

# 2018학년도 논술전형 자연계열I(오전) 문제

## 수학

**[문제 1]** 스마트폰 제조사 A, B, C의 점유율과 제품의 판매가격은 다음과 같으며, 각 제조사에서는 단 한 종류의 제품만을 생산한다고 가정한다.

| 제조사      | A  | B   | C  |
|----------|----|-----|----|
| 점유율(%)   | 60 | 25  | 15 |
| 판매가격(만원) | 90 | 120 | 80 |

어떤 스마트폰 판매점에서는 매출 향상을 위해 위의 정보를 이용하고자 한다. 이 판매점에서는 손님이 방문하면 판매원이 손님에게 다음과 같은 순서로 제품 정보(제조사, 가격)를 설명한다.

- I. 점유율이 높은 A사의 제품에 대해 먼저 설명한다.
- II. 손님이 A사의 제품을 구입할 의사가 없으면, B사와 C사의 제품을 손님의 유형에 따라 다음 표의 확률로 선택해서 설명한다. 여기서 방문 확률은 각 유형의 손님이 이 판매점을 방문할 확률이다.

| 손님 유형 |   | 청소년           | 성인            |
|-------|---|---------------|---------------|
| 방문 확률 |   | $\frac{1}{3}$ | $\frac{2}{3}$ |
| 선택 확률 | B | $\frac{2}{3}$ | $\frac{3}{4}$ |
|       | C | $\frac{1}{3}$ | $\frac{1}{4}$ |

이 판매점을 방문하는 손님 한 명에 대한 매출액의 기댓값을 구하시오. (단, 설명을 듣고 스마트폰을 구입할 확률은 점유율과 같다고 가정한다.) [20점]

**[문제 2]** 다음 제시문 (가), (나), (다)를 읽고 문제에 답하시오.

**가**

좌표평면 위의 두 직선  $y = mx + n$ ,  $y = m'x + n'$  이 서로 수직이면  $mm' = -1$  이다.

**나**

세 점 A, B, C를 잡을 때,  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$  이다.

**다**

$x = f(t)$ ,  $y = g(t)$  가  $t$  에 대하여 미분 가능하고  $f'(t) \neq 0$  이면  $\frac{dy}{dx} = \frac{g'(t)}{f'(t)}$  이다.

**[문제 2-1]** 좌표평면 위의 점  $P_n = (1, 2^n)$ 에서 직선  $y = 2^{n+1}x$ 에 내린 수선의 발을  $Q_n$ 이라 하자. 점  $Q_n$ 에서 직선  $y = 2^n x$ 에 내린 수선의 발을  $R_n = (a_n, b_n)$ 이라 할 때,  $\sum_{n=1}^5 a_n = \frac{1}{3} \left( \frac{74}{5} + K \right)$  이다.  $K$ 의 값을 구하시오.

[10점]

**[문제 2-2]** 좌표평면 위의 원점을 중심으로 하고 반지름이 1인 원이 있다. 이 원이 곡선  $y = \frac{1}{2}x^2 + 1$ 과 접하면서 이동한다. 이때, 원의 중심의 자취를 곡선  $y = f(x)$ 라고 하자. 기울기가 10이면서 곡선  $y = f(x)$ 에 접하는 직선의 방정식을 구하시오. [15점]

**[문제 3]** 다음 제시문 (가), (나), (다)를 읽고 문제에 답하시오.

**가**

$x$ 가 모든 실수의 값을 가질 때, 이차함수  $y = m(x - p)^2 + q$  (단,  $m \neq 0$ )는

(i)  $m > 0$  이면  $x = p$  에서 최솟값  $q$ 를 갖고, 최댓값은 없다.

(ii)  $m < 0$  이면  $x = p$  에서 최댓값  $q$ 를 갖고, 최솟값은 없다.

**나**

다항식  $A$ 를 다항식  $B$  ( $B \neq 0$ )로 나누었을 때의 몫을  $Q$ , 나머지를  $R$  라고 하면  $A = BQ + R$ 가 성립한다.

이때  $R$ 의 차수는  $B$ 의 차수보다 낮다.

**다**

삼각형의 한 꼭짓점과 그 대변의 중점을 이은 선분을 중선이라 하고, 세 중선의 교점을 무게중심이라고 한

다. 세 점  $A(x_1, y_1)$ ,  $B(x_2, y_2)$ ,  $C(x_3, y_3)$ 를 꼭짓점으로 하는 삼각형  $ABC$ 의 무게중심  $G$ 의 좌표는

$$\left( \frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}, \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3} \right) \text{이다.}$$

**[문제 3-1]** 함수  $f(x) = x^4 - 12x^3 + (2a + 42)x^2 - (12a + 36)x + (2a^2 + 6a + 11)$ 이 최솟값 28을 가지게 하는

실수  $a$ 의 값을 모두 구하시오. [10점]

**[문제 3-2]** 자연수  $k$ 에 대해 점  $A_k$ 의 좌표는  $\left( {}_{30}C_k, \frac{(-1)^k {}_{30}C_k}{k+1} \right)$ 이다. 점  $A_{3k-2}$ ,  $A_{3k-1}$ ,  $A_{3k}$ 를 꼭짓점으로 하는 삼각형

$T_k$ 의 무게중심을  $M_k = (x_k, y_k)$ 라고 할 때,  $\sum_{k=1}^{10} x_k$ 와  $\sum_{k=1}^{10} y_k$ 의 값을 각각 구하시오. [15점]

## [문제 4] 다음 제시문 (가) - (라)를 읽고 문제에 답하시오.

### 가

항체는 항원을 인식하는 부위를 가지고 있어 그 인식 부위에 맞는 항원과만 결합한다. 이러한 항체 반응의 특성을 항원-항체 반응의 특이성이라고 한다. 예를 들어, 홍역 바이러스에 대한 항체는 간염 바이러스가 침입하였을 경우 간염 바이러스에는 반응하지 않는다. 항원-항체 반응의 또 다른 예는 적혈구 표면의 응집원 (A, B) 과 혈청 속의 응집소 ( $\alpha$ ,  $\beta$ ) 사이에서 일어나는 혈액의 응집 반응이다.

### 나

매우 작은 분자나 작은 크기의 지용성 분자들이 세포막에 있는 막단백질을 거치지 않고 인지질 2중층을 통해 바로 세포막을 통과하는 현상을 단순 확산이라고 한다. 한편, 세포막은 단백질과 같은 거대한 분자나 이온, 포도당, 아미노산 등 수용성 분자에 대해서는 투과성을 보이지 않는다. 따라서 이러한 물질의 일부는 세포막에 있는 막단백질을 통해 세포막을 통과하는데, 이와 같은 현상을 촉진 확산이라고 한다. 단순 확산과 달리 촉진 확산은 세포 내외의 농도 차가 계속 증가하더라도 어느 한계에 도달하면 운반체 단백질이 포화되기 때문에 최대 속도에 도달한 후에는 물질의 이동량이 더 이상 증가하지 않는다.

### 다

염색체를 구성하는 DNA에는 형질을 결정하는 유전자가 있다. 염색체나 유전자에 이상이 생겨 정상 형질이 발현되지 못하고 부모에게 없던 형질이 나타나는 현상을 돌연변이라고 하며, 이 형질은 자손에게 유전될 수 있다. 돌연변이에 의한 DNA 염기 서열의 변이는 표현형에 전혀 변화를 일으키지 못하는 경우부터 커다란 변화를 일으키는 경우까지 종류가 다양하다. 가장 많이 알려진 유전자 돌연변이의 예로는 낫 모양 적혈구 빈혈증이 있다. 이는 헤모글로빈의 6번째 아미노산인 글루탐산이 발린으로 바뀌어 생기는 유전자 돌연변이다.

### 라

개체의 특성은 유전자가 특정 단백질의 합성을 지시하여 결정되고, 단백질은 세포 내에서 다양한 기능을 하여 표현형으로 나타나게 된다. DNA의 유전 정보로부터 RNA가 합성되는 과정을 전사라고 하며, 이 과정에서 DNA에 저장된 유전 정보가 mRNA로 전달된다. mRNA는 세포질의 리보솜으로 전달된 후, tRNA에 의해 운반된 아미노산을 연결하여 단백질을 합성한다. mRNA 유전 암호는 1961년 니런버그와 마테이에 의해 처음 밝혀졌는데, 그 후 여러 과학자에 의해 유사한 방법의 연구가 진행되어 각 mRNA 유전 암호에 대한 아미노산이 모두 결정되었다. 3개의 염기로 된 DNA의 유전 암호를 트리플렛 코드라고 하며, 단백질 합성을 위해 DNA로부터 물려받은 mRNA의 염기 서열을 코돈이라고 한다.

**[문제 4-1]**

어떤 질병에 걸린 중년 남성의 발병 원인을 알아보기 위하여 다음과 같은 실험을 하였다.

**[실험]**

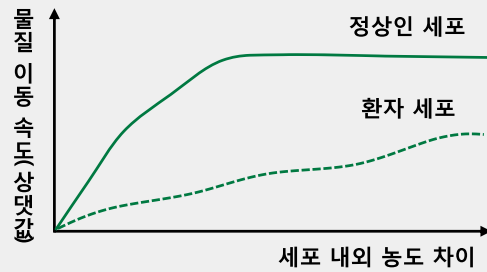
- I. 공복 상태에서 혈액을 채취한 후, 이 질병과 연관되어 있다고 알려진 호르몬 A와 B의 농도를 항원-항체 반응으로 측정하였다.
- II. 진단에 필요한 수용성 물질을 정상인 및 환자로부터 얻은 세포에 농도 별로 처리한 후, 세포 내외의 수용성 물질 농도 차이에 따른 물질의 이동 속도를 측정하였다.

**[실험 결과]**

(a)

| 구분         | 정상인 혈액  | 환자 혈액   |
|------------|---------|---------|
| 항-호르몬 A 혈청 | 응집됨     | 응집 안 됨  |
| 항-호르몬 B 혈청 | 약하게 응집됨 | 약하게 응집됨 |

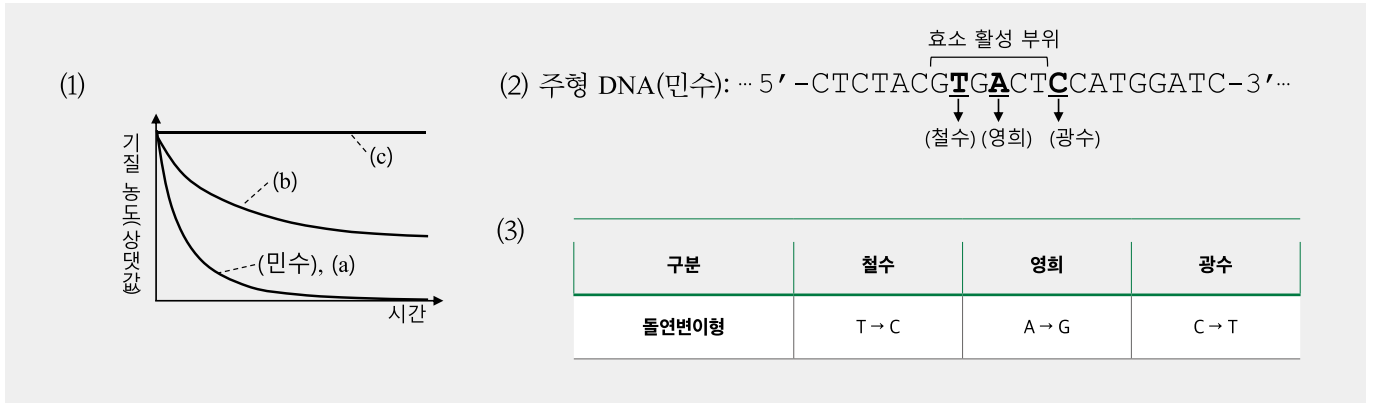
(b)



제시문 (가), (나)에 근거하여 실험 결과 (a)와 (b)를 각각 설명하고, 이를 통합적으로 해석하여 이 환자의 발병 원인을 논리적으로 설명하시오. [10점]

**[문제 4-2]**

민수, 철수, 영희, 광수로부터 효소 E를 추출하여 반응 속도를 측정하고 그림(1)의 결과를 얻었다. 또한, 이들로부터 DNA를 채취하여 효소 E를 암호화하는 유전자 E의 일부 DNA 염기 서열 정보를 그림(2)에 나타내었고, 각 사람에게서 발견된 유전자 돌연변이형을 표(3)에 정리하였다.



다음의 유전 암호표를 이용하여 철수, 영희, 광수에게서 나타난 유전자 변이 현상의 특징에 관해서 설명하시오. 또한 그림(1)의 효소 (a), (b), (c)의 반응 결과가 어느 사람의 효소를 이용한 실험 결과인지를 제시문 (다)와 (라)에 근거하여 논리적으로 서술하시오. (단, 주어진 민수의 DNA 염기 서열로부터 7개의 아미노산이 만들어진다.) [20점]

**mRNA의 유전 암호**

| 코돈  | 아미노산          | 코돈  | 아미노산 | 코돈  | 아미노산   | 코돈  | 아미노산  |
|-----|---------------|-----|------|-----|--------|-----|-------|
| AUG | 메싸이오닌 (개시 코돈) | CCA | 프롤린  | GUA | 발린     | UAA | 종결 코돈 |
| AGU | 세린            | CAC | 히스티딘 | GAG | 글루탐산   | UGA |       |
| AGC | 세린            | CGC | 아르지닌 | GAU | 아스파르트산 | UGG | 트립토판  |

- 끝 -

**[문제 4]**      다음 제시문 (가) - (라)를 읽고 문제에 답하십시오.

**가**

전기장이 형성된 공간에 놓여 있는 전하  $q$ 가 받는 전기력이  $F$ 이면, 전기장의 세기  $E$ 는 다음과 같다.

$$E = \frac{F}{q} \quad (\text{단위: N/C})$$

평행한 금속판 사이에는 방향과 세기가 일정한 전기장이 형성된다. 이러한 전기장을 균일한 전기장이라 한다.

**나**

축전기에 저장된 전하가 빠져나가는 현상을 방전이라고 한다. 즉, (+)전하와 (-)전하가 각각 저장된 축전기에 전구 등을 연결하면 (-)판에 있던 전자가 빠져나오면서 불이 켜진다. 그러나 얼마 후에는 저장된 전자가 다 빠져나와 더 이상 전구의 불은 켜지지 않게 된다. 축전기가 얼마나 많은 전하로 대전될 수 있는지의 정도를 나타내는 것이 전기 용량  $C$ 이다. 즉,  $C$ 의 값이 클수록 많은 (+)전하와 (-)전하를 각각 저장할 수 있다. 전기 용량이  $C_1, C_2$ 인 두 개의 축전기를 직렬로 연결할 때 합성 전기 용량( $C$ )은  $\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$ 을 만족하고, 병렬로 연결할 때 합성 전기 용량( $C$ )은  $C = C_1 + C_2$ 이다.

**다**

축전기에 저장되는 전하량  $Q$ 는 금속판 사이의 전위차  $V$ 에 비례하므로 다음과 같다.

$$Q = CV$$

여기서 비례 상수  $C$ 를 축전기의 전기 용량이라 하며, 단위는 F(패럿)이다. 전기 용량이 클수록 같은 전압으로 많은 전하량을 저장할 수 있다. 축전기의 전기 용량은 판의 넓이가 넓을수록 크다. 또한 전기 용량은 판 A, B 사이의 간격  $d$ 에 관계된다. 판 사이의 간격  $d$ 가 크면 정해진 전위차  $V$ 에 대해 전기장의 세기는  $E = V/d$ 이므로, 판 사이의 전기장의 세기는 작아지고 저장되는 전하량도 작아진다. 그러므로 판의 넓이가  $S$ 이고 두 판 사이의 간격이  $d$ 인 평행판 축전기의 전기 용량  $C$ 는 다음과 같다.

$$C = \epsilon \frac{S}{d} \quad (\text{단위: F})$$

여기서  $\epsilon$ 은 두 판 사이를 채운 유전체의 종류에 관계되는 물리량으로 유전체의 유전율이라고 한다.

**라**

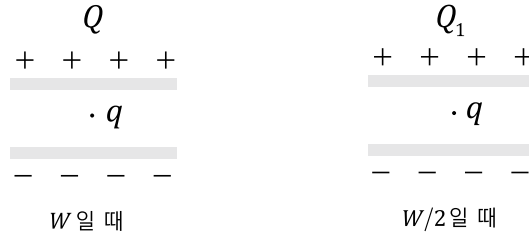
축전기를 대전시키려면 전하를 전지에서 극판으로 이동시키기 위해 전지는 일을 해야 한다. 전기 용량이  $C$ 인 축전기의 두 극판에 전하량  $Q$ 가 충전되어 두 극판 사이의 전위차가  $V$ 가 되는 동안 전지가 한 일의 양  $W$ 는 다음과 같다.

$$W = \frac{1}{2} QV = \frac{1}{2} CV^2 = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C}$$

전지가 축전기에 해 준 일은 축전기에 전기력에 의한 퍼텐셜 에너지로 저장된다.

**[문제 4-1]**

전기 용량이  $C$ 인 평행판 축전기의 두 극판에 전하량  $Q$ 가 충전되어 있고 축전기에 저장된 퍼텐셜 에너지를  $W$ 라 하자. 이 축전기 내부에 전하  $q$ 를 놓았을 때 이 전하가 받는 전기력이  $F$ 이다. 축전기가 방전되어 전하량이  $Q_1$ 이 되었고, 축전기에 저장된 퍼텐셜 에너지가  $W/2$ 가 되었다. 이 축전기 내부에 전하  $q$ 를 놓았을 때 이 전하가 받는 전기력을  $F_1$ 이라 하자. 이때  $F_1/F$ 를 제시문에 근거하여 논리적으로 구하시오. (단, 판의 넓이와 두 판 사이의 간격은 변하지 않는다.) [10점]



**[문제 4-2]**

판의 넓이가  $S$ 이고 두 판 사이의 간격이  $d$ 인 평행판 축전기의 판 사이를 유전체로 채우고 두 개의 축전기를 직렬 또는 병렬로 연결한다. 유전율이  $\epsilon_1$ 인 유전체로 채운 축전기 두 개를 연결했을 때 합성 전기 용량( $C_{\text{합성1}}$ )은, 유전율이  $\epsilon_2$ 인 유전체로 채운 축전기 두 개를 연결했을 때 합성 전기 용량( $C_{\text{합성2}}$ )의 두 배이다. 이때 ① 가능한 연결의 종류, ②  $C_{\text{합성1}}, C_{\text{합성2}}$ , ③  $\epsilon_2/\epsilon_1$ 을 제시문 (나)와 (다)에 근거하여 논리적으로 구하시오. (단,  $\epsilon_1$ 은  $\epsilon_2$ 보다 작고, 판의 넓이  $S$ 와 두 판 사이의 간격  $d$ 는 변하지 않는다.) [20점]

- 끝 -



# 화학

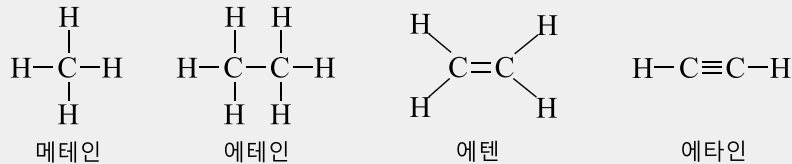
[문제 4] 다음 제시문 (가) - (라)를 읽고 문제에 답하시오.

가

어떤 물질 속에 들어 있는 원자나 분자 1몰은  $6.02 \times 10^{23}$ 개의 입자 수를 의미하며, 이 수를 아보가드로수라고 한다. 기체의 종류에 관계없이 같은 온도와 압력에서 기체 1몰이 차지하는 부피는 일정하다. 다양한 물질들을 구별하고 특징을 표현하기 위해 물질을 원소 기호와 함께 성분비, 원자 개수, 결합 방식 등으로 나타낸 것을 화학식이라고 한다. 화합물의 구성 원소의 원자 개수 비율을 가장 간단한 정수비로 나타낸 화학식을 실험식이라고 하고, 화합물을 구성하고 있는 원자의 종류와 수를 모두 나타내는 화학식을 분자식이라고 한다.

나

탄소 원자는 원자가 전자가 4개이므로 최대 4개의 공유 결합을 형성할 수 있다. 메테인, 에테인, 에텐, 에타인과 같이 탄소(C)와 수소(H)로만 이루어진 화합물을 탄화수소라고 하고, 탄소 원자 사이의 결합이 일렬로 연결된 탄화수소를 사슬 모양 탄화수소라고 한다. 탄화수소는 분자식과 구조식으로 나타낼 수 있는데, 몇 가지 사슬 모양 탄화수소의 구조식은 아래와 같다. 분자식은 같으나 구조가 달라서 녹는점이나 끓는점과 같은 물리적 특성이 다른 화합물을 구조 이성질체라고 한다.



다

어떤 압력과 온도에서 물질이 가지고 있는 에너지를 엔탈피( $H$ )라고 한다. 각 물질의 엔탈피는 정확히 측정하기 어렵지만, 물질 사이의 엔탈피 변화는 열에너지 형태로 나타나므로 화학 반응에서 출입하는 반응열을 측정하면 엔탈피 변화를 쉽게 알 수 있다. 일정한 압력에서 화학 반응이 일어날 때 엔탈피 변화를 반응 엔탈피( $\Delta H$ )라고 한다. 러시아의 과학자 헤스는 화학 반응에서 처음 반응물의 종류와 상태, 나중 생성물의 종류와 상태가 같으면 반응 경로에 관계없이 화학 반응이 일어나는 동안에 방출하거나 흡수한 열량의 총합은 언제나 일정하다고 발표하였다. 이를 총열량 불변 법칙 혹은 헤스 법칙이라고 한다.

라

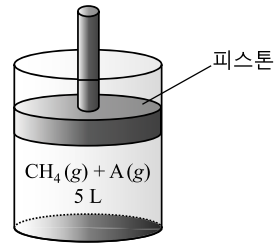
미국의 과학자 깁스는 계의 엔탈피와 엔트로피를 다음과 같이 하나의 식에 나타내어 반응의 자발성을 결정하는 방법을 고안하였다.

$$\Delta G = \Delta H - T\Delta S$$

여기서  $\Delta G$ 는 계의 자유 에너지 변화,  $\Delta H$ 는 계의 엔탈피 변화(반응 엔탈피),  $T$ 는 절대 온도,  $\Delta S$ 는 계의 엔트로피 변화를 의미한다.  $\Delta G < 0$ 인 반응은 자발적이고,  $\Delta G > 0$ 인 반응은 비자발적이며,  $\Delta G = 0$ 인 반응은 평형 상태이다.

**[문제 4-1]**

다음 그림은 30°C, 1기압에서 서로 반응하지 않는 CH<sub>4</sub>(g)와 탄화수소 A(g)가 실린더에 들어 있는 것을 나타낸 것이다. 실린더 내에는  $9.03 \times 10^{22}$ 개의 CH<sub>4</sub>(g)가 들어 있고, 두 기체의 전체 부피는 5 L이다. 탄화수소 A는 사슬 모양 탄화수소로서 2.4 g의 탄소 (C)와 0.3 g의 수소 (H)로 구성되어 있다.



제시문 (가), (나)에 근거하여 탄화수소 A의 분자식을 구하고, 탄화수소 A의 가능한 구조 이성질체 중에서 탄소 (C) 사이의 결합각 ( $\angle\text{CCC}$ )의 합이 가장 작은 것의 구조식을 제시하시오. (단, 30°C, 1기압에서 기체 1몰의 부피는 25 L이고, 탄소 (C), 수소 (H)의 원자량은 각각 12, 1이며, 피스톤의 마찰과 질량은 무시한다.) [15점]

**[문제 4-2]**

다이아몬드가 흑연으로 변하는 반응의 엔트로피 변화 ( $\Delta S$ )는 3.36 J/mol·K이다. 흑연 2.4 g을 완전 연소시키면 78.7 kJ의 열량이 발생하고, 다이아몬드 6 g을 완전 연소시키면 197.7 kJ의 열량이 발생한다. 제시문 (다), (라)에 근거하여 25°C, 1기압에서 다이아몬드가 흑연으로 변하는 반응이 자발적인지 비자발적인지를 판별하고, 그 이유를 설명하시오. (단, 탄소 (C)의 원자량은 12이다.) [15점]

- 끝 -