$$= 1 - \frac{75}{400} = \frac{13}{16}$$

## 채점 기준

### 1. 다음과 같이 배점한다.

#### ● A. 방법 I을 사용한 경우

- 그룹을 나누고 희망직업을 조사하는 상황에 대한 이해를 함: **2점**
- 학생의 희망직업이 교사일 때 보호자가 희망하는 학생의 직업이 교사일 확률을 구함(3/4): **5점**
- 각 그룹에서 희망직업이 일치하는 쌍의 수가 이항분포를 따름을 이해함: **3점**
- 구하는 확률이 어떤 구조로 되어 있는지를 이해함: **3점**
- 각 그룹에서의 쌍에 대한 확률을 잘 계산함: **5점**
- 구하는 확률을 잘 계산함: **2점**

#### ● B. 방법 II를 사용한 경우

- 그룹을 나누고 희망직업을 조사하는 상황에 대한 이해를 함: **2점**
- 학생의 희망직업이 교사일 때 보호자가 희망하는 학생의 직업이 교사일 확률을 구함(3/4): **5점**
- 구하는 확률이 어떤 구조로 되어 있는지를 이해함: **5점**
- 각 그룹에서의 쌍에 대한 확률을 잘 계산함: **5점**
- 구하는 확률을 잘 계산함: **3점**

※ 계산 실수로 틀렸어도 논리 전개 과정이 맞으면 해당 부분에 1~2점의 부분 점수를 부여함

※ 구하는 확률 값은 약분하지 않아도 감점하지 않음

※ 각 부분에서 바르게 답안을 작성한 경우에도 답안의 완성도에 따라 총점 20점 이내에서 ±1.0점 추가 점수 부여 가능함

## [문제 2-1]

### 예시 답안

$$\text{위 식을 변형하면 } \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{\left(\frac{k}{n}\right)^3}{\cos^2\left(\frac{\pi}{4}\left(\frac{k}{n}\right)^2\right)} \frac{1}{n} \text{이 되고, 구분구적법을 쓰면 } \int_0^1 \frac{x^3}{\cos^2\left(\frac{\pi}{4}x^2\right)} dx$$

$$\text{와 같다. } y = x^2 \text{로 치환하면 } \int_0^1 \frac{x^3}{\cos^2\left(\frac{\pi}{4}x^2\right)} dx = \int_0^1 \frac{\frac{1}{2}y}{\cos^2\left(\frac{\pi}{4}y\right)} dy \text{이 되고, } z = \frac{\pi}{4}y \text{로 치환하면}$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\frac{2}{\pi}z}{\cos^2 z} \frac{4}{\pi} dz = \frac{8}{\pi^2} \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{z}{\cos^2 z} dz \text{가 된다. } \frac{d(\tan z)}{dz} = \frac{1}{\cos^2 z} \text{에 착안하면 위의 적분은 부분적분을 적용하면 간단}$$

$$\text{하게 되고, 계산하면 } \frac{8}{\pi^2} \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{z}{\cos^2 z} dz = \frac{8}{\pi^2} \left\{ [z \tan z]_0^{\frac{\pi}{4}} - \int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan z dz \right\} \text{이 된다. 마지막으로 } \tan z = \frac{\sin z}{\cos z} \text{이므로}$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan z dz = [-\ln(\cos z)]_0^{\frac{\pi}{4}} = \frac{1}{2} \ln 2 \text{가 되고, 이를 적용하면 } \frac{2}{\pi} - \frac{4}{\pi^2} \ln 2 \text{의 값이 얻어진다.}$$

### 채점 기준

1. 구분구적법을 이용해 준식을  $\int_0^1 \frac{x^3}{\cos^2\left(\frac{\pi}{4}x^2\right)} dx$ 로 변환하면 **+3점**
2. 치환적분을 이용해 식을  $\frac{8}{\pi^2} \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{z}{\cos^2 z} dz$ 로 변환하면 **+2점**
3. 부분적분을 이용해 식을  $\frac{8}{\pi^2} \left\{ [z \tan z]_0^{\frac{\pi}{4}} - \int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan z dz \right\}$ 로 변환하면 **+3점**
4.  $\tan z = \frac{\sin z}{\cos z}$ 을 이용해 치환적분을 해서 답  $\frac{2}{\pi} - \frac{4}{\pi^2} \ln 2$ 를 얻어내면 **+2점**

※ 각 단계에서 답이 틀려도 논리성을 고려하여 부분 점수 1~2점 부여 가능

### [문제 2-2]

### 예시 답안

$x + y = 8$ 에서  $y = 8 - x$ . 이를  $-84 \leq xy \leq -65$ 에 대입하면 두 이차 부등식  $x^2 - 8x - 84 \leq 0$ ,  $x^2 - 8x - 65 \leq 0$ 이 얻어진다. 이를 풀면  $-6 \leq x \leq 14$ ,  $x \geq 13$ 이거나  $x \leq -5$ 의 범위가 얻어지고 따라서  $x$ 의 범위는  $13 \leq x \leq 14$ ,  $-6 \leq x \leq -5$ 가 된다.

한편, 준식을  $x$ 에 대해 정리하면  $f(x) = (-x^2 + 8x + 64)e^{8-x}$ 가 된다. 이를  $x$ 에 대해 미분하면  $(x^2 - 10x - 56)e^{8-x} = (x-14)(x+4)e^{8-x}$ 가 되므로 준식은  $x = 14$ 에서 극솟값,  $x = -4$ 에서 극댓값을 가진다. 따라서  $x$ 의 범위를 고려하면 최댓값은  $x = -5$  아니면  $x = 13$ 인 경우 중 하나이고, 값을 비교하면  $x = 13$ 일 때  $f(13) = -e^{-5}$ 의 값이 최댓값이 된다. 따라서  $M = -e^{-5}$ .

같은 논리로, 최솟값은  $x = -6$  아니면  $x = 14$ 인 경우 중 하나이고, 값을 비교하면  $x = -6$ 일 때  $f(-6) = -20e^{14}$ 의 값이 최솟값이 된다. 따라서  $m = -20e^{14}$ .

### 채점 기준

1.  $x$ 에 대해 변수를 통일하여  $13 \leq x \leq 14$ ,  $-6 \leq x \leq -5$ 의 범위를 얻으면 **+5점**
2. 준식은  $x = 14$ 에서 극솟값,  $x = -4$ 에서 극댓값을 가짐을 보이면 **+2점**
3.  $f(13) = -e^{-5}$ 의 값이 최댓값이 된다는 것을 보이면 **+4점**
4.  $f(-6) = -20e^{14}$ 의 값이 최솟값이 된다는 것을 보이면 **+4점**

※ 각 단계에서 답이 틀려도 논리성을 고려하여 부분 점수 2~3점 부여 가능

### 별해 예시 답안

$x + y = 8$ 에서  $x = 8 - y$ . 이를  $-84 \leq xy \leq -65$ 에 대입하면 두 이차 부등식  $y^2 - 8y - 84 \leq 0$ ,  $y^2 - 8y - 65 \geq 0$ 이 얻어진다. 이를 풀면  $-6 \leq y \leq 14$ ,  $y \geq 13$ 이거나  $y \leq -5$ 의 범위가 얻어지고 따라서  $y$ 의 범위는  $13 \leq y \leq 14$ ,  $-6 \leq y \leq -5$ 가 된다.

한편, 준식을  $y$ 에 대해 정리하면  $g(y) = (-y^2 + 8y + 64)e^y$ 가 된다. 이를  $x$ 에 대해 미분하면  $(-y^2 + 6y + 72)e^y = -(y - 12)(y + 6)e^y$ 가 되므로 준식은  $y = -6$ 에서 극솟값,  $y = 12$ 에서 극댓값을 가진다. 따라서  $y$ 의 범위를 고려하면 최댓값은  $y = 13$  아니면  $y = -5$ 인 경우 중 하나이고, 값을 비교하면  $y = -5$ 일 때  $g(-5) = -e^{-5}$ 의 값이 최댓값이 된다. 따라서  $M = -e^{-5}$ .  
같은 논리로, 최솟값은  $y = 14$  아니면  $y = -6$ 인 경우 중 하나이고, 값을 비교하면  $y = 14$ 일 때  $g(14) = -20e^{14}$ 의 값이 최솟값이 된다. 따라서  $m = -20e^{14}$ .

### 별해 채점 기준

1.  $y$ 에 대해 변수를 통일하여  $13 \leq y \leq 14$ ,  $-6 \leq y \leq -5$ 의 범위를 얻으면 **+5점**
2. 준식은  $y = -6$ 에서 극솟값,  $y = 12$ 에서 극댓값을 가짐을 보이면 **+2점**
3.  $g(-5) = -e^{-5}$ 의 값이 최댓값이 된다는 것을 보이면 **+4점**
4.  $g(14) = -20e^{14}$ 의 값이 최솟값이 된다는 것을 보이면 **+4점**

※ 각 단계에서 답이 틀려도 논리성을 고려하여 부분 점수 2~3점 부여 가능

### [문제 3-1]

#### 예시답안

원점과 평면  $x + y + z = 1$  사이의 거리는  $\frac{1}{\sqrt{3}}$ 이고 따라서 단면  $F$ 의 넓이는  $\frac{2}{3}\pi$ 이다. 또한, 두 평면이 이루는 각의 크기를  $\theta$ 라 할 때, 두 법선벡터가  $(1, 1, 1)$ 과  $(t - 1, t, t + 1)$  이므로 내적을 이용하면  $\cos \theta = \frac{\sqrt{3}t}{\sqrt{3t^2 + 2}}$ 을 얻는다. 정사영

의 넓이는 두 평면이 이루는 예각을 고려하므로  $S(t) = \frac{2}{3}\pi \frac{\sqrt{3}|t|}{\sqrt{3t^2 + 2}}$ 이다. 적분을 계산하면

$$\int_{-1}^2 S(t) dt = \frac{2}{3}\pi \left( 2 \int_0^1 \frac{\sqrt{3}t}{\sqrt{3t^2 + 2}} dt + \int_1^2 \frac{\sqrt{3}t}{\sqrt{3t^2 + 2}} dt \right) = \frac{2\pi}{3\sqrt{3}} (\sqrt{14} + \sqrt{5} - 2\sqrt{2}) \text{이다.}$$

#### 채점기준

1. 단면  $F$ 의 넓이는  $\frac{2}{3}\pi$  구하면 **+3점**
2.  $\cos \theta = \frac{\sqrt{3}t}{\sqrt{3t^2 + 2}}$  구하면 **+3점**
3.  $S(t) = \frac{2}{3}\pi \frac{\sqrt{3}|t|}{\sqrt{3t^2 + 2}}$  임을 구하고 적분을 하여  $\frac{2\pi}{3\sqrt{3}} (\sqrt{14} + \sqrt{5} - 2\sqrt{2})$  구하면 **+4점**

**[문제 3-2]****예시답안**

$(x-t)^2 + (y+3)^2 = 25$ 이고  $y = \frac{\sin x}{x^2+1}$ 을 대입하면  $(x-t)^2 + \left(\frac{\sin x}{x^2+1} + 3\right)^2 = 25$ 이다.

음함수 미분하면  $(x-t)\left(\frac{dx}{dt} - 1\right) + \left(\frac{\sin x}{x^2+1} + 3\right)\left(\frac{\cos x(x^2+1) - 2x \sin x}{(x^2+1)^2}\right)\frac{dx}{dt} = 0$ 이다

$t = \pi + 4$ 일 때  $x = \pi$   $y = 0$ 이므로 위 식에 대입하면  $t = \pi + 4$ 에서

$\frac{dx}{dt} = \frac{4\pi^2 + 4}{4\pi^2 + 7}$ 이다.  $y = \frac{\sin x}{x^2+1}$ 에서  $\frac{dy}{dt} = \frac{\cos x(x^2+1) - 2x \sin x}{(x^2+1)^2} \cdot \frac{dx}{dt}$ 이고  $t = \pi + 4$ 에서 계산하면

$\left(\frac{dx}{dt}, \frac{dy}{dt}\right) = \left(\frac{4\pi^2 + 4}{4\pi^2 + 7}, -\frac{4}{4\pi^2 + 7}\right)$ 이다.

**채점기준**

1.  $(x-t)\left(\frac{dx}{dt} - 1\right) + \left(\frac{\sin x}{x^2+1} + 3\right)\left(\frac{\cos x(x^2+1) - 2x \sin x}{(x^2+1)^2}\right)\frac{dx}{dt} = 0$  구하면 **+7점**

2.  $t = \pi + 4$ 일 때  $x = \pi$   $y = 0$  구하면 **+3점**

3.  $\left(\frac{dx}{dt}, \frac{dy}{dt}\right) = \left(\frac{4\pi^2 + 4}{4\pi^2 + 7}, -\frac{4}{4\pi^2 + 7}\right)$  구하면 **+5점**

**별해**

점 Q가 문제의 조건으로부터 식  $y = \frac{\sin x}{x^2+1}$ 와  $(x-t)^2 + (y+3)^2 = 25$ 을 만족한다.

음함수 미분하면 다음 두 식을 얻는다.

$$\frac{dy}{dt} = \left(\frac{\cos x(x^2+1) - 2x \sin x}{(x^2+1)^2}\right)\frac{dx}{dt}, (x-t)\left(\frac{dx}{dt} - 1\right) + (y+3)\frac{dy}{dt} = 0$$

$t = \pi + 4$ 일 때  $x = \pi$ ,  $y = 0$ 이므로 위의 두 식에  $t = \pi + 4$ ,  $(x, y) = (\pi, 0)$ 을 대입하여 정리하면  $t = \pi + 4$ 일 때,

점 Q의 속도는  $\left(\frac{dx}{dt}, \frac{dy}{dt}\right) = \left(\frac{4\pi^2 + 4}{4\pi^2 + 7}, -\frac{4}{4\pi^2 + 7}\right)$ 이다.

**별해 채점기준**

1.  $\frac{dy}{dt} = \left(\frac{\cos x(x^2+1) - 2x \sin x}{(x^2+1)^2}\right)\frac{dx}{dt}$ 와  $(x-t)\left(\frac{dx}{dt} - 1\right) + (y+3)\frac{dy}{dt} = 0$  구하면 **+7점**

2.  $t = \pi + 4$ 일 때  $x = \pi$ ,  $y = 0$  구하면 **+3점**

3.  $\left(\frac{dx}{dt}, \frac{dy}{dt}\right) = \left(\frac{4\pi^2 + 4}{4\pi^2 + 7}, -\frac{4}{4\pi^2 + 7}\right)$  구하면 **+5점**

※ 각 단계에서 답이 틀려도 논리성을 고려하여 부분 점수 2~3점 부여 가능



**[문제 4-1]**

**예시 답안**

- 주어진 <표>의 자료를 해석하면, 저해제 A가 첨가되었을 때 반응 속도가 줄어들었다가 다시 저해제가 없는 것과 같은 수준으로 돌아오는 것으로 보아 저해제 A는 제시문 (다)에 근거하여 경쟁적 저해제이다.
- 반면, 저해제 B는 기질 농도가 증가함에도 저해제가 없을 때와 비교하여 반응 속도가 더 이상 증가하지 못하고 낮은 반응 속도에서 포화됨을 알 수 있다. 따라서 저해제 B는 제시문 (다)에 근거하여 비경쟁적 저해제이다.
- 저해제 A, B를 반응 도중 제거한 후 다시 기질 농도를 증가시키면서 반응 속도를 측정하였을 때, 저해제 A는 저해제가 없는 상태로 돌아오면서 포화 되었으나, 저해제 B는 저해제를 제거했음에도 불구하고, 효소의 반응 속도가 다시 돌아 오지 않았다.
- 대사질환 M은 효소 E의 반응 생성물 축적에 의해 발생하는 질병이므로, 효소 E의 활성을 잘 저해하는 물질이 치료에 더 효과적일 것이다. 실험 결과를 통해 저해제 B는 비경쟁적 저해제임을 알 수 있고, 저해제가 제거된 이후에 기질 농도를 증가시켰는데도 불구하고 효소의 반응 속도가 증가하지 못하는 것으로 보아, 저해제와 반응하여 효소의 단백질 구조가 변하고 효소의 활성화 부위 구조가 바뀌어 기질과 더 이상 반응하지 못한다. 또한, 저해제 B를 제거해 주었음에도 지속적으로 효소의 반응 속도가 증가하지 못하는 것으로 보아, 저해제 B가 저해제 A에 비해 대사질환 M의 치료에 더 효과적일 것이다.

**채점 기준**

1. <표>에 주어진 내용을 이해하고, 이로부터 저해제 A는 경쟁적 저해제이고 저해제 B는 비경쟁적 저해제임을 찾으면 각 **+2점 (총 4점)**
2. 저해제 제거 후 저해제 A에 의한 효과는 회복되나, 저해제 B에 의한 효과는 지속됨을 설명하면 **+2점**
3. 대사질환 M의 치료제로 더 효과적인 저해제가 저해제 B임을 찾으면 **+2점**
4. 저해제 B가 더 효과적인 이유는 저해제 B가 비경쟁적 저해제로 효소 E와 반응하고, 저해제를 제거한 후에도 효소의 반응 속도를 더디게 하므로 B가 효과적인 저해제임을 설명하면 **+2점**

※ 각 부분에서 바르게 답안을 작성한 경우에도 답안의 완성도에 따라 총점 20점 이내에서 ±0.5점 추가 점수 부여 가능함

## [문제 4-2]

### 예시 답안

- <표1>에서 mt2 대장균은 젓당 배지에서 생장하지 못했으며, mt2 대장균에서 유래한 젓당 오페론 DNA로부터 제작한 재조합 DNA 플라스미드는 <표2>에서 포도당 환경이나 젓당 환경 모두에서 구조 단백질 발현을 못한다는 것을 알았다. 제시문 (라)와 (마)를 통하여 전사 과정에서 가장 중요한 요소는 프로모터이므로 mt2 대장균의 젓당 오페론은 프로모터에 돌연변이가 생겨있다.
- 만약에 조절 유전자가 돌연변이가 되었다면 문제에서 제시한 것처럼 억제 단백질이 발현되지 않으므로 제시문 (마)에 근거하여 포도당 조건에서도 젓당 오페론의 구조 유전자 발현이 가능할 것이다. <표2>에서 구조 유전자의 단백질 발현 결과를 보면 mt1에서 얻은 P1 플라스미드는 포도당과 젓당 환경에서 모두 단백질 발현이 일어나므로 mt1은 조절 유전자 돌연변이다.
- mt3 돌연변이는 작동 유전자에 돌연변이가 일어난것으로서 정상 대장균과 동일한 결과가 나온다.

### 채점 기준

1. <표1>의 결과를 해석하면 **+3점**
2. <표2>에서 mt2 돌연변이 대장균의 결과를 전체적으로 설명하면 (각 플라스미드 당 1점씩) **+3점**
3. mt2의 돌연변이가 프로모터에서 일어난다는 것을 정확히 명시하면 **+3점**
4. <표2>에서 mt1 돌연변이 대장균의 결과를 전체적으로 설명하면 (각 플라스미드 당 1점씩) **+3점**
5. mt1의 돌연변이가 조절 유전자에서 일어난다는 것을 정확히 명시하면 **+3점**
6. mt3 돌연변이는 정상과 동일하게 나타난다는 것을 정확히 명시하면 **+5점**

※ 각 부분에서 바르게 답안을 작성한 경우에도 답안의 완성도에 따라 총점 20점 이내에서 ±0.5점 추가 점수 부여 가능함

# 물리

## [문제 4-1] 예시 답안

- 용수철의 길이가  $L_1$ 일 때, 비탈면을 따라 용수철의 탄성력  $F_k = -k(L_1 - L_0)$ 과 중력  $F_{g1} = -m_1 g \sin \theta$ 가 물체 A에 작용한다. 따라서, 평형 상태에서 비탈면을 따라 물체 A에 작용하는 알짜힘은 0이고 다음과 같이 주어진다.

$$F_k + F_{g1} = -k(L_1 - L_0) - m_1 g \sin \theta = 0.$$

그러므로 평형 상태에서 용수철의 길이는  $L_1 = L_0 - \frac{m_1 g}{k} \sin \theta$ 이다. (※ 평형 상태에서 용수철의 길이)

- 용수철의 길이가 평형 상태에서  $x$ 만큼 더 늘어나면, 용수철의 탄성력은  $F_k' = -k(L_1 + x - L_0)$ 이고 비탈면을 따라 물체 A에 작용하는 알짜힘은 다음과 같다.

$$F = F_k' + F_{g1} = -k(L_1 + x - L_0) - m_1 g \sin \theta = -kx$$

이 알짜힘으로 인해 물체 A가 각속도  $\omega$ 로 단진동하는 경우,  $F = -m_1 \omega^2 x = -kx$ 이므로, 각속도는  $\omega = \sqrt{\frac{k}{m_1}}$ 이고

단, 진동의 주기는  $P = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{m_1}{k}}$ 이다.

(※ 단진동의 주기)

## 채점 기준

1. 평형 상태에서 알짜힘을 바르게 설명하면 **+2점**
2. 평형 상태에서 용수철의 길이를 바르게 쓰면 **+2점**
3. 평형 상태에서 벗어날 때 물체 A에 작용하는 알짜힘을 바르게 제시하면 **+2점**
4. 단진동하는 데 필요한 복원력을 바르게 제시하면 **+2점**
5. 단진동의 주기를 바르게 쓰면 **+2점**

※ 논리 전개 과정이 맞으면 답이 틀리더라도 1-2점의 부분 점수를 부여할 수 있음

※ 채점자는 답안의 완성도에 따라 -0.5 ~ +0.5점을 부여할 수 있음

## [문제 4-2] 예시 답안

- 물체 A에 작용하는 실의 장력이  $T$ 라고 할 때, 평형 상태에서 비탈면을 따라 물체 A가 받는 알짜힘은 0이므로 장력은  $T = m_1 g \sin \theta + k(L - L_0)$ 을 만족한다. 물체 B에 작용하는 실의 장력은 물체 A에 작용하는 실의 장력과 같고, 평형 상태에서 물체 B가 받는 알짜힘은 0이므로, 장력은  $T = m_2 g$ 을 만족한다. 따라서, 평형 상태에서 용수철의 길이는  $L = L_0 + \frac{g}{k}(m_2 - m_1 \sin \theta)$ 이다. (※ 평형 상태에서 용수철의 길이)

- 물체 B가 평형 상태에서 연직방향으로  $x$ 만큼 이동하여 단진동하면, 물체 A도 비탈면을 따라  $x$ 만큼 이동하여 단진동한다. 이때, 비탈면을 따라 용수철의 탄성력  $F_k = -k(x + L - L_0)$ 과 중력  $F_{g1} = -m_1 g \sin \theta$ 가 물체 A에 작용한다. 따라서, 실의 장력을  $T'$ 이라 할 때, 물체 A의 가속도  $a$ 는 다음과 같은 식으로 결정된다.

$$m_1 a = F_k + F_{g1} + T' = -k(x + L - L_0) - m_1 g \sin \theta + T' \quad (A)$$

- 반면에 중력  $F_{g2} = m_2 g$ 와 실의 장력  $-T'$ 이 물체 B에 작용한다. 따라서, 물체 B의 가속도는 물체 A의 가속도  $a$ 와 같고 다음과 같은 식으로 결정된다.

$$m_2 a = F_{g2} - T' = m_2 g - T' \quad (B)$$

(※ 물체 A와 B의 가속도)

- (A)와 (B)로부터 장력과 가속도에 대해서 풀면, 장력  $T'$ 은 다음과 같다.

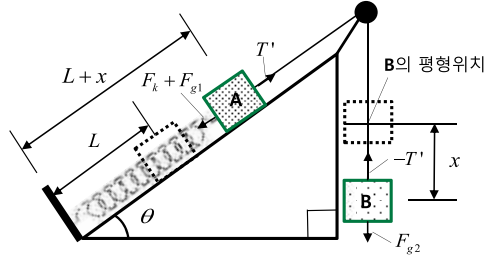
$$T' = \frac{m_2}{m_1 + m_2} (k(x + L - L_0) + m_1 g \sin \theta + m_1 g)$$

- 평형 상태에서 용수철의 길이  $L$ 을 이용하여 장력은 다음과 같이 다시 쓸 수 있다.

$$T' = \frac{m_2}{m_1 + m_2} (kx + (m_1 + m_2)g)$$

따라서, 물체 B가  $x = +d$ 에서 정지 상태에서 시작하여  $x = +d$ 와  $x = -d$ 사이에서 단진동하는 동안, 장력  $T'$ 이 0보다 커야하므로  $d < \frac{g}{k}(m_1 + m_2)$ 가 만족되어야 한다.

(※ 단진동하기 위한 조건)



(b)

### 채점 기준

1. 평형 상태에서 물체 A와 B에 작용하는 알짜힘을 바르게 설명하면 각 **+2점**
2. 평형 상태에서 용수철의 길이를 바르게 쓰면 **+3점**
3. 평형 상태에서 벗어났을 때 물체 A와 B의 운동방정식을 바르게 제시하면 각 **+2점**
4. 물체 B가 단진동하는 동안 실의 장력을 바르게 구하면 **+4점**
5. 단진동하기 위해 실의 장력이 0보다 커야한다는 것을 제시하면 **+2점**
6. 단진동하기 위한 조건이 맞으면 **+3점**

※ 논리 전개 과정이 맞으면 답이 틀리더라도 1-2점의 부분 점수를 부여할 수 있음

※ 채점자는 답안의 완성도에 따라 -0.5 ~ +0.5점을 부여할 수 있음

# 화 학

## [문제 4-1]

### 예시 답안

- 발머 계열의 선 스펙트럼 중에서 가장 낮은 에너지를 나타내는 선 스펙트럼 656 nm는 전자가 M껍질( $n = 3$ )에서 L껍질( $n = 2$ )로 전이할 때 나타난다. 따라서, 656 nm에 해당하는 에너지인  $3.03 \times 10^{-19}$  J는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\Delta E = E_3 - E_2 = -\frac{k}{3^2} - \left(-\frac{k}{2^2}\right) = k\left(\frac{1}{4} - \frac{1}{9}\right) \dots\dots\dots(1)$$

(1) 식에서 구한 에너지는 수소 원자 1몰에 의한 에너지이고 선 스펙트럼의 파장은 원자 하나에 의한 값이기 때문에, 선 스펙트럼의 에너지에 아보가드로수를 곱한 에너지 값이 (1) 식과 같게 된다. 따라서 다음과 같은 식이 성립한다.

$$\Delta E = 3.03 \times 10^{-19} \text{ J} \times (6.02 \times 10^{23} / \text{mol}) = k\left(\frac{1}{4} - \frac{1}{9}\right)$$

위 식을 풀게 되면,  $k = 1313 \text{ kJ/mol}$ 이 나오게 된다.

**(유사 답안)** 다른 세 가지 선 스펙트럼 파장에 대해서도 위와 동일하게 풀어  $k$ 값을 구할 수 있다.

$$486 \text{ nm: } \Delta E = 4.09 \times 10^{-19} \text{ J} \times (6.02 \times 10^{23} / \text{mol}) = k\left(\frac{1}{4} - \frac{1}{16}\right), k = 1313 \text{ kJ/mol}$$

$$434 \text{ nm: } \Delta E = 4.59 \times 10^{-19} \text{ J} \times (6.02 \times 10^{23} / \text{mol}) = k\left(\frac{1}{4} - \frac{1}{25}\right), k = 1316 \text{ kJ/mol}$$

$$410 \text{ nm: } \Delta E = 4.85 \times 10^{-19} \text{ J} \times (6.02 \times 10^{23} / \text{mol}) = k\left(\frac{1}{4} - \frac{1}{36}\right), k = 1314 \text{ kJ/mol}$$

- 이온화 에너지(I.E.)는 안정한 기체 원자 1몰에서 전자를 떼어내는 데 드는 에너지이다. 수소 원자의 가장 안정한 상태는 전자가 K껍질( $n=1$ )에 위치할 때이므로, 이 원자를 떼어내는데 드는 에너지는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\text{I.E.} = E_\infty - E_1 = 0 - \left(-\frac{k}{1^2}\right) = k = 1313 \text{ kJ/mol}$$

### 채점 기준

1. 선 스펙트럼을 제대로 이해하고, 선 스펙트럼 파장(656nm)과 보어의 원자 모형에서 제시된 식으로 구한 에너지 값 ( $\Delta E = E_3 - E_2 = -\frac{k}{3^2} - \left(-\frac{k}{2^2}\right)$ )을 맞게 연결하면 **+3점**  
다른 선 스펙트럼 파장을 이용해도 상관 없음
2. 수소 원자의 선 스펙트럼의 에너지에서 아보가드로 수를 곱한 값이 보어의 원자 모형으로 구한 에너지 값과 같음을 보이고, 보어의 원자 모형에서의 상수  $k$ (~1300 kJ/mol)를 제대로 구하면 **+3점**
3. 이온화 에너지가 K전자껍질에서 전자를 떼어내는 데 드는 에너지임을 보이고 보어의 원자 모형을 이용하여 이를 맞게 계산하게 되면 **+4점**

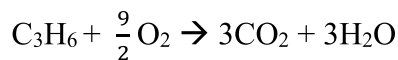
※ 단위를 틀리거나 계산을 잘못하면 -1점

※ 각 부분에서 바르게 답안을 작성한 경우에도 답안의 완성도에 따라 총점 10점 이내에서  $\pm 0.5$ 점 추가 점수 부여 가능함

## [문제 4-2]

### 예시 답안

- 반응물과 생성물의 상태를 생각하지 않은 프로펜의 연소 반응식은 다음과 같다.

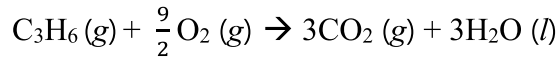


- 25°C, 1기압에서 각 물질의 C<sub>3</sub>H<sub>6</sub> 상태는 다음과 같다
  - 1) C<sub>3</sub>H<sub>6</sub>의 끓는점이 -47.6°C 이므로 C<sub>3</sub>H<sub>6</sub>는 기체 상태로 존재
  - 2) O<sub>2</sub>의 끓는점이 -183°C 이므로 O<sub>2</sub>는 기체 상태로 존재

3) CO<sub>2</sub>의 상평형 그림을 보면 25°C, 1기압에서 기체 상태로 존재

4) H<sub>2</sub>O의 상평형 그림을 보면 25°C, 1기압에서 액체 상태로 존재

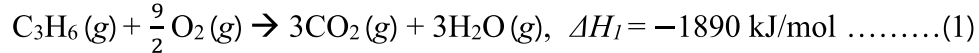
따라서, 25°C, 1기압에서 반응물과 생성물의 상태를 고려한 프로펜의 연소 반응식은 다음과 같이 쓸 수 있다.



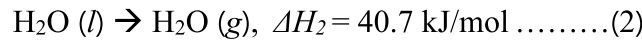
- 연소 반응식에서 물질의 상태가 다 기체일 경우, 프로펜 연소 반응의 반응 엔탈피는 다음과 같이 구할 수 있다. A-B의 결합 에너지를 D(A-B)로 표현한다.

$$\begin{aligned} \Delta H &= D(\text{C-C}) + D(\text{C=C}) + 6 \times D(\text{C-H}) + \frac{9}{2} \times D(\text{O=O}) - 3 \times 2 \times D(\text{C=O}) - 3 \times 2 \times D(\text{H-O}) \\ &= -1890 \text{ kJ/mol} \end{aligned}$$

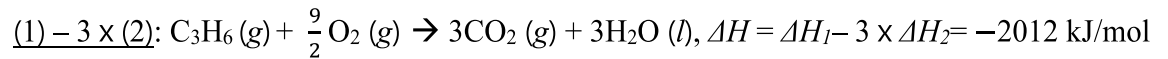
이 반응 엔탈피를 이용하면, 다음과 같은 열화학 반응식을 완성할 수 있다.



- 물의 기화에 대한 열화학 반응식을 적으면 다음과 같다.



위 식 (1)과 (2)를 이용하면, 25°C, 1기압에서 프로펜의 연소 반응의 열화학 반응식을 다음과 같이 얻을 수 있다.



따라서 25°C, 1기압에서 프로펜 연소 반응의 반응 엔탈피는  $\Delta H = -2012 \text{ kJ/mol}$  이다.

- 반응물과 생성물에 있는 탄소 원자의 산화수를 표시하면 다음과 같다.



- 25°C, 1기압에서 프로펜 연소 반응의 화학 반응식을 보면, 프로펜 1몰당 반응물은 5.5 (1 +  $\frac{9}{2}$ )몰의 기체로 이루어져 있고 생성물은 3몰의 기체로 이루어진다. 따라서, 기체의 몰 수가 더 많은 반응물이 생성물보다 엔트로피가 높기 때문에, 25°C, 1기압에서 프로펜의 연소 반응에서 엔트로피는 감소한다.

### 채점 기준

1. 반응물과 생성물의 상태 표시를 하지 않았거나 상태를 틀리게 적었더라도 프로펜의 연소 반응식의 반응 계수를 제대로 적으면 **+2점**  
 $2\text{C}_3\text{H}_6 + 9\text{O}_2 \rightarrow 6\text{CO}_2 + 6\text{H}_2\text{O}$  라고 적어도 인정
2. 모든 반응물과 생성물의 상태를 제대로 화학 반응식에 표시하면 **+2점**
3. 결합 에너지를 이용하여 프로펜 연소 반응의 반응 엔탈피를 구하면 **+4점**
4. 물의 기화열을 고려하여 헤스 법칙을 통해 프로펜 연소 반응의 반응 엔탈피를 구하면 **+5점**
5. C<sub>3</sub>H<sub>8</sub> 과 CO<sub>2</sub> 분자를 구성하고 있는 탄소 원자의 산화수를 맞게 적으면 **+4점** 탄소 원자 하나당 1점으로 배점. 예를 들어, C<sub>3</sub>H<sub>8</sub>의 경우 평균 산화수를 적으면 1점, 세 탄소 원자의 산화수를 다 맞게 적게 되면 **3점**
6. 프로펜 연소 반응의 화학 반응식에 근거하여 반응물과 생성물의 기체 몰수를 비교하고, 이를 바탕으로 계의 엔트로피가 감소한다는 것을 밝히면 **+3점**

※ 단위를 틀리거나 계산을 잘못하면 -1점

※ 각 부분에서 바르게 답안을 작성한 경우에도 답안의 완성도에 따라 총점 20점 이내에서 ± 1점 추가 점수 부여 가능함